

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**  
Departamento de Economía de la Empresa



TESIS DOCTORAL

**La eficiencia del mercado de valores en España**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR

**Eduardo Pérez Gorostégui**

Madrid, 2015

R. 48529

Eduardo Pérez Gorostegui

141  
81

LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES EN ESPAÑA

TOMO I



Departamento de Economía de Empresa  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
Universidad Complutense de Madrid  
1981



n. c. x 480066840  
n. e. 5304235239

© Eduardo Pérez Gorostegui  
Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía  
Noviciado, 3 Madrid-8  
Madrid, 1981  
Xerox 9200 XB 480  
Depósito Legal: M-15927-1981

Universidad Complutense  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES EN ESPAÑA

Tesis Doctoral

Presentada por:

EDUARDO PEREZ GOROSTEGUI

Dirigida por el

Dr. D. ANDRES SANTIAGO SUAREZ SUAREZ  
Catedrático de Economía de la Empresa

Madrid, mayo 1980



V O L U M E N I



INDICE

	<u>Pág.</u>
<u>PROLOGO</u>	
<u>PARTE I: LA TEORIA DEL MERCADO EFICIENTE</u>	13
<u>CAPITULO 1: DE LOS ENFOQUES CLASICOS DEL ANALISIS Y GESTION DE TITULOS-VALORES, A LA TEORIA DEL RECORRIDO ALEATORIO</u>	19
1. Introducción.	20
2. Análisis técnico "versus" análisis fundamental.	23
3. Los primeros análisis de dependencia en los movimientos de los precios bursátiles.	40
4. A la búsqueda del mecanismo de mercado que conduce a la independencia.	87
5. Delimitación de la hipótesis de independencia de los movimientos. Martingalas, submartingalas y recorridos aleatorios.	113
6. La distribución de probabilidad de los movimientos de precios.	134
<u>CAPITULO 2: DE LA TEORIA DEL RECORRIDO ALEATORIO A LA TEORIA DEL MERCADO EFICIENTE.</u>	161
1. Introducción.	162
2. El concepto de mercado eficiente.	164
3. Hacia una formalización contrastable.	185
4. Condiciones y circunstancias que favorecen la eficiencia.	204
5. Los niveles de eficiencia.	229
6. La teoría del recorrido aleatorio y la eficiencia del mercado de valores.	243

Pág.

CAPITULO 3: PRINCIPALES IMPLICACIONES DE LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES. 255

1. Introducción. 256
2. La asignación de recursos en un mercado eficiente. Eficiencia operacional, informacional y asignacional. 262
3. La eficiencia del mercado y sus funciones de valoración e información. 275
4. La contabilidad externa y la eficiencia del mercado de valores. 285
5. La gestión de activos bursátiles en un mercado eficiente. 319
6. Otras implicaciones. 345

PARTE II: LAS CONTRASTACIONES EMPIRICAS. 350

CAPITULO 4: LAS CONTRASTACIONES EMPIRICAS DE LA HIPOTESIS DEBIL DE EFICIENCIA. 351

1. Introducción 352
2. Los estudios de autocorrelación y autorregresión. 358
3. Los tests de direcciones, los análisis espectrales y otros contrastes estadísticos de la hipótesis de independencia de los movimientos bursátiles. 381
4. La hipótesis débil del mercado eficiente y las reglas de filtros. 420
  - 4.1. Consideraciones generales. 420
  - 4.2. La regla de los filtros. 424
  - 4.3. Filtros sobre medias móviles. 436



	<u>Pág.</u>
5. Otros contrastes basados en los procedimientos técnicos.	441
5.1. Las reglas de fuerza relativa.	441
5.2. Relaciones precio-volumen.	448
5.3. La estrategia del reequilibrio.	453
5.4. Otros análisis.	460
 <u>CAPITULO 5: LAS CONTRASTACIONES DE LAS HIPOTESIS INTERMEDIA Y FUERTE.</u>	 463
1. Introducción.	464
2. Los modelos de equilibrio de dos parámetros y la contrastación de la eficiencia del mercado.	470
3. Los estudios sobre la reacción de los precios de los títulos a la nueva información específicamente referente a los mismos o a la entidad emisora.	541
3.1. Consideraciones previas.	541
3.2. Los desdobles de acciones.	545
3.3. Los anuncios de beneficios.	572
3.4. Las modificaciones de los procedimientos contables.	584
3.5. Las grandes transacciones en el mercado secundario.	597
3.6. Las recomendaciones públicas de inversión.	603
4. Los estudios referentes a la influencia de los tipos de interés y de la oferta monetaria, sobre el nivel general de las cotizaciones, y otros contrastes de la hipótesis intermedia de eficiencia.	611
5. La contrastación empírica de la hipótesis fuerte.	627
6. Las contrastaciones realizadas en España.	668

	<u>Pág.</u>
<u>PARTE III: TEORIA DE LA INFORMACION, CADEIAS DE MARKOV Y MOVIMIENTOS BURSATILES EN ESPAÑA.</u>	687
<u>CAPITULO 6: LA TEORIA DE LA INFORMACION Y LOS MOVIMIENTOS BURSATILES EN ESPAÑA (I): METODOLOGIA Y PRIMEROS RESULTADOS Y CONCLUSIONES.</u>	688
1. Introducción.	689
2. La inexactitud de la información.	698
3. Las reglas de predicción.	714
4. Resultados obtenidos en algunos mercados extranjeros.	722
5. Descripción de los datos empleados. Su tratamiento.	726
6. Determinación de la regla de predicción óptima.	743
7. Primeras conclusiones y análisis comparativo con los mercados de Nueva York, Londres y Amsterdam.	754
APENDICE Nº 1: Tanto por uno que, en relación al total de las <del>cotizadas</del> cotizadas en cada una de las 2228 sesiones bursátiles consideradas, representan las que subieron, las que bajaron y las que repitieron su cotización anterior.	764
APENDICE Nº 2: Función APL "LWFF".	784
APENDICE Nº 3: Función APL "MEDIAA".	785
APENDICE Nº 4: Función APL "LWEX".	786
<u>CAPITULO 7: LA TEORIA DE LA INFORMACION Y LOS MOVIMIENTOS BURSATILES EN ESPAÑA (II): REVISION DE LOS RESULTADOS ANTERIORES Y NUEVOS ANALISIS.</u>	787
1. Introducción.	788
2. Análisis de las series mediante procesos de Markov de primer orden.	790
3. Análisis de regresión de las series.	800
4. La posible falta de estacionariedad de las series y otras precisiones.	804

	<u>Pág.</u>
5. Ulteriores comparaciones con los mercados de Nueva York, Londres y Amsterdam.	821
6. La Bolsa de Madrid y algunas bolsas orientales.	832
APENDICE: Función APL "IA50".	858
 <u>CAPITULO 8: CADENAS DE MARKOV Y MOVIMIENTOS BURSÁTILES EN ESPAÑA.</u>	 859
1. Introducción.	860
2. Una nueva regla de predicción: la matriz de transición de los movimientos bursátiles.	864
3. Primeros resultados empíricos y conclusiones.	879
4. La inexactitud de las predicciones realizadas con la matriz de transición.	889
5. Cadenas ergódicas y asintóticamente ergódicas en los movimientos bursátiles. El caso español.	900
6. Comparación con el mercado de Londres.	912
APENDICE: Función APL "EXP"	917
 <u>RESUMEN Y PRINCIPALES CONCLUSIONES.</u>	 918
 <u>BIBLIOGRAFIA CITADA.</u>	 1016

## PROLOGO

## I

La reciente evolución experimentada por el estudio de las finanzas empresariales podría caracterizarse por una creciente atención al mercado de valores y a toda su problemática. Esta dinámica resulta discernible con solo considerar la importancia que el conocimiento de este mercado tiene para la adecuada comprensión de los problemas que, en el moderno enfoque de la función financiera, se han ido destacando como más trascendentes. Baste traer a colación los siguientes:

- El de la maximización del valor de la empresa
- El de la minimización del coste de capital
- El de la determinación de la estructura financiera  
óptima
- El de la fijación de una política de dividendos óptima

La generalización del enfoque neotradicional que, considerando las limitaciones que encierra el principio de maximiza-

ción de beneficios, defiende, como objetivo financiero de la empresa, la maximización de su valor para los accionistas, ha llegado a convertir al mercado bursátil en el banco de pruebas de los directivos de las sociedades cotizadas en el mismo. Se considera que las cotizaciones de una acción reflejan la valoración que el mercado hace de la capacidad generadora de renta de la empresa, de los momentos en que las rentas se produzcan y del riesgo que las acompañe. Este último factor junto con el relativo a cual sea el tipo de rentabilidad libre de riesgo del mercado, determina la tasa de rendimiento que los inversores exigen de los títulos de la empresa, fijándose, así, el coste de los distintos recursos financieros y, en fin, el coste medio del capital de la firma, cuya minimización constituye un enfoque alternativo de su objetivo financiero. El coste del capital constituye, además, la tasa mínima de rentabilidad interna que la empresa debe exigir de sus inversiones, por lo que representa el eje principal que relaciona las decisiones relativas al pasivo del balance con las referentes a su activo. Su conocimiento resulta, por ello del mayor interés.

Interesa, pues, saber, en qué sentido y en qué medida, si alguna, influyen las distintas decisiones en el cumplimiento del objetivo fijado para la empresa. Entre tales decisiones se encuentran las concernientes a su estructura financiera y las relativas a su política de dividendos, cuya problemática se reconduce a la optimización del objetivo financiero de la empresa: la maximización de su valor y la minimización del coste de su pasivo. Pero, para ello, es, obviamente, preciso conocer bien el mercado; saber como valora la rentabilidad y el riesgo y como fija las relaciones que deben existir entre ambos, de lo que, en fin, dependerán los precios de los títulos y el coste del capital.

El mercado secundario cumple pues, junto a la función de valoración de las empresas, otra, no menos importante, de información, proporcionando al responsable variables que son fundamentales para la toma de decisiones. Ambas funciones se encuentran, además, fuertemente relacionadas, en el sentido de que cuanto más eficiente sea el mercado al valorar las circunstancias que, a través de distintas fuentes, llegan a su conocimiento, mejor será la información que proporcione. Pero, junto a estas funciones, el mer

cado de valores constituye una fuente de financiación para la em  
presa, labor en la que la bolsa tiene un importante papel que cum  
plir pues, si bien, en efecto, de acuerdo con la división tradi-  
cional, las operaciones materiales se realizan en el llamado mer-  
cado primario o de emisiones, la capacidad de financiación de es-  
te último depende, como es bien sabido, de las características es-  
tructurales y de las circunstancias coyunturales del mercado se-  
cundario, del que las bolsas constituyen la parte más organizada.

Razones como estas han conducido a que temas dedica-  
dos al estudio de la eficiencia y el equilibrio de los mercados  
de valores, se incluyan hoy en los programas de "capital budje-  
ting" en las universidades norteamericanas, lo que se viene ge-  
neralizando al resto de los países, incluido el nuestro. Para es,  
por otra parte, la obra de carácter general, relativa a la temá-  
tica de la inversión y la financiación en la empresa, que, ha-  
biendo aparecido en estos últimos años, no asigna varios capí-  
tulos al análisis de esta problemática; aún en las nuevas edicio-  
nes de obras aparecidas con mucha anterioridad, se han incluido  
estos temas específicos.



Pero el interés de esta materia va más allá, incluso, del nivel empresarial y no falta quien opina que "es esencial que un país tenga mercados de capitales eficientes si ese país quiere disfrutar el máximo nivel posible de sanidad, bienestar y educación para su población. Una de las principales razones por las que algunos países subdesarrollados no avanzan, es que tienen mercados de capitales ineficientes" (1). "El papel principal del mercado de capitales es la asignación de la propiedad del stock de capitales de la economía. En términos generales, el mercado ideal es aquel en el que los precios proporcionan indicaciones exactas para la asignación de recursos; esto es, un mercado en el que las empresas pueden llevar a cabo decisiones de producción e inversión, y en el que los inversores pueden elegir entre los títulos-valores que representan la propiedad de la empresa, bajo el supuesto de que los precios de los mismos reflejan por completo, en todo momento, toda la información disponible" (2).

---

(1) J.C. Francis: "Investments Analysis and Management", McGraw-Hill, Nueva York, 1972, p. 53.

(2) E.F. Fama: "Efficient Capital Markets. A Review of Theory and Empirical Work", Journal of Finance, v. 25, nº 2, mayo 1970 (pp. 383-417) p. 383.

Toda esta temática ha cobrado, además, en estos últimos años, un gran interés en un país, el nuestro, en el que, dentro de una dinámica de cambio mucho más amplia, viene planteándose y discutiéndose repetidamente y en todos los niveles, la reforma de nuestro mercado de valores.

## II

En este trabajo, se ha tenido, como primer objetivo, la consecución de una síntesis clara, y lo más sistemática posible, de una serie de temas que, agrupados dentro del marco de la "teoría del mercado eficiente", se encontraban dispersos en una ingente cantidad de estudios aparecidos en las publicaciones más diversas. A este fin, van dirigidos los cinco primeros capítulos agrupados en dos partes. En la primera (tres capítulos), se estudia el nacimiento y desarrollo de la teoría, su formalización, y sus implicaciones. En la segunda (dos capítulos), se realiza un repaso a los principales estudios realizados, en diversos mercados, para la contrastación de su eficiencia.

Junto a tal objetivo, se ha pretendido aportar algo al mejor conocimiento de las características de los movimientos bursátiles en nuestro país. A este fin, va dirigida la última parte del trabajo (tres capítulos). En los dos primeros capítulos de la misma, se utilizaron algunos conceptos de teoría de la información para comparar nuestro mercado con los de Nueva York, Amsterdam, Londres, Australia, Japón, Singapur y Hong Kong. Esta metodología fue elegida por su originalidad, por el hecho de no haberse aplicado con anterioridad en España, y porque, sin embargo, por haber sido utilizada, previamente, en diversos mercados extranjeros, posibilitaba la comparación entre estos mercados y el nuestro, lo que constituyó el objetivo fundamental del análisis. Finalmente, para profundizar en los resultados obtenidos aplicando tal metodología, en el capítulo octavo, se estudian los movimientos bursátiles en España mediante "cadenas de Markov".

### III

La realización de las dos primeras partes del trabajo

jo exigió la recopilación de una gran cantidad de material bibliográfico, la mayor parte del cual se encontraba en forma de artículos. Extrayendo el contenido teórico de los mismos y, tras un proceso de síntesis y sistematización, se elaboró la parte I, titulada "La teoría del mercado eficiente". Los análisis empíricos se fueron encuadrando en la parte II ("Las contrastaciones empíricas").

Las contrastaciones, referidas al mercado español, que se contienen en la tercera parte del trabajo, exigieron, junto al proceso lógico de selección metodológica (realizado simultáneamente a la elaboración de las dos primeras partes), una laboriosa recopilación de datos y la consecución de la formación personal previa precisa, y de los medios necesarios, para la realización de las operaciones materiales. El autor siguió, a estos efectos, un curso de lenguaje APL-SV en el Centro de Cálculo de la Universidad Complutense de Madrid, utilizando, posteriormente, sus instalaciones para el tratamiento de los datos primarios, consistentes en los números de acciones que, en las 2223 sesiones

habidas, en la Bolsa de Madrid, en los once años y medio comprendidos entre el 30 de diciembre de 1967 y el 29 de junio de 1979, subieron, bajaron y no variaron de cotización. Tales datos fueron tomados, en su mayoría, de las páginas bursátiles del diario ABC, en la Sección de Revistas y Publicaciones Periódicas de la Biblioteca Nacional.

#### IV

Mi agradecimiento al Dr. D. Andrés-Santiago Suárez Suárez, director de este trabajo, por su ejemplo, orientación y estímulo constantes.

También mi gratitud al Dr. D. Marcial-Jesús López Moreno, quien posibilitó mi entrada en el Servicio de Estudios de la Bolsa de Comercio de Madrid. Junto a él se crearon mis primeras inquietudes por estos temas.

Mi agradecimiento, en fin, a María Teresa García de Alcaraz Rojo, quien me ayudó en las tareas más pesadas que suele

comportar un trabajo como este. Sin su paciente apoyo en la consecución de datos y referencias bibliográficas, así como en la labor de mecanografía, este trabajo hubiera tardado mucho más en finalizarse.

Eduardo Pérez Gorostegui

Abril 1980

PARTE I:

LA TEORIA DEL MERCADO EFICIENTE

CAPITULO 1:

DE LOS ENFOQUES CLASICOS DEL ANALISIS Y GESTION DE  
TITULOS VALORES, A LA TEORIA DEL RECORRIDO ALEATORIO



## 1- INTRODUCCION

Se ha dedicado este primer capítulo a la exposición de los aspectos más importantes de la Teoría del Recorrido Aleatorio (TRA en lo que sigue). Y es que no es posible tratar la Teoría del Mercado Eficiente (TME) sin hacer referencia, previamente, a la TRA. En la evolución de aquélla, esta ha tenido un carácter tan fundamental que casi se podría decir que si se comenzó a tratar la eficiencia de los mercados de valores fué buscando una justificación económica a la evidencia encontrada a favor de la hipótesis de la TRA.

Ambas teorías se desarrollaron entre las investigaciones de la realidad y las justificaciones teóricas de los hechos observados. Se expenderá, así, en este capítulo, como, al margen de algún importante antecedente, es como reacción al análisis técnico que se realizaron los primeros estudios empíricos que constituirían el germen de la TRA. Estos estudios, como los que les siguieron, se dirigieron, de un lado, a analizar la capacidad de los analistas técnicos para conse



guir una rentabilidad consistentemente superior a la "normal" o propia de una estrategia de inversión "ingenua" y, de otro, a testar el supuesto básico del análisis técnico: la existencia de dependencia en los movimientos de los precios de los títulos. La evidencia favorable a la hipótesis de independencia, y a la consecuente imposibilidad de obtener consistentes rendimientos por encima de los "normales" mediante procedimientos de gestión de inversiones basados en la hipótesis contraria, fué dando lugar a una nueva concepción del comportamiento de los precios en el mercado de valores. De este modo, casi simultáneamente a los que, supieranlo o no sus autores, fueron los primeros estudios de la hipótesis de "juego limpio", nació la TTA que, junto a la hipótesis de independencia, contempla la de la constancia en la distribución de las variaciones de los precios; aspecto, este último, que fué también objeto de atención en algunos de los primeros análisis empíricos. Pero, además, a medida que se fueron obteniendo resultados favorables a estas hipótesis, se desarrollaron una serie de explicaciones alternativas a tal comportamiento de las



series de precios. Se trataba de determinar las condiciones e xistentes en el mercado que provocaban aquellos resultados. Como conjunción y desarrollo de tales explicaciones nació el concepto actual de mercado eficiente.

Se comprende, así, la transcendencia que tiene la TRA para el estudio de la TIE. Más aún, como se verá, las relaciones y mutuas implicaciones entre ambas teorías son tales que no siempre es fácil determinar sus límites, y la confusión entre ellas ha sido, y aún es, frecuente. Por tanto, si se dedica este primer capítulo a la exposición de los aspectos más importantes de la TRA (más adelante se irán viendo o tros) es tanto por lo fundamental de su función en el nacimiento y desarrollo de la TIE, hasta resultar casi imposible comprender esta sin conocer aquélla, como por la consecuente necesidad de distinguir, lo más claramente posible, lo que significan una y otra, así como sus relaciones y mutuas implicaciones.

## 2- ANÁLISIS TÉCNICO "VERSUS" ANÁLISIS FUNDAMENTAL

Tradicionalmente, se han distinguido dos formas clásicas de análisis de títulos valores: el análisis técnico y el análisis fundamental. Cada una de ellas conlleva una determinada "filosofía" en torno al comportamiento de los precios bursátiles y conduce a un determinado enfoque de la gestión de las inversiones en bolsa. Común a ambas "filosofías" es la creencia de que los hechos, y las informaciones relativas a los mismos, que tienen influencia en los precios, "generan tendencias más bien que saltos instantáneos, porque la mayor parte de aquellos que negocian en los mercados especulativos, tienen un conocimiento imperfecto de estos hechos, y la tendencia futura de los precios resultará de una gradual asimilación de estos hechos por el mercado" (3). Ambos enfo

---

(3) S. S. Alexander: "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks", Industrial Management Review, v. 2, nº 2, mayo 1961 (pp.7-26), p. 9.



ques difieren en la forma de obtener ventajas de las tendencias de ajuste. Los fundamentalistas "estudian los factores externos que subyacen tras las variaciones de precios". El técnico "estudia los movimientos de precios producidos en el pasado inmediato para obtener indicios de los movimientos del futuro inmediato" ( 4 ). Ambas formas de gestión prestan atención, como base de estudio, al título individual, ignorando la importancia de la diversificación de la inversión como medio de reducción del riesgo y la consiguiente transcendencia del considerar, como unidad de análisis, la cartera más bien que el título concreto.

El análisis técnico, cuyos orígenes ( 5 ) se si-

---

( 4 ) Ibid.

( 5 ) Una exposición clara y sintética del nacimiento del análisis técnico puede encontrarse en la obra de A.S. Suárez Suárez: "Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa", Pirámide, Madrid, 1977, pp. 364 y 365.

tuan a comienzos del presente siglo con el nacimiento de la denominada Teoría Dow (6), basada en los editoriales publicadas por Charles H. Dow en el "Wall Street Journal", tuvo su primera materialización sistemática en 1922 (7) y obtuvo su mayor popularidad tras la publicación, en 1932, de la primera obra, debida a Robert Rhea (8), en la que realmente se concibió a aquella teoría como un auténtico método de predicción de precios (9). Este enfoque considera que el proceso de for

---

(6) Sobre la Teoría Dow puede verse:

- G.W. Bishop: "Charles H. Dow and the Dow Theory", Appleton Century Crofts, Englewood Cliffs, 1960.
- R.M. Barnes: "The Dow Theory Can Make You Rich", Arlington House, Nueva York, 1973.

(7) W.P. Hamilton: "The Stock Market Barometer", Barrons, Nueva York, 1922

(8) R. Rhea: "The Dow Theory", Barron's, Nueva York, 1932.

(9) "Charles H. Dow... no consideró su teoría como un método de predicción. Después, William P. Hamilton comenzó a predecir con la Teoría Dow, y es entonces, en 1932, cuando la publicación de la obra de Robert Rhea "The Dow Theory", popularizó este enfoque técnico" (C.N. Dennis: Comment: The Information Content of Daily Market Indicators", Journal of Financial and Quantitative Analysis", v. 8, nº 2, marzo 1973, pp. 193 y 194. p.193).



nación de los precios es lo suficientemente complejo como pa  
ra imposibilitar la determinación, aún aproximada, de las va  
riables exógenas que influyen en la evolución de las cotizacio  
nes, no siendo viable, por tanto, la predicción de precios ba  
sada en modelos -ya sean financieros o de otro tipo- o en el  
estudio de datos contables o de cualesquiera otros de carác  
ter interno a las empresas emisoras. La dificultad de estudiar  
los complejos procesos psicológicos (10) que siguen los inver  
sores para tomar las decisiones de inversión que fijarán la o  
ferta y la demanda de los títulos y, con ello, su precio, de  
termina que el único medio de obtener unos resultados superio  
res a la media sea el estudio de la evolución de los datos in  
trínsecos al propio mercado para tratar de descubrir los com  
portamientos repetitivos del mismo a que, según estos análisis

---

(10) En la determinación de los precios existen "factores, tan  
to racionales como irracionales, que generalmente no se  
pueden medir" (P. Freeman: "Some Aspects of Technical Ana  
lysis", trabajo recogido en E. Taylor: "Investment Analy  
sis and Portfolio Management", St. Martin's Press, New  
York, 1970, pp. 124-134, p. 134).



tas, conducen aquellos procesos mentales acumulados, o bien para intentar aprovechar esos comportamientos aún sin determinarlos previamente. De ahí surgen las dos formas principales de análisis técnico: el análisis gráfico de tendencias bursátiles y la determinación de reglas fijas que conducen a un comportamiento decisional repetitivo. En el primero, el analista técnico, mediante la construcción de una serie de gráficos en los que representa la evolución de los datos bursátiles, trata de determinar las pautas repetitivas del comportamiento del mercado o de un título concreto para, extrapolándolas en el futuro, tratar de aprovecharlas en su beneficio o en el de sus clientes. En el segundo, el analista trata de fijar determinadas reglas fijas de comportamiento decisional que se han probado beneficiosas en el pasado para emplearlas en el futuro. Estos sistemas "son enteramente mecánicos y ofrecen inequívocos signos de compra y venta a cualquiera que siga las reglas" (11).

---

(11) F. Freeman: "Some Aspects...", *ob. cit.*, p. 105



El análisis técnico, en cualquiera de sus variantes (12), parte, en definitiva, de una serie de supuestos que no son:

- 1- El valor de los títulos "se determina únicamente por las interacciones entre la oferta y la demanda" (13).

---

(12) Sobre cada una de las más conocidas técnicas concretas (puntos y figuras, principio de la ola de Elliott, tendencias de medias móviles, etc.) puede verse bibliografía seleccionada en la página 204 de la ob. cit. de Freeman ("Some Aspects..."). Una síntesis clara puede encontrarse en la obra citada de A.S. Suárez Suárez: "Decisiones....", pp. 355 y ss. Para el lector interesado, existen dos obras clásicas en el tema:

- R.D. Brown: "Stock Market Behavior: The Technical Approach to Understanding Wall Street", Random House, Nueva York, 1969.
- R.D. Edwards y J. Magee: "Technical Analysis of Stock Trends", J. Magee, Inc., Springfield, Mass., 1963.

Otra obra que tiene bastante interés, por reciente, completa y, sobre todo, sistemática, es la de C. Colburn Hardy: "Investor's Guide to Technical Analysis", Colburn-Hill, Nueva York, 1973.

(13) R. Freeman: "Some Aspects...", ob. cit., p. 164.



2- Tales interacciones vienen determinadas por una enorme cantidad de factores, algunos racionales y otros no, que, desde luego, no siempre se pueden medir.

3- "El mercado siempre repite. Lo que pasó antes, probablemente se repetirá otra vez; por tanto, los movimientos actuales pueden utilizarse para realizar futuras proyecciones" (14).

4- Salvo en las pequeñas oscilaciones, en los movimientos del mercado siempre es posible identificar la existencia de tendencias. "Las interrupciones de las tendencias previas constituyen importantes signos... para comprar o vender" (15).

---

(14) C. Hardy: "Investor's Guide...", ob. cit., p. 6

(15) Ibid.



5- "La mayor parte de los signos... deben confirmarse mediante la observación del volumen de transacciones" (16).

Es así que, aún cuando, ciertamente, el análisis técnico, "construido sobre temas más bien que sobre teorías, desarrollado a partir de iniciativas y de investigaciones de orígenes múltiples que nunca han sido reagrupados en una sola escuela .... se presta mal a una descripción de sus métodos" (17), existe algo consustancial a todas las formas de este análisis: la idea de que el pasado tiende a repetirse en el mercado de valores; la idea, en definitiva, de que es posible encontrar determinadas pautas de comportamiento sistemáticamente repetitivas en el mercado. Si analizando la tendencia de los precios pasados de un título es posible determinar con

---

(16) P. Freeman: "Some Aspects...", ob. cit., p. 23.

(17) E. Fontier: "L'analyse technique du marché des valeurs mobilières", *Analyse Financière*, nº 2, 1950, p. 37.

alta precisión, como los analistas técnicos postulan, el pre  
cio de mañana, es porque éste, en su concepción, depende de a  
quellos. Existen, por tanto, tres ideas básicas equivalentes  
en todo tipo de análisis técnico:

- 1- El supuesto básico de que la historia tiende a  
repetirse, esto es, que "las pautas de compor-  
tamiento de los precios de los títulos indivi-  
duales ya ocurridas, tenderán a volver a darse  
en el futuro" (18). En consecuencia, estos a-  
nalistas tratarán, bien de determinar esas pau-  
tas para aprovecharlas (análisis gráfico), o  
bien de obtener ventajas de las mismas aún sin  
conocerlas exactamente (determinación de reglas  
decisionales fijas).

---

( 18 ) E.F. Fama: "Random Walks in Stock Market Prices", Finan-  
cial Analyst Journal, v. 21, nº 5, sept.-oct., 1965 (pp.  
55-59), p. 55.

2- "Un experto en estadística caracterizaría tales técnicas como basadas en el supuesto de que las sucesivas variaciones de precios de los títulos individuales son dependientes" (19)

3- En consecuencia, "la secuencia de cambios de precios anteriores a un día dado es importante para predecir el cambio de precio de ese día" (20).

En definitiva, todas las formas de análisis técnico "suponen que el comportamiento pasado del precio de un título es rico en información concerniente a su comportamiento futuro" (21).

---

(19) Ibid

(20) Ibid

(21) E.F. Fama: "The Behavior of Stock-Market Prices", Journal of Business, v. 38, nº 1, enero 1965, (pp. 34-105), p. 34.



Junto al análisis técnico, la otra forma de análisis clásico de valores mobiliarios es el análisis fundamental cuyo origen se suele fechar en 1933 con la publicación de la obra de Kirshman "Principles of Investment" (22), si bien las ideas elementales en que se basa son incluso anteriores al análisis técnico. Pero es en 1933 y, especialmente, en 1934, con la aparición de la conocida obra de Graham y Dodd "Security Analysis" (23), cuando surge lo que sería una auténtica reacción contra el análisis técnico. Si los técnicos piensan que "los títulos de una empresa fuerte son a menudo débiles y los de una empresa débil pueden ser fuertes" (24), los fundamentalistas consideran, por el contrario, que todo título tie

---

(22) J.E. Kirshman: "Principles of Investment", Mc Graw-Hill, Nueva York, 1933.

(23) B. Graham y D.L. Dodd: "Security Analysis", Mc Graw-Hill, Nueva York, 1934.

(24) C.C. Hardy: "Investor's Guide...", ob. cit., p. 3

ne un determinado valor intrínseco , o teórico, dependiente, es pecialmente, de la capacidad generadora de renta de la empre-  
sa emisora y del propio título y, por tanto, si bien no siem-  
pre es necesario actuar directamente de este modo, bastaría de  
terminar ese valor intrínseco para, comparándolo con el precio  
corriente de mercado, tomar la decisión más conveniente. Si el  
valor intrínseco del título es superior a su precio corriente,  
se deberá comprar, pues el título "está barato" y es de suponer  
que la competencia entre los inversores fuerce su precio de mer-  
cado al alza hasta alcanzar ese valor teórico. En caso contra-  
rio, el título "cuesta más de lo que vale" y su precio descen-  
derá, por lo que no es conveniente la inversión en el mismo. Es  
así que los teóricos fundamentalistas se dedican, sobre todo, a  
la construcción de modelos que permitan determinar el valor in-  
trínseco de los títulos mobiliarios y , especialmente, de las ac  
ciones. Tales modelos suelen incluir, como variables explicativas,  
los beneficios de la empresa, los dividendos por acción, las ta  
sas de crecimiento de aquellos y estos, su inestabilidad, el  
coeficiente de endeudamiento de la emisora, etc..



Al contrario que el técnico puro, preocupado directamente por los movimientos bursátiles, el fundamentalista deberá estar, por tanto, atento a cualquier nueva información interna al título y a la entidad que lo ha emitido, pues, dependiendo del carácter de aquella, el valor intrínseco de éste ascenderá o descenderá y, con ello, tenderá a aumentar o disminuir el precio corriente del mismo. El que un analista obtenga o no beneficios sistemáticamente superiores a la media del mercado, dependerá, por tanto, de que disponga o no de la información antes que el resto de los inversores y de que sepa o no hacer uso de ella correctamente y antes de que el mercado la descuente, esto es, antes de que el precio de mercado alcance el nuevo valor intrínseco derivado de esa información.

Esta forma de análisis, iniciada principalmente con las citadas obras de Hirshman y de Graham y Dodd, continuada



por las de Tinbergen (25), Macaulay (26) y Williams (27), y desarrollada por autores como Gordon y Shapiro (28), Walter (29), Modigliani y Miller (30), Solomon (31), Whitbeck y Eisor (32),

- 
- (25) J. Tinbergen: "The Dynamics of Share Price Formation", Review of Economics and Statistics, vol. III, 1933, pp. 57-71.
  - (26) F.R. Macaulay: "Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices". National Bureau of Economic Research, Nueva York, 1933.
  - (27) J.D. Williams: "The Theory of Investment Value", Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1933.
  - (28) J.M. Gordon y E. Shapiro: "Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit", Management Sciences, vol. III, octubre, 1956, pp. 102-110.
  - (29) J. E. Walter: "Dividend Policies and Common Stock Prices", Journal of Finance, vol. II, marzo, 1956, pp. 29-41.
  - (30) F. Modigliani y M. Miller: "Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares", Journal of Business, vol. XXXV, n° 4, octubre 1961, pp. 411-433.
  - (31) E. Solomon: "The Theory of Financial Management", Columbia University Press, Nueva York, 1952.
  - (32) W.C. Whitbeck y E. Eisor: "A New Tool in Decision Making", Financial Analysts Journal, vol. 13, n° 3, mayo-junio 1953, pp. 55-62.

Molodovsky (33) y tantos otros (34), vino acompañada, desde sus inicios, de una fuerte reacción frente al análisis técnico (35). Los fundamentalistas criticaron a este su falta de consistencia científica, la difícil justificación de sus métodos y, en definitiva, su poco rigor y la falta de pruebas consistentes del éxito de tales métodos y, especialmente, de la existencia de dependencia en las sucesivas variaciones de precios en el mercado de valores. Frente a tales acusaciones, los técnicos siempre argumentaron, con ciertos matices excluyentes, que, si sus métodos no tenían un sustrato académico, si no se habían desarrollado en medios universitarios, lo habían hecho allí donde se busca la eficacia en la toma de decisiones de inversión: en los propios medios bursátiles. Sus análisis, basados en la ex-

---

(33) H. Molodovsky, C. Day y C. Grottiner: "Common Stock Valuation: Principles, Tables and Applications", Financial Analyst Journal, marzo-abril 1965, pp. 104-123.

(34) Los principales modelos pueden verse en A.S. Suárez Suárez: "Decisiones...", *ib. cit.*, pp. 356-362.

(35) Véanse los comentarios que, en 1934, les merecía a Graham y Dodd esta forma de análisis, en las páginas 512 y 513 de su *ob. cit.* "Security Analysis".

perencia, decían, estaban avalados por el mismo hecho de su continua utilización por profesionales expertos, gestoras de fondos, e incluso por los propios inversores. En cualquier caso, decían y todavía afirman, si el análisis fundamental tiene un sustrato real, no lo tiene menos el análisis técnico y si aquel es capaz de señalar los títulos que conviene adquirir y los que conviene vender, este es el idóneo para decidir el momento de hacerlo. Es más, no existe una forma de análisis mejor que la otra, sino dos formas diferentes. El análisis técnico atiende al corto plazo, en tanto que el fundamental lo hace al largo. Pero es que, según los técnicos, que gustaron siempre de recordar a Keynes, "a largo plazo, todos estamos muertos" (36). Justificadas o no, hay tres ideas de los técnicos que muestran claramente las diferencias entre sus puntos de vista y los fundamentalistas: "(1) el mercado de valores se basa en un 15 % en la economía y en un 85 % en la

---

(36) C.C. Hardy: "Investor's Guide...", ob. cit., p. 4.

psicología; (2) la historia de la "performance" pasada y presente de un título, no necesariamente de una empresa, es el factor clave; y (3) Wall Street, dominada por los inversores institucionales, opera en el principio de seguir a los líderes. Cuando los grandes gestores de dinero comienzan a comprar, no importa la razón, el precio del título subirá. Cuando empiezan a vender, bajará. Los indicadores técnicos muestran todos estos movimientos" (31).

---

(31) Ibid.

### 3- LOS PRIMEROS ANALISIS DE DEPENDENCIA EN LOS MOVIMIENTOS DE LOS PRECIOS BURSATILES

Como reacción frente al análisis técnico, y favoreciendo, en principio, al análisis fundamental, en la polémica abierta entre ambos, comenzaron a principios de los años 30, una serie de estudios tendentes a determinar el grado de dependencia existente en los movimientos bursátiles. Pero muy anteriormente, en marzo de 1900, antes de que se empezara a desarrollar, no ya el análisis técnico, sino la base del mismo, es decir, la Teoría Dow, un matemático francés, Louis Bachelier, presentó en la Facultad de Ciencias de la Academia de Paris una Tesis Doctoral ( 38 ) en la que explicaba que los títulos valores evolucionaban a través de sucesivos incrementos independientes entre sí, comprobándolo en un análisis en

---

( 38 ) L. Bachelier: "Theory of Speculation", trabajo recogido en la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random Character of Stock Market Prices", M.I.T., Press, Cambridge, 1964, pp. 17-77. Originalmente, se publicó en el Ann. Sci. Eco le Norm. Sup. (3), nº 1018, Gauthier Villars, Paris, 1900.

físico del mercado de bonos del gobierno francés. Para ello, desarrolló, previamente, una teoría matemática de los precios de los mercados especulativos basada en los procesos denominados movimientos brownianos o de Einstein-Wiener (39), si bien, al decir de Samuelson (40), en el desarrollo de los principios matemáticos de tales procesos, Bachelier se adelantó a Einstein en cinco años. Este autor elaboró la distribución de probabilidad de un proceso estocástico continuo con incrementos independientes, y una teoría de valoración basada en un comportamiento maximizador de beneficios por parte de los especuladores. Con todo ello, sentó algunos principios de una teoría "que fué posteriormente desarrollada por los matemáticos que fueron transformando la teoría de la probabilidad en una disciplina rigurosa: Levy, Kolmogorov, Dorel, Khinchine

---

(39) Tal tipo de proceso describe el movimiento físico de una partícula sometida a sacudidas aleatorias y es análogo al proceso de recorrido aleatorio discreto en el caso de que tanto el tiempo como las variables aleatorias sean continuos.

(40) P.A. Samuelson: "Rational Theory of Warrant Pricing", en P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., (pp. 506-524), p. 506.

y Feller. Comparado con estos estándares de rigor, el trabajo de Bachelier fué heurístico, y el desdén por lo heurístico condujo a una subestimación, por parte de sus contemporáneos, de la significación de sus contribuciones" (41). Pero "si Bachelier estuvo adelantado a su tiempo en el desarrollo de la probabilidad, lo estuvo más adelantado, incluso, en el análisis de los precios en los mercados de valores" (42). Así, es te autor fué el primero en utilizar el término "juego limpio" ("fair game"), para significar que el precio de hoy es un es timador insesgado del precio futuro -es decir, que si como precio esperado para cada día, se tomara el último conocido (el de la sesión bursátil previa), la suma de esas diferencias, en la media, sea cero- y en aplicar tal concepto al análisis de los precios de un mercado de valores, concluyendo que, estos - los precios del mercado de los bonos del go-

---

(41) P. H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 3

(42) Ibid., p. 5



bierno francés- se ajustaban a tal definición (43).

Posteriormente, en 1905, al decir de Lorie y Hamilton (44), en una correspondencia mantenida en la revista "Nature" (45), nació un término que será muy mentado a lo largo de las páginas que siguen: el de "random walk" o "re-

---

(43) Bachelier partió de un modelo de "fair game" elaborando la distribución estadística, de las variaciones de precios, que cabía esperar si tal modelo se diera en la realidad, esto es, si la ganancia esperada fuera nula. Posteriormente comparó tal distribución con la distribución empírica extraída del análisis de los bonos del gobierno francés, según sus cotizaciones de la Bolsa de París, observando que ambas distribuciones eran muy semejantes.

(44) J. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Markets. Theories and Evidence", Richard D. Irwin, Inc., Homewood, 1973, p. 71.

(45) Karl Pearson and The Right Honorable Lord Rayleigh: "The Problem of the Random Walk", Nature, vol. 72, nº 1865, pp. 294, 313 y 342. Citado por Lorie y Hamilton: "The Stock...", op. cit., p. 71



corrido aleatorio", para denominar al proceso seguido por una variable cuyas variaciones de valor son aleatorias.

Pero hasta después de la crisis de 1929, cuando tantos paradigmas económicos fueron revisados, apenas hubo más estudios de los precios bursátiles que los realizados por los profesionales de agencias de asesoramiento, o de empresas dedicadas directamente a la gestión de inversiones bursátiles, e inversores individuales. Hasta entonces la obra de Bachelier y su temática permanecieron en el olvido, no ya sólo entre aquellos, lo que no resulta paradójico, sino también en los medios académicos y universitarios. "Este desinterés fue debido a muchas causas: el pequeño papel jugado por los mercados financieros en las finanzas industriales, una convicción de que los mercados de valores eran un producto de la psicología (irracional) de las masas semejante al juego, y una falta de preparación, entre los economistas, en las técnicas estadísticas y matemáticas necesar

rias para una efectiva investigación en este campo... Cuando la investigación de los precios de los valores recibió renovada atención en los años 30, la mayor parte de ella provino de los mismos economistas americanos interesados en el uso de las matemáticas y las estadísticas" (46).

Los primeros estudios realizados en estos años, vinieron a apoyar a los fundamentalistas en su polémica con los técnicos (47). "En este período, aparte de Working, el mayor nombre es el de Alfred Cowles" (48). Así, en 1933, simul

---

( 46 ) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 79

( 47 ) En cierto sentido, dichos estudios podrían considerarse como una reacción de los medios académicos, o universitarios, frente a los profesionales de la gestión de inversiones bursátiles. Si estos habían desarrollado el análisis técnico, aquellos contestaban al mismo en dos sentidos: tratando de demostrar la ausencia de dependencia en los movimientos de precios con lo que se atacaba a la base misma del enfoque técnico, y creando un método alternativo que se calificaría como fundamentalista.

( 48 ) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 79.

tánicamente a la aparición de la que se considera como la primera obra fundamentalista, este autor, en un artículo que llegaría a ser muy mentado (49), tomando los datos correspondientes al periodo que va de enero de 1928 a junio de 1932, analizó la exactitud de varios miles de predicciones de precios de acciones, realizadas por 45 agencias financieras, concluyendo que, en conjunto, cualquier inversor, siguiendo programas de inversión aleatorios, hubiera conseguido unos resultados superiores a los que podrían obtenerse atendiendo a las recomendaciones de dichas agencias.

---

(49) A. Cowles: "Can Stock Market Forecasters Forecast?", *Econometrica*, vol. 1, nº 4, julio 1933, pp. 309-324. Según declara este autor, que luego sería el pionero también en la construcción de los índices de acciones que incluyen los repartos de dividendos (en su trabajo "Common Stock Indexes, 1871-1937", publicado por la Cowles Commission Monograph, Principia Press, Inc., Bloomington, 1933), sus investigaciones en este tema comenzaron en 1927 (véase su artículo: "Stock Market Forecasting", *Econometrica*, vol. 12, nº 3 y 4, julio-octubre 1944, pp. 206-214, p.206).

Al año siguiente, Working, en otro conocido trabajo (50) afirmaba que "las series de tiempo frecuentemente poseen, en muchos aspectos, las características de las series de números aleatorios acumulados" y que esto "se manifiesta especialmente en las mercancías de precios sensibles", haciendo luego referencia expresa a los títulos valores (51).

Un artículo que, aparentemente, iba a contrarrestar esta corriente tendente a demostrar la evolución aleatoria de los precios de las acciones y, por tanto, a desechar la dependencia defendida por el análisis técnico, fué el publicado en 1937 por Cowles y Jones (52), quienes trataron de determinar

---

(50) H. Working: "A Random-Difference Series for Use in the Analysis of Time Series", Journal of the American Statistical Association, vol. 29, nº 1, marzo, 1934, pp. 11-24.

(51) Ibid., p. 11

(52) A. Cowles y H. E. Jones: "Some a Posteriori Probabilities in Stock Market Action", Econometrica, vol. 5, nº 3, julio 1937, pp. 280-294.

si es posible hablar de inercia en el mercado de acciones. Cowles y Jones describían el concepto de inercia y la metodología del trabajo con estas palabras:

"La evidencia de inercia se puede revelar de la siguiente manera. En unas series formadas mediante el lanzamiento de un penique, hay una probabilidad de un medio de que a las caras les sigan las cruces y viceversa. Si el mercado de valores sube durante una hora, día, semana, mes o año, ¿hay una probabilidad de un medio de que baje a la siguiente unidad de tiempo comparable?. En un intento de responder a esta pregunta, se contabilizarán "continuaciones y reversiones" (13), hablándose de continuación cuando a una subida sigue otra subida, o a un descenso otro descenso, y de reversión cuando

---

(13) "Sequences and reversals".

a una subida sigue un descenso, o a un descenso una subida" (54).

Estos autores tomaron 27 series de índices americanos, todas ellas en el periodo que va desde enero de 1935 a diciembre de 1935, diferenciadas por la periodicidad de los datos (desde 20 minutos a 10 años) y, estudiando el ratio de número de "continuaciones" sobre número de "reversiones" en cada serie, concluyeron que existía cierta inercia en las series de periodicidad inferior a cuatro años.

Cowles, advertido por Worling (55), publicó 23 a-

---

(54) A. Cowles y H.E. Jones: "Some a...", ob. cit., p. 231

(55) En 1930, Holbrook Worling ("Note on the Correlation of First Differences of Averages in a Random Chain", Econometrica, v. 22, nº 4, octubre 1930, pp. 813-819, p. 813), refiriéndose no solo a los errores de Cowles, sino también a los cometidos por H.C. Wendell ("The Analysis of Economic Time-Series. Part I: Prices", Journal of the Royal Statistical Society, v. 95, parte I, 1933, pp. 11-27; también recogido en la obra de P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., pp. 25-26) en su análisis relativo a los precios del algodón, demostró que "en el estudio de las correlaciones seriales en las series de precios, el uso de promedios puede introducir correlaciones no presentes en las series originales".

ños después, un nuevo artículo (54) en el que se retractó de los resultados anteriores, señalando que "el empleo, como da tos mensuales, de las medias de los precios diarios o semana les, puede haber producido una correlación positiva en las se ries aún cuando las series originales constituyeran cadenas aleatorias" (55), y realizando un nuevo análisis con otros da tos, llegó a la conclusión de que, si bien todavía "aparece u na correlación serial de primer orden positiva en las prime- ras diferencias existentes entre los sucesivos precios de aque- llas series analizadas en que los intervalos entre las sucesi- vas observaciones son inferiores a cuatro años,...., cuando se da entrada a los costes de los corretajes,...., no hay nada que indique que el mercado de valores no esté funcionando como un

---

(54) A. Cowles: "A Revision of Previous Conclusions Regarding Stock Price Behavior", *Econometrica*, vol. 28, nº 4, octu- bre 1960, pp. 909-915.

(55) Ibid., p. 909

mercado de libre competencia en el que teóricamente cualquier tendencia hacia la correlación debería ser eliminada"(18). Pero hay más; como señala Cootner, este segundo artículo de Cowles corrige tan solo los sesgos apuntados por Working, pero "no contiene, sin embargo, referencias al segundo tipo de sesgo proveniente de la tendencia ascendente a largo plazo del mercado. A causa de esta tendencia, cualquier muestra grande de variaciones de precio contiene más variaciones positivas que negativas. Como resultado, en cualquier estudio de direcciones, existe una mayor tendencia a que las variaciones positivas sean seguidas de variaciones positivas (largas direcciones positivas); y una menor tendencia a que las variaciones negativas sean seguidas de variaciones negativas (cortas direcciones negativas), que las que existirían en unas series con media cero... Las significativas diferencias encontradas por Cowles, son indicativas de esta tendencia general ascendente más que de una dependencia serial entre las variaciones

---

(18) Ibid, p. 915



de precio después de realizar correcciones por tal tendencia" (39).

Cowles fué también el autor de un nuevo trabajo (40) que, siete años después del realizado en colaboración con Jones, vendría a traer nueva evidencia de independencia en los movimientos de los precios bursátiles. En esta ocasión, este autor, continuando su investigación de 1933, ya comentada (41), examinó la exactitud de las predicciones de la tendencia general de la Bolsa de Nueva York, realizadas por cuatro periodicos y siete servicios financieros en periodos variables, según los periodicos y servicios, pero, en cualquier caso, comprendidos en los once años y medio que van desde enero de 1928 a julio de 1943, concluyendo que "solo seis de los once analistas tuvieron relativo éxito" y

---

(39) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 81

(40) A. Cowles: "Stock Market Forecasting", ob. cit.

(41) A. Cowles: "Can Stock...", ob. cit.,

que "la media de analistas ganaron al método aleatorio en solo un 0.2 por 100 anual" (42).

A estos primeros análisis, vendrían a añadirse en la primera parte de los años cincuenta, los realizados por Kendall (43) y Kruizenga (44). El primero estudió ventidos series de precios de mercados especulativos. De ellas diecinueve correspondían a índices semanales de acciones del Reino Unido. De las restantes, dos (una semanal y otra mensual) se referían al precio del trigo en Chicago, y la otra al precio men

---

(42) A. Cowles: "Stock Market...", ob. cit., p. 209. Como "rentabilidad del método aleatorio" de inversión, tomó, para cada periodo, "un medio del porcentaje de variación del mercado" (índice "Standard and Poor") en el mismo (ibid. p. 207).

(43) M.G. Kendall: "The Analysis...", ob. cit.

(44) R.J. Kruizenga: "Put and Call Options: A Theoretical and Market Analysis", Tesis Doctoral no publicada, Massachusetts Institute of Technology, 1956. Un extracto de este trabajo, junto con nuevas aportaciones, puede verse en los capítulos 17 y 18 de la ob. cit. de Cootner ("The Random Character....") bajo los títulos: "Introducción to the Option Contract" y "Profit Returns from Purchasing Puts and Calls", respectivamente.

sual del algodón en Nueva York. Trás calcular los coeficientes de autocorrelación, con retardos que iban de 1 a 29, de las diferencias entre las sucesivas observaciones de las 22 series, llegó a la conclusión de que "aunque los títulos individuales se comportan de forma diferente que la media de los títulos, no existe esperanza de capacidad para predecir los movimientos del mercado a una semana, a menos que se disponga de información externa" pues "las variaciones aleatorias de un término al siguiente, son tan grandes que ocultan cualquier efecto sistemático que pueda estar presente. Los datos se comportan, por tanto, casi como series aleatorias" (45). En cuanto a la diferencia apuntada entre títulos individuales y media de los mismos, debe entenderse en el sentido de que "existe evidencia experimental y fundamento teórico para la creencia de que los números índice agregativos se comportan más sistemáticamente que sus componentes"(46). La máxima autocorrelación resultó

---

(45) M.G. Kendall: "The Analysis...". ob. cit., p. 11

(46) Ibid.

para los precios del algodón en Nueva York, en los que el coeficiente correspondiente al primer orden (retardo de una unidad) resultó valer 0.313. Sin embargo, aún este resultado es muy bajo si se tiene en cuenta que, como Working (47) y Alexander (48) apuntaron a Kendall, este cometió los mismos errores en que incurrieron Cowles y Jones; esto es, dado que cada observación de la serie de los precios del algodón se calculó como media de las observaciones semanales comprendidas en cada mes, "se deriva que, incluso si los datos originales -los precios de cierre de los viernes- constituyeran un recorrido aleatorio con las sucesivas primeras diferencias no correlacionadas, las primeras diferencias de las medias mensuales de cuatro o cinco de estas observaciones semanales, deberían mostrar unas correlaciones seriales de primer orden, de una magnitud aproximadamente igual a la que Kendall encontró para el algo

---

(47) H. Working: "Note on the Correlation...", ob. cit., p. 916.

(48) S.S. Alexander: "Price Movements...", ob. cit., p. 9

dón (69).

Tres años después de la publicación del trabajo de Kendall (70), Kruizenga presentó otro (71), desde luego no tan trascendente ni conocido como los anteriores, en el que estudiaba el mercado de opciones de venta y compra ("puts" y "calls" respectivamente) en relación al de acciones. Lo más trascendente de este trabajo es el análisis gráfico que se hizo de las distribuciones de los movimientos de los precios de los títulos. Este análisis realizado incluyendo los dividendos en los precios y contemplando, para el conjunto de tales movimientos, periodos de noventa días y seis meses, condujo a Kruizenga a concluir que "los movimientos de precios...

---

(69) Ibid.

(70) Como recordaba P.D. Praetz ("Australian Share Prices and the Random Walk Hypothesis", Australian Journal of Statistics, v. 11, n° 3, 1969, pp. 123-139, p. 124), este trabajo de Kendall tiene una importancia que trasciende del tema de que ahora se trata, en tanto en él, este autor, "comenzó a analizar los índices mediante el método convencional, en series de tiempo, consistente en separar las series en tendencia, ciclos y comportamientos residuales".

(71) R.J. Kruizenga: "Put and Call...", ob. cit.

parecen estar distribuidos, aproximadamente, según una distribución normal-logarítmica" (32) lo que ya había sido sugerido, en cierto modo, por Bachelier (33) y, desde luego, por Kendall (34).

Obsérvese que las conclusiones de todas estas investigaciones resultan contrarias tanto al análisis técnico como al fundamental, si bien, en principio, iban especialmente dirigidas contra el primero. En efecto, como anteriormente se hizo notar, uno y otro presuponen que la reacción del mercado a los hechos que influyen en las cotizaciones se produce en forma de un ajuste paulatino que genera tendencias en los precios, más que mediante un descuento instantáneo de la información contenida en tales hechos. Sin embargo, el análisis fundamental, en tanto se emplee en base a una informa-

---

(32) R.J. Kruizenga: "Profit Returns...", ob. cit., p. 411

(33) L. Bachelier: "Theory...", ob. cit., p. 70

(34) H.G. Kendall: "The Analysis...", ob. cit., p. 13 y ss.  
(véase la tabla 1).

ción desconocida por "el mercado" (75), resulta útil aún cuando las reacciones del mercado se produzcan instantáneamente en el momento en que la información se publique. De ahí que la mayor parte de las críticas a esta nueva corriente, que ya comenzaba a denominarse "Teoría del Recorrido Aleatorio" (TRA en adelante) y que trataba, en principio, de demostrar la inexistencia o, al menos, la escasez de dependencia en los movimientos de los precios del mercado de valores, proviniera de los medios técnicos. Estos señalaban que "las técnicas empleadas en algunos de estos trabajos —por ejemplo, los coeficientes de correlación— se refieren a las simples relaciones lineales, que son demasiado rígidas, e/o insofisticadas, para detectar las complicadas pautas sobre las que, a menudo, se basan las reglas técnicas" (76). De ahí el interés del trabajo

(75) Se hablará de "el mercado" para hacer referencia, en general, al conjunto de los participantes en el mismo.

(76) J.T. Emery: "The Information Content of Daily Market Indicators", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 8, nº 2, marzo 1973, (pp. 183-194), p. 184.

que Roberts publicó en marzo de 1959 (17). Este autor, que de muestra, a lo largo de todo el artículo, una clara admiración por Working (18), quejándose de que, "a la vista de este intenso interés por las pautas (de los movimientos de precios en el mercado de valores) y de la publicidad dada a las estadísticas en los últimos años, parece curioso que no haya habido, entre los analistas financieros, un amplio reconocimiento de que las pautas del análisis técnico pueden ser poco, si algo, más que un artefacto estadístico"(19), construyó una serie de gráficos, generados a partir de series construidas mediante simple adición de números aleatorios, y llegó a la conclusión de que, en tales gráficos, podrían encontrarse las "figuras" del análisis "técnico-gráfico" (por ejemplo, las cabezas y hombros)

---

(17) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns and Financial Analysis: Methodological Suggestions", Journal of Finance, v. 14, nº 1, marzo 1959, pp.1-10.

(18) Alude, especialmente, a su artículo titulado "New Ideas and Methods for Price Research", publicado en el Journal of Farm Economics (v.38, diciembre 1956, pp. 1427-1436).

(19) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns...", ob. cit., p.1.



de igual manera que cabe encontrarlas en el análisis gráfico de los precios bursátiles. Y es que "el método usual de gráficar los precios de las acciones dá un aspecto de sucesivos ni-veles más bien que de cambios, y los niveles pueden dar una a-pariencia artificial de pauta o tendencia" (80). Es más, "el comportamiento aleatorio, en sí mismo, produce pautas que in-citan a espurias interpretaciones" (81). En definitiva, "si, por ejemplo, se examinan estadísticamente las variaciones semanales del índice Dow Jones, salta a la vista que estas va-riaciones tienen un comportamiento muy semejante al que ten-drían si hubieran sido generadas por un modelo de azar extre-madamente sencillo. La historia de los niveles del mercado se comporta como si los niveles hubieran sido generados por una acumulación de resultados dados por un método aleatorio" (82). Roberts concluyó que "esta rueda de ruleta no tiene memo-

---

(80) Ibid

(81) Ibid

(82) Ibid., p. 2

ria" (33). Y es que, "si el mercado se comportara como una rueda de ruleta mecánicamente imperfecta, la gente notaría las imperfecciones y, actuando sobre ellas, las haría desaparecer" (34).

Casi simultáneamente al de Roberts, apareció un trabajo en el que Osborne (35), reactualizando algunos conceptos ya utilizados por Bachelier, analizó nuevamente la aleatoriedad de los movimientos de precios en el mercado de Nueva York. Utilizó para ello los principios de los movimientos brownianos, que, como se ha visto, el matemático francés ya trató a comienzos de siglo, y las relaciones entre aquellos y el comportamiento observado en los precios de algunas

---

(33) Ibid, p. 3

(34) Ibid, p. 7

(35) H.F.M. Osborne: "Brownian Motion in the Stock Market", Operations Research, v. 7, nº 2, marzo-abril 1959, pp. 145-173.

acciones del mercado de Nueva York entre los años 1924 y 1956. Tras estudiarlos teórica y empíricamente, Osborne concluyó que las sucesivas diferencias entre los logaritmos de los precios eran independientes, tenían una distribución constante, y tal distribución era normal. Existen, en este trabajo -completado en 1962 (86) para estudiar el comportamiento en el tiempo de la varianza de las variaciones de precios, y el volumen de títulos negociado-, una serie de aspectos novedosos que lo hacen trascendente hasta el punto de que hay autores que, como Lorie y Hamilton, consideran que es en 1959, con la publicación de los "originales y provocativos artículos" de Roberts y Osborne, cuando realmente comienza el "trabajo moderno en este tema"(87). El primer aspecto a destacar es su atención a los precios de las

---

(86) M.F.M. Osborne: "Periodic Structure in the Brownian Motion of Stock Prices", Operations Research, v. 10, nº 3, mayo-junio 1962, pp. 345-379.

(87) J.H. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 72

acciones individuales en lugar de a los índices promedios del mercado, soslayando así las dificultades apuntadas por Kendall en el sentido, ya mencionado, de que "los títulos individuales se comportan de forma diferente que las medias de tales títulos" (88) y "los números índice agregativos se comportan más sistemáticamente que sus componentes" (89). El segundo punto es que Osborne fué el primero en destacar claramente, y justificar, que el carácter aleatorio no corresponde tanto a los movimientos absolutos de precios, como a las variaciones en los logaritmos de los mismos. Esto, hoy casi totalmente aceptado, "equivale, aproximadamente, a la proposición de que los inversores del mercado están interesados en las variaciones proporcionales en el valor de los títulos, más que en los valores absolutos" (90), pues la diferencia entre los logaritmos de los valores sucesivos de un título, es casi equivalente al tanto

---

(88) M.G. Kendall: "The Analysis...", ob. cit., p. 11

(89) Ibid

(90) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 82

por uno de variación habido entre ambos (91). Un tercer aspecto a destacar es el de que, como recuerda Cootner, "Osborne fué pionero en el empleo del comportamiento de la varianza de las variaciones del precio, en intervalos diferenciales sucesivamente más largos, como test de independencia" (92). A partir de este trabajo puede considerarse que comienza, además, una nueva concepción, que se tratará con más profundidad en epígrafes posteriores, de la naciente teoría del recorrido alea-

- 
- (91) Siendo " $P_{t-1}$ " y " $P_t$ " los valores tomados, por el título de que se trate, al principio y al final, respectivamente, del periodo " $t$ ", y " $\Delta P_t$ " la diferencia entre ambos, desarrollando en serie de Taylor el valor:

$$\ln P_{t-1} = \ln (P_t - \Delta P_t)$$

se observaría que:

$$\ln P_{t-1} - \ln P_t \approx \frac{\Delta P_t}{P_t}$$

con lo que quedaría demostrada la afirmación realizada. Con un mayor detalle, puede verse de A.S. Suárez Suárez: "Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa", ob. cit., p. 391.

- (92) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 82

torio de los precios bursátiles, según la cual, no solo existe independencia entre las sucesivas variaciones porcentuales de los precios de cada título, sino que, además, la distribución de tales variaciones es constante a lo largo del tiempo. Más aún, Osborne, como se mencionaba anteriormente, señaló que tal distribución, la de las sucesivas diferencias entre los logaritmos de los valores que va tomando cada título, es normal. A esta posición se la denominaría posteriormente, "log-normal" o de "Bachelier-Osborne" (13).

---

(13) Como señalaba Alexander ("Price Movements...", ob. cit., p. 14"), si bien el descubrimiento de Osborne de que las variaciones en los logaritmos de los títulos en cualquier período parecían estar, aproximadamente, normalmente distribuidas y con una desviación típica proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del período, "es una característica de un recorrido aleatorio y ya había sido apuntada mucho antes por Bachelier", en el caso de este, "las diferencias eran aritméticas, en tanto que en el de Osborne eran logarítmicas".

Alexander, además, consideró que los datos de Osborne no apoyaron la hipótesis de normalidad pues había demasiadas variaciones superiores e inferiores al 10 por 100 en relación a las que corresponden a tal distribución (p. 16).

"La publicación, en 1959, de los trabajos de Roberts y Osborne marcó el principio del reciente aumento de interés en el asunto, trayéndole a la atención de la audiencia académica americana por primera vez desde los artículos de Cowles en los años treinta"(94). Este interés aumentó con la aparición, en octubre de 1960, del artículo (95), ya comentado, en el que Cowles se retractaba de las conclusiones que, en conjunción con Jones, había obtenido en 1937 (96) y que resultaban contrarias a las hipótesis de aleatoriedad de los movimientos de precios en el mercado de valores americano, y se vio aumentado con la publicación, en noviembre, de un trabajo en el que Larson (97) aplicando el "índice de continui-

---

(94) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 82

(95) A. Cowles: "A Revision...", ob. cit.

(96) A. Cowles y H.E. Jones: "Some a....", ob. cit.

(97) A.B. Larson: "Measurement of a Random Process in Futures Prices", Food Research Institute Studies, v. 1, nº 3, noviembre 1960, pp. 313-324. El trabajo fué reimpreso en la obra de P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., pp. 219-230.

dad" (98), creado por Working (99), para estudiar los precios de futuro del maíz en el mercado de Chicago en los periodos 1922-1931 y 1949-1958, concluyó interpretando que "las variaciones de los precios en el mercado, están estrechamente vinculadas a las noticias del mismo y tienden a ser un verdadero

---

(98) El índice de continuidad se basa en la relación entre el rango (diferencia entre los valores máximo y mínimo) de una serie en un determinado intervalo, y la suma de los rangos de los "n" subintervalos, de igual longitud y no superpuestos, que se encuentran dentro de dicho intervalo. "La serie de valores del índice de continuidad, designado "H", para subintervalos de 1 día e intervalos de 2, 4, 8, ..., 256 días, trazan una curva que forma la base de los procedimientos de estimación. Los valores positivos de "H" se dan cuando el rango de las series tiende a exceder del esperado de unas series de recorrido aleatorio sobre intervalos de una determinada longitud. Los valores negativos de "H" implican.... que el rango tiende a ser inferior al de las series de recorrido aleatorio" (A.B. Larson: "Measurement...", ob. cit., p. 319). Una descripción más amplia de la metodología basada en los índices de continuidad, puede verse en la nota personal enviada por Working a Cootner y que fué incluida por este en la p. 191 de su obra citada: "The Random...".

(99) I. Working: "New Ideas...", ob. cit.



reflejo de las variaciones de la demanda y las condiciones de la oferta" (100).

Al año siguiente del interesante trabajo de Larson, en el que este prestó especial atención a la búsqueda de explicaciones económicas al comportamiento observado en las series de precios, Alexander (101), tras comentar y, en algún punto, criticar y puntualizar algunos trabajos anteriores al suyo, vino a destacar, como luego lo haría Cootner (102), la posibilidad de que las variaciones de precios fueran dependientes sin estar correlacionadas, linealmente, lo que es posible si las relaciones existentes son no lineales o la distribución subyacente no es normal. Además, y consecuentemente con esta última posibilidad, utilizó un test no paramétrico (de direcciones o "runs"), que le llevó a reconocer que los resultados eran

---

(100) A.E. Larson: "Measurement of....", ob. cit., p. 324

(101) S.S. Alexander: "Price Movements...", ob. cit.

(102) P.H. Cootner: "Stock Prices: Random versus Systematic Changes", *Industrial Management Review*, v. 3, nº 2, primavera 1962, pp. 24-45.

"muy cercanos a los que cabría esperar bajo el supuesto de que la variación de cada mes fuera independiente de la del mes previo" (103). Pero lo más interesante del trabajo de Alexander y que más ha sido destacado por la literatura posterior, fué su análisis de filtros. Fijado, por ejemplo, un filtro del 5 por 100, tal análisis se basa en el computo de la rentabilidad que podría haberse obtenido siguiendo la regla siguiente: "si el mercado sube un 5 por 100, ir a largo y permanecer en esa posición hasta que descienda un 5 por 100, y en ese momento, vender y tomar posición a corto hasta que vuelva a subir un 5 por 100" (104). Tal rentabilidad se compara con la que se hubiera generado siguiendo una estrategia "ingenua" como la "buy and hold", consistente en adquirir una serie de títulos elegidos al azar -o, sencillamente, el título "medio" cuya evolución

---

(103) S.S. Alexander: "Price Movements...", *ob. cit.*, p.21.

(104) *Ibid.*, p.22.

Se dice "ir a largo" cuando se compra un título. Al mantenerlo se le denomina "posición a largo". La opuesta de esta es la "posición a corto". Para más detalles puede verse, por ejemplo, de E.F. Fama: "Foundations of Finance", Basic Books, Inc., Nueva York, 1976, p. 140.

recoge un índice general de bolsa- y mantenerlo en cartera. Con este tipo de test se pretende determinar la existencia, o no, de dependencias no lineales. Además, la regla de los filtros así descrita, constiuye un ejemplo de las reglas mecánicas, o reglas decisionales fijas, empleadas por los analistas técnicos, por lo que, de algún modo, permitiría contestar a las mencionadas críticas realizadas por aquellos a los tests estadísticos tradicionales. Sin embargo, los resultados obtenidos por Alexander al aplicar la técnica de los filtros (variando, estos, desde un 5 hasta un 50 por 100) a los índices "Dow Jones" desde 1927 a 1929 y "Standard and Poor Industrial Averages", (desde 1929 hasta 1959), fueron superiores, en general, a los que hubieran podido obtenerse siguiendo la sencilla regla de "compra y mantenimiento" ("buy and hold"), aumentando el beneficio porcentual anual a medida que se reducía el valor de los filtros. Todo ello condujo a Alexander a concluir que "las variaciones de precio parecen seguir un recorrido aleatorio en el tiempo, pero cada movimiento, una vez iniciado, tiende a persistir. En particular, si el mercado se



ha movido al alza un "x" por ciento, es probable que se mueva más allá del "x" por ciento al alza antes de que descienda un "x" por ciento. Esta proposición parece válida para los valores de "x" que van del 5 por ciento al 30 por ciento" (105).

Los resultados de Alexander fueron muy criticados. Así, al decir de Cootner (106), Helpem (107) y Levine (108), empleando la técnica de los filtros, no pudieron conseguir unos resultados similares a los de Alexander. Ello debió llamar la atención a Mandelbrot, quien observó (109) como en los cálculos de Alexander se partía del supuesto de que el inversor que utilizaba la regla de los filtros podía siempre comprar a un precio exactamente igual al "x" por cien por encima del pre-

---

(105) S.S. Alexander: "Price Movements...", ob. cit., p. 26

(106) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 190

(107) S.R. Helpem: "An Analysis of Stock Price Movements Using Stop Orders", Tesis no publicada, M.I.T., 1962.

(108) S. Levine: "Heuristic Determination of Optimum Filters for Use in a Rule for Speculative Market Action", Tesis no publicada, M.I.T., 1962.

(109) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain Speculative Prices", Journal of Business, v. 36, n° 4, octubre 1963, pp. 394-419.

cio anterior de "fondo" y vender a, exactamente, un "x" por cien por debajo del punto máximo anterior. Obviamente, no existe seguridad de que tales precios existan y, por la propia definición de la regla, según la cual se compra cuando se alcanza o se sobrepasa el "x" por cien al alza y se vende al al canzarse o sobrepasarse tal porcentaje a la baja, el precio de adquisición será siempre igual o superior al computado por Alexander, en tanto que el de venta será inferior o igual a tal precio. En definitiva, Alexander se basó en el supuesto de que "los precios intermedios podían interpolarse mediante alguna función continua de tiempo continuo. Esto es, donde quiera que haya una diferencia superior al 5 por ciento entre el precio de cierre del día F' y el del F", Alexander implícitamente supuso que había, al menos, un instante entre esos momentos en que el precio se encontraría exactamente a un 5 por ciento... Así, cuando menos, Alexander sobreestimó las ganancias correspondientes a este método de especulación y... la impresión de que la ganancia era positiva puede ser una i lusión debida a la optimista evaluación de lo que ocurre du-

rante las rápidas variaciones de precios" (110).

En un trabajo posterior (111), Alexander reconoció las críticas que se le habían formulado, e introdujo un factor de corrección, aplicándolo a su análisis anterior. Trás la introducción de tales correcciones, pocas fueron las ocasiones en que los filtros resultaron más favorables que la simple es trategia de "compra y mantenimiento". Pero Alexander fué más allá en este segundo análisis, en el que, además de la regla de los filtros, estudió otras del análisis técnico, resultando que la mayor parte de ellas generaban una rentabilidad superior a la sencilla técnica de "compra y mantenimiento". Obviamente, estos resultados son contrarios a la TRA y favorables al análisis técnico. Sin embargo, también en este segundo análisis de Alexander se cometió un error. Tal error "surge del hecho de que no consideró los dividendos al computar

---

(110) Ibid., p. 418.

(111) S.S. Alexander: "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks, nº 2", Industrial Management Review, v. 5, nº 2, primavera 1964, pp. 25-46.

los beneficios" (112) y, como explicó Fama, "el tener los dividendos en cuenta siempre tenderá a reducir los beneficios de una regla mecánica en relación a los de la compra y mantenimiento" (113). Al considerar los dividendos en los cálculos, Fama (114), como Fama y Blume (115), observaron que los beneficios generados, utilizando las reglas técnicas, se reducían extremadamente en relación a los de la compra y mantenimiento. Más aún, si bien los filtros pequeños generaban cierta rentabilidad por encima de dicha "extrategia ingenua", dado el alto número de transacciones a que daban lugar, al tener en cuenta los costes de la negociación (comisiones, etc.), concluyeron que, "a efectos prácticos, el modelo de recorrido aleatorio es una adecuada descripción del comportamiento

---

(112) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 83

(113) Ibid.

(114) Ibid., pp. 83 y 84

(115) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and Stock Market Trading", Journal of Business, v. 39, nº 1, enero 1966, pp. 226-241.



de los precios" (116) y que "los mayores beneficios que se derivan de la técnica de los filtros, parecen ser los del agente de cambio" (117).

En 1962, aparecieron dos interesantes trabajos. En el primero, debido a Cootner (118), se tomaron 45 títulos cotizados en el mercado de Nueva York y se estudiaron sus precios semanales en periodos diferentes, para los distintos títulos, pero todos ellos comprendidos entre 1950 y 1960. Trás aplicar diversas reglas técnicas (filtros, medias móviles, etc.) y análisis estadísticos (índice de continuidad, matrices de transición), no obtuvo, en general, sino conclusiones favorables a la hipótesis de independencia de la TRA. Cootner, además, desarrolló una teoría, que será comentada más adelante, para explicar las formas encontradas en las distribuciones en-

---

(116) Ibid., p. 239

(117) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 83

(118) P.H. Cootner: "Stock Prices: Random.....", ob. cit.

píricas (la denominada "teoría de las barreras reflectantes")  
(119).

El segundo trabajo, de interés ahora, aparecido en 1962, fué desarrollado por Moore (120), quien, en base a un análisis de coeficientes de autocorrelación y de direcciones ("runs") de los precios de los títulos de un conjunto de compañías norteamericanas, seleccionadas aleatoriamente, aportó nuevas pruebas de independencia. Los resultados son también congruentes con los de Osborne en tanto que el estudio de la distribución de los movimientos de los logaritmos de los precios, le llevó a la misma conclusión "log-normal" que aquel, si bien encontró, como ya había apuntado anteriormen-

---

(119) Ibid., pp. 26 y ss.

(120) A.B. Moore: "A Statistical Analysis of Common Stock Prices", Tesis no publicada, Graduate School of Business, Universidad de Chicago, 1962. Un extracto puede verse en la obra citada de P.H. Cootner: "The Random...", (pp. 139-161), bajo el título: "Some Characteristics of Changes in Common Stock Prices".

te Alexander (11), que las grandes variaciones eran más frecuentes, al alza y a la baja, que lo que cabía esperar, en pu ridad, de tal posición. Moore observó, además, "una diferencia inesperada entre el comportamiento de los títulos individuales y los índices" (12), en el sentido de que, si bien los coeficientes de correlación siempre resultaron muy cercanos a cero (13), las variaciones relativas de los precios tendían a autocorrelacionarse negativamente, en tanto que los índices estaban positivamente correlacionados, lo que, como se recordará, ya había sido apuntado, en cierto modo, por Kendall, cuando advertía de los peligros de extraer, de análisis basados en índices promedios, conclusiones relativas a los precios de los títulos individuales.

---

(11) S.S. Alexander: "Price Movements...", ob. cit., p. 16

(12) A.B. Moore: "Some Characteristics....", ob. cit., p. 157

(13) Debe mencionarse, no obstante, que en el análisis de la autocorrelación de las sucesivas variaciones semanales, Moore encontró que, aunque los coeficientes eran individualmente insignificantes, resultaron predominantemente negativos hasta un grado estadísticamente significativo.

La objeción apuntada por Cootner a los análisis realizados hasta el momento, entre ellos los de él mismo, en el sentido de que si el comportamiento del mercado "es más complicado de lo que sugieren los modelos de recorrido aleatorio, serán necesarias unas pruebas estadísticas más sofisticadas para descubrirlo" (124) parece que hubiera incentivado a Granger y Morgenstern (125) a intentarlo. Estos aplicaron los métodos espectrales al análisis de la Bolsa de Nueva York, mediante el estudio de los precios semanales (1957-1961) y mensuales (1946-1960) de las acciones de varias empresas estadounidenses, así como las series semanales de precios de la "Securities and Exchange Commission" (1939-1961), el índice, mensual, "Standard and Poor" (1915-1961) y el, tam

---

(124) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit., p. 45

(125) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis of New York Stock Market Prices", *Kyklos*, v. 16, 1963, pp. 1-27. Fue reimpreso en la obra citada de P.H. Cootner: "The Random...", (pp. 162-188).

bién mensual, "Dow Jones" (1915-1961). Aunque, en su aplicación al campo económico, el análisis espectral estaba "todavía bajo un activo desarrollo" (126), concluyeron que, dado "que los precios de los valores siguen recorridos aleatorios, el inversor a corto plazo se introduce en un "juego limpio", lo que es mejor que jugar a la ruleta, dado que este juego está sesgado en favor de la banca. Para el inversor a largo plazo, esto es, el que invierte, cuando menos, a un año, el problema es identificar las fases de los diferentes componentes a largo plazo del movimiento conjunto del mercado. La evidencia de ciclos obtenida en nuestros estudios es tan débil que la inversión cíclica es, como mucho, solo marginalmente provechosa. Incluso este pequeño margen desaparecerá a medida que se haga uso de él" (127)

En 1964, Granger y Morgenstern, en unión de God-

---

(126) Ibid., p. 17

(127) Ibid.

frey, ampliaron el análisis anterior a otras series del mercado de Nueva York y lo extendieron al de Londres (124). Estudiaron, concretamente, las series semanales, desde enero de 1959 hasta diciembre de 1962, del "Financial Times Industrial Index", el "Economic Indicator", el "Bargains Market" (todos ellos del mercado de Londres) y los índices "Standard and Poor Industrial" y de bonos del Gobierno (ambos de Nueva York), así como las series diarias de precios de tres empresas, concluyendo "en forma de ley" que el modelo del recorrido aleatorio "es el único mecanismo que es consistente con la irrefrenable persecución de beneficio por parte de los participantes en el mercado", lo que "no prejuzga el posible valor de la información interna" que definen como "aquella de que dispone solo un pequeño segmento del mercado y que, si fuera de conocimiento general, produciría una variación predecible de

---

(124) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk Hypothesis of Stock Market Behavior", *Kyklos*, v. 17, 1964, pp. 1-30.

precios" (129).

Godfrey, Granger y Morgenstern analizaron también la correlación existente entre volumen de negociaciones y precio de los títulos, concluyendo que:

1- "Hay una débil correlación de la diferencia entre el máximo y el mínimo diario de la serie de precios, de un lado, y el volumen de transacciones diarias, del otro.

2- No existe ninguna otra correlación entre los precios observados (o valores absolutos de las diferencias de precios) y los volúmenes de tran

---

(129) Ibid, pp. 22 y 23.

El lector haría bien en ir reteniendo estos aspectos aparentemente inconexos. Pronto verá que no lo están.



sacciones computados" (130).

Estos autores señalaron también la posibilidad de que, en los periodos en que son imposibles las transacciones (fines de semana, por ejemplo), dado que también en estos intervalos se generan hechos y noticias con influencia en el valor de los títulos, existan nuevos precios, concluyendo que "se podría suponer que existen precios hipotéticos" (131), si bien esto no pareció tener gran transcendencia para los resultados de los análisis que no los consideraron.

En 1963, Mandelbrot publicó uno de los trabajos que más literatura han originado en la TRA (132). En él, fren

---

(130) Ibid., p. 24

(131) Ibid.

(132) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain....., ob. cit.

te a la postura mantenida hasta entonces, defendió la tesis de que la distribución de las variaciones en los logaritmos de los sucesivos precios no es normal. Hasta este trabajo, como se ha venido comentando, los diversos autores que estudiaron este aspecto, encontraron que tal distribución podía considerarse "aproximadamente" normal si bien ligeramente leptocúrtica y con unas colas algo más gruesas que la normal. En opinión de Mandelbrot "estos hechos justifican un enfoque radicalmente diferente del problema" (133). Tal enfoque consistió en partir de un tipo de distribuciones genéricas, denominadas "pareto-estables" que fueron descritas por primera vez, al decir de Mandelbrot (134), por Levy en 1925 (135), y entre las que se encuentra la distribución normal. Concretamente, denominando " $\alpha$ " al "exponente característico" de una

---

(133) Ibid., p. 395

(134) Ibid.

(135) P. Levy: "Calcul des probabilités", Gauthier-Villars, Paris, 1925.

distribución pareto-estable (" $\alpha$ " puede tomar cualquier valor superior a cero y menor o igual que dos), esto es, el coeficiente que determina la probabilidad total contenida en los extremos de las colas de la distribución, la normal se dá solamente cuando " $\alpha$ " toma el máximo valor posible, es decir cuando " $\alpha$ " vale dos. Pues bien, Mandelbrot postuló, y trató de justificar, una nueva posición según la cual la distribución constante de las variaciones de los sucesivos logaritmos de los precios es una pareto-estable no normal de varianza infinita, esto es, una distribución perteneciente a la familia de las pareto-estables pero cuyo exponente característico es inferior a dos.

La nueva posición o hipótesis que, en lo sucesivo se denominaría "pareto-estable", o de "Levy-Pareto", fué defendida teórica (134), y empíricamente (135), también en 1963.

---

(134) E.F. Fama: "Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis", Journal of Business, v. 36, nº 4, octubre 1963, pp. 420-429.

(135) E.F. Fama: "The Distribution of Changes of the Logarithm, of Stock Prices", Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1963.

por Fama, un prolífico autor —alumno de Roberts en la Universidad de Chicago— que ha tenido un gran papel en el desarrollo de toda la moderna teoría financiera y cuyo nombre aparecerá repetidamente en las páginas que restan. Este punto de vista, también defendido, en ambos sentidos, por Fama en 1965 (138), se contrapone, en cierta forma, con los resultados obtenidos por Godfrey, Granger y Morgenstern en su citado trabajo de 1964 (139). Estos encontraron que la función de distribución de las variaciones de precios podía considerarse normal.

En conjunto, estos y algunos otros trabajos (140),

---

(138) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit.

(139) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk...", ob. cit.

(140) No debe olvidarse, entre ellos, la labor realizada por P. H. Cootner con la edición, en 1964, de una obra ("The Random...", ob. cit.) en la que se recogió buena parte de los trabajos citados, contribuyendo, con ello, a la difusión de sus resultados. Otros estudios no citados ahora para no aburrir al lector y que también contribuyeron, aunque en menor medida que los referidos, al nacimiento de la TRA, pueden encontrarse en dicha obra.

vinieron, pues, a mostrar la independencia existente entre las variaciones de los precios y el hecho de que estos se ajusten a una distribución constante. Ambos presupuestos constituyen la base de la, ya nacida, teoría del recorrido aleatorio.

#### 4- A LA BUSQUEDA DEL MECANISMO DE MERCADO QUE CONDUCE A LA INDEPENDENCIA.

Entre los resultados obtenidos en los trabajos relacionados anteriormente, el que más llamó la atención fué obviamente, al menos entre los profesionales del mercado de valores y los economistas, el relativo a la independencia de los movimientos bursátiles. En efecto, si bien existían algunas evidencias en contra de la independencia absoluta, todo parecía indicar que, cuando menos, en el mercado de Nueva York, el más estudiado de todos, los precios bursátiles parecían seguir una evolución aleatoria. A la vista de esta conclusión, la interrogante inmediata era la relativa a las condiciones que provocaban tal hecho. Se trataba, en definitiva, de saber que ocurría en el mercado de valores para que los precios evolucionaran aleatoriamente. Hoy, tras el desarrollo habido en la teoría de los procesos estocásticos, sabemos que, en puridad, las primeras argumentaciones que se realizaron en este tema, se referían más a los modelos de "juego limpio" -concepto ya apuntado, como se vió, por Bachelier- que al de re

corrido aleatorio (141). Pero tales explicaciones tienen un interés que sobrepasa al mero objetivo propuesto por sus autores. Y es que en este proceso nacería una nueva teoría: la del mercado eficiente (TME en lo que sigue), que ha revolucionado, como se verá, algo más que la visión clásica de los mercados de valores.

La explicación más elemental de la independencia podría consistir en caracterizar a esta como un simple "reflejo de un mecanismo de precios que no tiene relación alguna con el mundo económico real ni con los acontecimientos políticos. Esto es, los precios de los activos podrían ser tan solo el resultado de una acumulación de muchos "bits" de "ruido"

---

(141) Si bien, como Alexander señalaba ya en 1961, "si uno partiera del supuesto de que la especulación en un título o mercancía es un "juego limpio" con igual esperanza de beneficio o pérdida o, más exactamente, con una esperanza de beneficio igual a cero, estaría bien en el camino de dibujar el comportamiento de los precios especulativos como un recorrido aleatorio" ("Price Movements...", ob. cit., p. 8).

generado aleatoriamente, donde por "ruido" se quiere decir factores psicológicos, y de otro tipo, peculiares de los diferentes individuos que determinan los tipos de "apuestas" que quieren hacer en las diferentes compañías" (142). Sin embargo, la experiencia diaria demuestra que esto no es cierto; quizás sea la bolsa el mejor barómetro del acontecer político y económico. Esta alternativa queda, por tanto, rechazada.

Las restantes alternativas de explicación giran, en cierto modo, sobre algo tan "fundamentalista" como el concepto de valor intrínseco. Como ya se expuso, el análisis fundamental parte de la idea de que todo título tiene un determinado valor teórico dependiente de las circunstancias de la empresa emisora y, a través de esta, de las circunstancias generales del medio económico, político, social etc. En especial, estos analistas hacen incapié en la capacidad generadora de

---

(142) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 36



renta, del título de que se trate, y de su riesgo, si bien, a través de estos, influyen en la determinación de ese valor teórico (o "real" según el sentido) factores tales como los problemas sindicales de la empresa, la capacidad de sus directivos, su mercado, etc., de manera que toda información concerniente a esos factores (internos o externos a la empresa emisora) se verá reflejada en dicho valor y, a través de este, en el precio de mercado, que no constituye sino la estimación que los inversores hacen de aquel. Para los fundamentalistas, dados los escasos conocimientos técnicos que tienen la mayor parte de los que participan en el mercado, transcurrirá un cierto periodo de tiempo en el cual el precio, a resultas del proceso de aprehensión de la nueva información por parte del mercado, irá ajustándose hasta alcanzar su nuevo valor intrínseco. Por tanto, el analista conocedor de tal información y capaz de interpretarla, podrá aprovecharla en su beneficio y/o en el de sus clientes. Obviamente, si el valor intrínseco resultante de tal información es superior al precio de mercado, se deberá comprar. En caso contrario, se

deberá vender (143). Pues bien, Taussig, en 1921, dedicó todo un artículo (144) a comentar que, dada la gran cantidad de factores a tener en cuenta y la incertidumbre del mundo real, no es posible determinar con exactitud el valor intrínseco, no ya por un individuo, sino ni aún por el concurso, reflejado en el precio de mercado, de todo el conjunto de los participantes en el mismo. En consecuencia, el precio de cualquier título fluctuará en una "penumbra" alrededor de dicho valor. La zona de penumbra se encontrará limitada por unos precios

---

(143) Evidentemente, como ha(n) destacado la(s) moderna(s) teoría(s) de equilibrio en el mercado de valores, el problema no es tan simple. En el precio de un título influyen no solo los hechos relativos directamente al mismo, sino también los referidos a otros títulos alternativos. Se impone, por tanto, sustituir el concepto de "valor intrínseco" por otro como podría ser el de "precio de equilibrio". No obstante, se continuará utilizando la denominación tradicional. La interpretación que se le dé es, además, de momento, intrascendente. Lo sustancial es retener el concepto abstracto de "valor intrínseco" de un título como resultado de una evaluación, fruto de la información relativa a un conjunto de hechos y circunstancias trascendentes para aquel.

(144) F.W. Taussig: "Is Market Price Determinate?", Quarterly Journal of Economics, mayo 1921, pp. 394-411.

Si bien Taussig no refirió sus ideas al caso exclusivo del mercado de valores, es a éste al que, posteriormente, fueron específicamente aplicadas por diversos autores.

suficientes para que la desviación del "precio" respecto del "valor", sea lo bastante amplia como para que la acción de los especuladores atentos a la marcha del mercado provoque una reacción o, al menos, una detención. La incertidumbre existente en relación con el "valor" del título explica, así, parte de las variaciones de "precios", a corto y muy corto plazo, que no son provocadas por ninguna nueva información con influencia en los mismos. Otras variaciones no derivadas de esta, son las que Taussig atribuye a los manipuladores del mercado, quienes actúan comprando y vendiendo esperando, así, inducir a los demás inversores a la realización de nuevas compras y ventas, tratando con ello de que los precios se alejen del equilibrio para aprovechar la diferencia "comprando barato" o "vendiendo caro". Tanto los movimientos de precios producidos dentro de la penumbra, como consecuencia de la incertidumbre existente en relación al valor intrínseco, como los generados por la acción indiscriminada de los manipuladores, se producirán aleatoriamente en su dimensión y en el tiempo, asegurándose la independencia de aquellos.

La teoría de la "penumbra" de Taussig fué traída a colación por los autores deseosos de presentar una explicación del comportamiento observado en los precios (145). Sin embargo, restaba por explicar la independencia de los movimientos de precios producidos por la generación de nueva información. Tal explicación vino de la mano de Working, quien, en 1958 (146), expuso una teoría según la cual los precios dependen, en primer lugar, de la oferta y la demanda. Estas, a su vez, las fijan los inversores en función de sus expectativas en relación al futuro de los distintos títulos. Tales expectativas se determinan, en fin, en función de la información de que disponen los inversores. De este modo, cualquier noticia que llega al mercado, y que puede influir en las expecta

---

(145) Véase, por ejemplo:

- A.B. Larson: "Measurement...", ob. cit., p. 315.
- B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit., p. 410.
- A.B. Moore: "Some Characteristics...", ob. cit., pp. 150 y 152.

(146) H. Working: "A Theory of Anticipatory Prices", *American Economic Review*, mayo 1958, pp. 168-199. Algunas ideas de este artículo se encontraban ya en su trabajo: "New Ideas...", ob. cit.

tivas de los inversores, se refleja instantáneamente en los precios. Con esta base, bastaría que la información se generara aleatoriamente para que los movimientos de precios producidos por la misma, fueran también aleatorios.

Sustituyendo en la exposición de Working, la denominación "precio de equilibrio" entre oferta y demanda, por la equivalente, de "valor intrínseco", se observará su complementariedad con la posición de la "penumbra de Taussig". De la confluencia de ambos enfoques se obtendría un mecanismo de mercado en el que se darían dos tipos de variaciones de precios: la derivada de los ajustes de los mismos a la información relativa a hechos que modifican los valores intrínsecos de los títulos, y la provocada por la incertidumbre que envuelve a estos y que redundaría en la existencia de una zona de "penumbra" en torno a ellos. Este mecanismo de explicación fue defendido por Osborne en 1959 (14). Su posición, en cierto

---

(14) M.F.M. Osborne: "Brownian Motion....", ob. cit.

sentido, sostenida ya, aunque vagamente, por Bachelier (148), vendría a significar, en palabras de Fama, que "si los sucesivos bits de nueva información llegan independientemente en el tiempo, y si el ruido o la incertidumbre concerniente a los valores intrínsecos, no siguen una pauta consistente, entonces las sucesivas variaciones de precio de una acción, serán independientes" (149).

Por otra parte, de la combinación del enfoque de Working con el propuesto por Roberts en 1959 (150), surgirá el expuesto por Cootner en 1962 (151). Roberts, siguiendo algunas ideas de Taussig, aunque con mayor concreción que aquel, justificó la independencia de los movimientos de precios en base a la competencia entre los participantes del mercado. Es

---

(148) L. Bachelier: "Theory ....", ob. cit.

(149) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 37

(150) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns....", ob. cit.

(151) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit.

ta hará que se elimine cualquier beneficio por encima del mínimo requerido para inducirles a continuar en el mismo y, así, "si el mercado se comportara como una rueda de ruleta mecánicamente imperfecta, la gente notaría las imperfecciones y, actuando sobre ellas, las haría desaparecer" (152). Con la base de estos trabajos, Cootner planteó una visión del tema basada en la idea de que "el mercado bursátil es un mercado organizado, altamente competitivo... un mercado perfecto" (153) (o, con otras palabras, un mercado eficiente). En tal caso, "aunque los compradores individuales o vendedores pueden actuar con ignorancia tomados como un todo, los precios de tal mercado reflejarán la mejor evaluación del conocimiento disponible en cada momento. Si cualquier grupo sustancial pensara que los precios son demasiado bajos, sus compras forzarían los precios al alza. La inversa también sería cierta para los compradores... En este ámbito, las únicas variaciones de pre

---

(152) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns...", ob. cit., p.7.

(153) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit., p. 25.

cio que podrían ocurrir serían las resultantes de nueva información. Dado que no hay razón para esperar que la información no sea aleatoria en su aparición, las variaciones de periodo a periodo, del precio de un valor, deberían ser movimientos aleatorios, estadísticamente independientes entre sí. El nivel de los precios, bajo estas condiciones, describiría lo que los estadísticos denominan un recorrido aleatorio, y los físicos un movimiento browniano" (154). En tal caso, señalaba Cootner empleando el ejemplo utilizado por Roberts, "nada se puede aprender sobre el futuro observando las series de precios.... Mejor se podría pasar el tiempo analizando los resultados de una rueda de ruleta perfecta" (155).

Cootner (156) planteó además un mecanismo de precios que viene, de algún modo, como señaló Mandelbrot (157), a

---

(154) Ibid.

(155) Ibid.

(156) Ibid.

(157) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit., p. 410.



coincidir con el de la "penumbra" de Taussig. Según este mecanismo, que algunos autores (158) denominarían, con poca fortuna, "recorrido aleatorio mixto", cabe distinguir dos grupos de inversores. El primero lo forman todos aquellos "que están empeñados en otras ocupaciones en las que tienen una ventaja comparativa, de forma que les es muy costoso, al menos en términos de coste de oportunidad por unidad de información relevante no cubierta, dedicar tiempo a la investigación relevante del mercado. Como resultado, tienden a aceptar los precios actuales como verdaderas representaciones de las auténticas diferencias de valor, y escogen entre los títulos fundamentalmente sobre la base de sus actitudes hacia el riesgo" (159). El otro, está constituido por aquellos especuladores que están especializados en el análisis del mercado de valores, y que, "como profesionales,... tienen una idea de lo que va a ocurrir"

---

(158) Por ejemplo, A.G. Kemp y G.L. Reid en "The Random Walk Hypothesis and the Recent Behavior of Equity Prices in Britain", *Economica*, v. 38, febrero 1971 (pp. 28-51), pp. 29 y 30.

(159) P.H. Cootner: "Stock Prices...", *ob. cit.*, p. 26.

en el futuro, pero no pueden beneficiarse de ello a menos que el precio corriente se desvie lo suficiente del esperado para cubrir sus costes de oportunidad. Sus beneficios se derivarán de la observación del recorrido aleatorio de los precios de los activos, producido por los no profesionales, hasta que el precio se encuentre suficientemente lejos del precio esperado como para justificar la perspectiva de un rendimiento adecuado" (160). Sin embargo, "la competencia entre estos profesionales tenderá a restringir el beneficio potencial" (161). Es decir, tal competencia impedirá que el precio se aleje demasiado del valor intrínseco, por lo que aquel se moverá siempre entre unos límites imprecisos, dando todo ello lugar a un "recorrido aleatorio con barreras reflectantes" (162). Este enfoque conduce, por tanto, a una "penumbra a la Taussig" (163).

---

(160) Ibid., p. 27

(161) Ibid.

(162) Ibid.

(163) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit., p. 410.

A la delimitación del modelo de mercado en que se daría la TTA, esto es, a la definición de las condiciones existentes en los mercados de valores que probocaban tal comportamiento en las series de precios, contribuyeron también las aportaciones realizadas por Fama en 1965 (144). Este autor vino a señalar, en contra del modelo de Osborne, que "el mercado de valores puede conformarse al supuesto de independencia del modelo de recorrido aleatorio incluso cuando los procesos generadores del ruido (145) y de la nueva información son en sí mismos dependientes" (146). Así, puede ocurrir que una persona arrastre a los inversores a una falsa opinión sobre un determinado título. Esto, en principio, distorsionaría el ruido nacido de la incertidumbre y del desacuerdo entre los inversores.

---

(144) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit.

(145) Fama denominó "ruido" al movimiento de precios derivado de la "incertidumbre o desacuerdo concerniente a los valores intrínsecos" (p. 36).

(146) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 39.

haciendo que el precio siguiera una tendencia, alejandole del valor intrínseco, hacia el valor derivado de tal opinión,"produciéndose "burbujas" en las series de precios, esto es, periodos de tiempo durante los cuales la acumulación del mismo tipo de ruido hace que el nivel de precios se aparte, por encima o por debajo, del valor intrínseco"(167). Sin embargo, "si hay muchos negociadores sofisticados.... podrán reconocer las situaciones en que el precio de una acción está comenzando a superar su valor intrínseco. Dado que esperan que el precio vuelva hacia su valor intrínseco, tendrán un incentivo para vender ese título...."(168), con lo que estos sofisticados especuladores "pueden hacer que estas "burbujas" estallen"(169). Si existe un número suficiente de estos en competencia, "incluso pueden prevenir la ocurrencia de estas "burbujas" y, con ello, evi-

---

(167) Ibid., p. 38.

(168) Ibid.

(169) Ibid.

tarlas. Además, la "efectividad de sus actividades de erradicación de dependencia en las series de variaciones de precios puede..... verse reforzada por... la del analista técnico astuto" (170) quien, una vez que ha comprendido la naturaleza de las dependencias, puede "identificar... las situaciones en que el precio está comenzando a superar el valor intrínseco". Entonces, con sus ventas contribuirá a que el precio descienda. Si el precio cae por debajo del valor intrínseco, tanto el fundamentalista, estudiando las diferencias entre ambos, como el técnico, analizando dependencias, harán, con sus compras, que el precio ascienda de nuevo. Es así que, aún cuando "no hay razón suficiente para esperar que las estimaciones de los valores intrínsecos realizadas por cada individuo sean independientes de las estimaciones hechas por los otros" (171), "existen mecanismos en el mercado que tienden a producir la independen

---

(170) Ibid.

(171) Ibid., p. 37.

cia de las variaciones de precios" (112).

Tampoco existe una "razón suficiente para esperar que los sucesivos "bits" de nueva información sean generados independientemente a lo largo del tiempo. Por ejemplo, las buenas noticias pueden tender a ser seguidas más frecuentemente por buenas noticias que por malas noticias, y estas pueden tender a ser seguidas más a menudo por malas noticias que por las buenas" (113). Si existiera una dependencia, como esta, en el proceso generador de la información, podría redundar en una dependencia de las sucesivas variaciones del precio del título. Sin embargo, esta dependencia constituiría un incentivo para la actuación de los sofisticados especuladores y estos pronto serían los suficientes como para que existiera una alta competencia. Estos especuladores, buscando un beneficio, interpretarían "tanto los efectos en el precio de la nueva in-

---

(112) Ibid.

(113) Ibid.

formación corriente, como la futura información derivada por la dependencia del proceso generador de la misma. De esta forma, las acciones de estos negociadores tenderían a hacer que los cambios de precios fueran independientes" (134). "Más aún, las sucesivas variaciones de precios pueden ser independientes incluso si usualmente existe una consistente vaguedad o incertidumbre en relación con la nueva información. Por ejemplo, si la incertidumbre concerniente a la importancia de la nueva información, causa consistentemente una subestimación por el mercado, de los efectos de la nueva información en los valores intrínsecos, los especuladores astutos podrían, eventualmente, darse cuenta de que sería beneficioso tenerlo en cuenta cuando aparezca nueva información en el futuro" (135), lo que, igualmente, siguiendo los mismos razonamientos ante-

---

(134) Ibid., p. 38

Una nota interesante del trabajo de Fama: "En esencia, la dependencia del proceso generador de la información es, en sí misma, información relevante que el negociador astuto consideraría" (nota 6 al pie de la página 38).

(135) Ibid., pp. 38 y 39.

riores, haría desaparecer tales subestimaciones.

Como se habrá observado, Fama, consciente o inconscientemente, vino a traer a colación, en este trabajo, las ideas más interesantes de los anteriormente comentados. Manejando conceptos de Taussig (movimientos de precios en la "penumbra" -que Fama tradujo por "ruido"- y manipuladores del mercado), Working (ajuste de los precios a la nueva información), Roberts (competencia entre los especuladores) y Cootner (inversores ingenuos y analistas profesionales), para criticar la necesidad de las condiciones de Osborne, brindó no poca claridad al tema planteado. Quedó así delimitado un mercado en el que:

- Existe un elevado número de analistas sofisticados, y profesionales, que se encuentran en fuerte competencia.
- Estos analistas sofisticados harán que el precio de cualquier título refleje su verdadero valor



intrínseco. Este estará, "en sí mismo, en constante estado de flujo pues se ajustará a cualquier nueva información"(176). Por tanto, también lo estará el precio, que descontará automáticamente toda información que influya en dicho valor. La auténticamente nueva información aparece aleatoriamente. La que pueda predecirse en función de otra información anterior, se rá instantáneamente descontada cuando esta última aparezca. Los movimientos de precios producidos por estos ajustes a la nueva información, serán aleatorios. Los especuladores profesionales y analistas sofisticados aprovecharían cualquier tipo de dependencia haciéndola desaparecer. Obviamente, cualquier nueva información llegará con una determinada incertidumbre o vaguedad, por lo que el ajuste instantáneo

---

(176) R.J. Brixton: "The Stock Exchange and Investment Analysis", Unwin University Books, London 1970, p. 400.

tiene dos implicaciones. "En primer lugar, los precios actuales se "sobreajustarán" a los nuevos valores intrínsecos con tanta frecuencia como se "subajustarán". En segundo lugar, el retardo que pueda existir en el completo ajuste de los precios actuales a los sucesivos nuevos valores intrínsecos, será, en sí mismo, una variable aleatoria independiente, algunas veces precediendo a la nueva información que es la base del cambio (esto es, cuando la información es anticipada por el mercado antes de que aparezca) y otras veces siguiéndola" (13).

— Dada la incertidumbre del mundo real, el valor intrínseco de un título no se puede deter

---

(13) E.F. Fama: "The Behavior....", ob. cit., p. 39.



minar con exactitud. "Así, habrá siempre desacuerdo entre los participantes en el mercado en relación con el valor intrínseco del título, y tal desacuerdo dará lugar a discrepancias entre los precios actuales y los valores intrínsecos. En un mercado eficiente, sin embargo, las acciones de los muchos participantes en competencia harían que el precio actual del título oscilara aleatoriamente en torno a su valor intrínseco. Si las discrepancias entre los precios actuales y los valores intrínsecos fueran de naturaleza más bien sistemática que aleatoria, el conocimiento de esto ayudaría a los participantes inteligentes del mercado a predecir mejor la vía por la que los precios actuales se mueven hacia los valores intrínsecos. Cuando existan muchos negociadores inteligentes que intenten obtener ventajas de este conocimiento,...., tenderán a neutralizar tal comportamiento sistemático en

las series de precios. Aunque continúe existiendo incertidumbre en relación con los valores intrínsecos, los precios actuales de los títulos oscilarán aleatoriamente en torno a sus valores intrínsecos"(118). En consecuencia, la actuación de los analistas sofisticados, numerosos y en competencia, "bien comprando y vendiendo por su cuenta o bien influyendo en las decisiones de inversión de los otros"(119) hace que los precios se muevan de forma aleatoria en una reducida penumbra en torno al incierto y fluctuante valor intrínseco.

En definitiva, se trata de un mercado, que se vino a calificar de "eficiente", en el que todos los movimientos de precios -esto es, tanto los producidos por la nueva in---

---

(118) E.F. Fama: "Random Walks in Stock...", ob. cit., p. 56.

(119) E.M. Foster: "Common Stock Investment", Lexington Books, Londres, 1974, p. 73.

formación como los ruidos derivados de la incertidumbre y con  
siguiente desacuerdo existente en relación al monto del valor  
intrínseco- son aleatorios. Como luego se verá, de la matiza-  
ción de estas ideas surgirá el auténtico concepto de mercado  
eficiente tal y como hoy se le conoce. Y es que en la Teoría  
del Mercado Eficiente, como en la del recorrido aleatorio,  
que se viene exponiendo, "la evidencia empírica...existió an-  
tes de que la teoría apareciera. Es decir, primero se descu-  
brieron los resultados empíricos y entonces se hizo un inten-  
to de desarrollar una teoría que posibilitara la explicación  
de estos resultados. Tras estos acontecimientos iniciales, se  
descubrieron tanto nuevos resultados como nuevas teorías"  
(180).

Una observación para terminar este epígrafe. A la  
TRA se le ha criticado por defender la independencia de los

---

(180) E.F. Fisher y R.J. Jordan: "Security Analysis and Port-  
folio Management", Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs,  
1975. p. 438.

precios bursátiles respecto a los acontecimientos económicos, políticos o sociales. Como se habrá podido observar, nada está más lejos de la realidad. "La existencia de aleatoriedad en las variaciones de precios no implica que los precios de los títulos no tengan relación alguna con los hechos del mundo real, sino solo que los inversores no cometen errores sistemáticos al estimar esos hechos" (181). Es más, "cuando los expertos estadísticos hipotetizan que el curso de los precios de los títulos describe un recorrido aleatorio o un movimiento browniano, no quieren decir que un estudiante del tema no pueda predecir las variaciones de los precios. Ellos, simplemente, quieren decir que no es posible predecir el futuro en base, tan solo, a la historia pasada. Supóngase, por ejemplo, que, tal como Miller y Modigliani argumentan, los precios son flujos de caja descontados. Entonces, claramente, cualquier información sobre los futuros flujos de caja de una compañía, que una persona posea, le permitirá mejorar sus predicciones

---

(181) P.H. Cootner: "The Random....", ob. cit., p. 80.

de precios" (182). Queda así salvaguardada la utilidad del análisis fundamental, en un mercado en que se cumpla la TRA, siempre que se base en información que no sea pública, pues, cuando tal información se difunda, quedará inmediatamente reflejada en los precios, con lo que dejará de ser útil para realizar predicción alguna, dado que, con su descuento por el mercado, el precio corriente pasará a ser una estimación insesgada de tal valor intrínseco.

---

(182) Ibid.

5- DELIMITACION DE LA HIPOTESIS DE INDEPENDENCIA DE LOS MOVIMIENTOS  
DE PRECIOS. MARTINGALAS, SUBMARTINGALAS Y RECORRIDOS ALEATORIOS.

La evidencia acumulada hasta entonces, permitió a Fama concluir, en 1965, que el modelo de recorrido aleatorio "puede ser aceptable aunque no refleje los hechos exactamente. Así, aunque las sucesivas variaciones de precios puedan no ser exactamente independientes, el actual grado de dependencia parece ser tan pequeño como para no ser importante" (13). Se comenzó a aceptar así la TRA aún cuando la independencia no fuera estadísticamente perfecta. Es más, puesto que era necesario llegar a delimitar un nivel mínimo de dependencia por encima del cual se pudiera considerar que la TRA no constituiría una descripción adecuada de la realidad, se ofreció como condición general del recorrido aleatorio el que "la historia pasada de una serie de variaciones (en los precios) no pueda ser usada para predecir las futuras variaciones de

---

(13) E.F. Fama: "Random Walks in...", ob. cit., p. 56.



forma significativa" (114). Como criterio "siempre práctico" para determinar cuando las predicciones son significativas, y debe rechazarse, por tanto, la hipótesis del recorrido aleatorio, se fijó "el que la dependencia pueda hacer que los beneficios esperados de alguna regla mecánica de negociación, sean superiores a los correspondientes a una simple política de compra y mantenimiento" (115). Hubo, sin embargo, autores que conceptualizaron la TRA desde un punto de vista matemáticamente riguroso. Con todo ello se produjo un cierto confusionismo terminológico; con las mismas palabras se denotaban conceptos diferentes. De ahí que se intentara una delimitación de dos visiones o hipótesis de la independencia defendida por la TRA. Desde el punto de vista del inversor, "el modelo de recorrido aleatorio es válido en la medida en que el conocimiento del pasado comportamiento de las series de variaciones de precios no pueda utilizarse para incrementar los beneficios

---

(114) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and...", ob. cit., p. 226

(115) Ibid.

esperados. Más específicamente, el supuesto de independencia es una descripción adecuada de la realidad en la medida en que el grado actual de dependencia de las series de variaciones de precios no sea suficiente como para permitir que la historia pasada de las series pueda ser utilizada para predecir el futuro de forma que haga que los beneficios esperados sean superiores a los que se obtendrían bajo un ingenuo modelo de compra y mantenimiento" (186) En términos estadísticos, la independencia significa, según exponía Fama en 1965, "que la distribución de probabilidad de la variación de precio habida durante el periodo de tiempo "t" es independiente de la secuencia de las variaciones de precios habidas durante los periodos anteriores. Esto es, el conocimiento de la secuencia de las variaciones de precios anteriores al periodo de tiempo "t" no es de ninguna ayuda para determinar la distribución de probabilidad de la variación de precio habida durante el pe

---

(186) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., p. 35.

riodo de tiempo " $t$ " (187). Esta dualidad, entre el concepto estadístico de recorrido aleatorio y el que es propio de los inversores, perdería interés con el desarrollo y definición, entre los investigadores del mercado de valores, de la teoría de los procesos estocásticos y el concepto riguroso de "fair game".

Pero las dificultades no terminan ahí. Así, dentro de lo que se dió en llamar, con poca fortuna, concepto o argumento "económico" del recorrido aleatorio, para distinguir lo del "estadístico" (188), frente a la postura tradicional que empleaba como estrategia comparativa la de compra y mantenimiento, algunos autores han defendido la utilización, en su lugar, de la estrategia del "reequilibrio" (189), denominada así por Evans, en 1968 (190), y consistente "en invertir igual

---

(187) Ibid., p. 35.

(188) Véase, por ejemplo, de P.L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns and the Random Walk Theory", Journal of Finance, v. 26, n° 1, marzo 1971 (pp. 11-30), p. 11.

(189) "Rebalancing Strategy".

(190) J.L. Evans: "The Random Walk Hypothesis, Portfolio Analysis and the Buy-and-Hold Criterion", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, septiembre 1968, pp. 327-342.

les cantidades de dinero en todos los títulos al principio del primer periodo y, periódicamente, revisar la cartera para mantener las proporciones iguales. Para conseguir este objetivo, el gestor de la cartera debe vender parte de todo título que haya experimentado un alza superior a la media y comprar parte de aquellos títulos que hayan tenido un comportamiento inferior a la media" (191). La utilización de esta estrategia, como alternativa de comparación para juzgar la aproximación de la evidencia empírica a la TRA, se defendió sobre la base de que, si se dá esta teoría, "el rendimiento esperado de una cartera sometida a la compra y mantenimiento, será siempre superior o, al menos, igual, al rendimiento esperado de una cartera sometida a la estrategia del reequilibrio" (192), como argumentaron y trataron de demostrar Chen y Deets (193).

---

(191) E.F. Renshaw: "The Random Walk Hypothesis, Performance Management, and Portfolio Theory", *Financial Analyst Journal*, v. 24, marzo-abril 1968, pp. 114-119.

(192) P.L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns...", *ob. cit.*, p. 11.

(193) *Ibid.*

Esta posición, sin embargo, rebatida por Jen (194), no llegó a tener apenas aceptación.

En cuanto al punto de vista rigurosamente estadístico, al confucionismo existente contribuyó la falta de acuerdo entre los distintos autores en cuanto a la variable a que debe aplicarse la hipótesis de aleatoriedad. Así, como se vió, Bachelier (195) y otros autores posteriores (196) estudiaron la independencia existente entre las primeras diferen

---

(194) F.C. Jen: "Multi-Period Portfolio Strategies", en J.L. Bicksler (ed.): "Methodology in Finance-Investments", Lexington Books, Londres, 1972, pp. 207-227.

(195) L. Bachelier: "Theory...", ob.cit.

(196) Kendall ("The Analysis...", ob.cit., p.13) señalaba como "la decisión de usar las primeras diferencias en vez de las series originales, no fué arbitraria. Cuando se fija un precio en un mercado libre, ambas partes saben cual fué el precio de las transacciones anteriores y usan aquel precio como punto de partida para la negociación. Es la variación, no el valor absoluto, lo que constituye el elemento fundamental de la determinación del precio. Se puede pensar en excepciones, quizás, pero, en las mercancías a que me estoy refiriendo, no son relevantes".

cias de los precios sucesivos. Sin embargo, Osborne (197) ana  
lizó, no las diferencias que hay entre los precios, sino la exis  
tente entre sus logaritmos; posición esta que en lo sucesivo  
fué seguida por la mayoría de los autores. Mandelbrot (198)  
criticó a Bachelier, la utilización, como variables, de las  
primeras diferencias entre los sucesivos precios. Trás deno-  
minar  $Z(t)$  al precio de un título al final del período de tiem  
po " $t$ " y recordar que el modelo de Bachelier supondría que las  
sucesivas diferencias de la forma

$$Z(t+T) - Z(t)$$

son variables aleatorias independientes y distribuidas normal  
mente con media nula y varianza proporcional al intervalo de  
diferencia " $T$ ", comentaba este autor:

---

(197) M.F.M. Osborne: "Periodic Structure...", ob. cit.

(198) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.

"El simple modelo de Bachelier implícitamente supone que la varianza de las diferencias

$$Z(t+T) - Z(t)$$

es independiente del nivel de " $Z(t)$ ". Hay razones, sin embargo, para esperar que la desviación típica de " $\Delta Z(t)$ " será proporcional al nivel de precios y, por esta razón, muchos autores modernos han sugerido que el supuesto original de incrementos de " $Z(t)$ " independientes, sea reemplazado por el supuesto de incrementos independientes y gaussianos de  $\lg_e Z(t)$ " (199).

Como se hizo notar, las primeras diferencias entre los sucesivos logaritmos de los precios de un título son casi

---

(199) Ibid., p. 394.

equivalentes a los tantos por uno de las variaciones porcentuales entre esos precios. De ahí que Cootner señalara que el análisis de las diferencias en los logaritmos, en lugar de en los precios, "equivale, aproximadamente, a la proposición de que los inversores del mercado están interesados en las variaciones proporcionales en el valor de los títulos, más que en los valores absolutos" (200). De este punto de vista se pasó a considerar, no ya la independencia en los movimientos porcentuales de precios, sino, lo que viene a ser equivalente, la independencia entre las tasas de retorno generadas, en los sucesivos periodos de tiempo, por los títulos-valores. Tal equivalencia se debe a que en la mayor parte de los análisis realizados, al calcular las tasas de retorno, se hizo abstracción de los dividendos y demás rentas líquidas.

En definitiva, denominando " $P_t$ " al precio de un título al final del periodo " $t$ ", los diferentes autores han

---

(200) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 82.



analizado la independencia existente en los movimientos de las siguientes variables:

$$P_t$$

$$\log P_t$$

(5.1)

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Algunos autores consideraron, dentro de las tasas de retorno, no solo las plusvalías, sino también las rentas líquidas (dividendos, importe de los derechos de suscripción, etc.). Para ello, en general, procedieron, bien ajustando los precios para incluir tales rentas, o bien considerándolas en la expresión de la tasa " $R_t$ ", del siguiente modo:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + d_t}{P_{t-1}}$$

siendo " $d_t$ " el importe de las rentas generadas, por el título

de que se trate, en el periodo " $t$ ". Obviamente, esta última formulación parte del supuesto de que " $d_t$ " se genera al final del periodo de tiempo " $t$ ".

La falta de homogeneidad metodológica contribuyó, así, a complicar un modelo que, en principio, venía a señalar, simplemente, que las pasadas variaciones de precios no son de ninguna utilidad para predecir las futuras. El confusionismo existente resultó aumentado al utilizarse, para describir el comportamiento de las variables definidas, distintos tipos de procesos estocásticos según los diversos autores. Para el estudio de la independencia de los movimientos de los precios, interesa conocer dos clases de procesos estocásticos: las submartingalas y las martingalas.

Se dice que la secuencia de " $X_t$ " sigue una submartingala con respecto a la secuencia de información " $I_t$ " si se cumple que:

$$E(X_{t+1} / I_t) \geq X_t \quad \text{para todo } t = 1, 2, \dots \quad (5.3)$$

esto es, si el valor esperado de la variable en el próximo momento, dada la información actual, es mayor o igual que el valor actual de dicha variable.

Al considerar en " $I_t$ " los valores tomados por la variable en el momento actual (" $t$ ") y en todos los anteriores (" $t-1, t-2, \dots$ "), la expresión anterior podría presentarse como sigue:

$$E(X_{t+1} / X_{t-k}, k \geq 0) \geq X_t \quad (5.4)$$

La variable considerada seguirá una martingala si las expresiones anteriores se cumplen solo como igualdades; esto es, si:

$$E(X_{t+1} / I_t) = X_t \quad \text{para todo } t = 1, 2, \dots \quad (5.5)$$

con lo que, en el caso en que:

$$I_t = \{x_1, x_2, \dots, x_t\} \quad (5.6)$$

quedaría la expresión:

$$E(x_{t+1} / x_{t-k}, k \geq 0) = x_t \quad (5.7)$$

En el modelo de recorrido aleatorio, estrictamente hablando, se considera, no solo la propiedad de independencia, sino también la constancia en la distribución de las variaciones de la variable considerada. Así, por ejemplo, si se toma como variable el precio de un título, se dirá que este sigue un recorrido aleatorio si sus variaciones, en primer lugar, son independientes y, en segundo lugar, están idénticamente distribuidas. Más específicamente, si bien se dará posteriormente una definición más restringida, se puede considerar, de momento, que una variable " $x_t$ " sigue un recorrido aleato

torio si cumple la propiedad de martingala y, además, la función de densidad de sus variaciones es constante, esto es:

$$f(X_{t+1} - X_t) = f(X_t - X_{t-1}) \text{ para todo } t=1,2,\dots \quad (5.8)$$

Pero la literatura sobre la TRA no ha sido siempre tan rigurosa. Ello se ha debido, fundamentalmente, a que la mayor parte de los análisis se han referido, tan solo, a la hipótesis de independencia, considerándose, en muchos casos, que una variable sigue un recorrido aleatorio con solo cumplir tal propiedad. El concepto de recorrido aleatorio, en esta literatura, ha llegado a ser diferente del correspondiente a la definición expuesta y, más aún, diferente según los diversos autores que lo han aplicado. Así, es frecuente, entre ellos, extraer la conclusión de que los precios bursátiles siguen un recorrido aleatorio, sobre la única base de haber obtenido resultados favorables a la hipótesis de martingala de los logaritmos de

los precios.

Por todo ello, más que de la hipótesis del recorrido aleatorio, debería hablarse de las diversas hipótesis de la TRA. Y entre las hipótesis de independencia estudiadas, debe concluirse, con Granger (201), que las tres más importantes son las siguientes:

- a) La secuencia de precios es una martingala; esto es:

$$E(P_{t+1} / P_{t-k} ; k \geq 0) = P_t \quad (5.9)$$

- b) La secuencia de los logaritmos de precios es una martingala; es decir:

---

(201) C.W.J. Granger: "A Survey of Empirical Studies on Capital Markets", en E.J. Elton y M.J. Gruber (eds.): "International Capital Markets", North-Holland, Amsterdam, 1975, (pp. 1-36), p. 4.

$$E(\log P_{t+1} / \log P_{t-k}; k \geq 0) = \log P_t \quad (5.10)$$

c) La secuencia de las tasas de retorno es una submartingala en relación a la información de los precios anteriores. Específicamente:

$$E(R_{t,T} / P_{t-k}, k \geq 0) = s(T) \cdot R_t \quad (5.11)$$

donde "s(T)" es el ratio de rentabilidad normal o esperada en "T" unidades de tiempo ( $s(T) \geq 1$ ) y " $R_{t,T}$ " la tasa de retorno del periodo (t,t+T).

Debe recordarse, sin embargo, que, como, por otra parte, "resulta bastante claro de estas definiciones,... se podría postular cualquier número de otras formas del modelo de recorrido aleatorio y, si aparece la necesidad, probablemente surjan otras versiones" (202).

---

(202) Ibid., p. 4.

Las tres expresiones anteriores pueden también expresarse como sigue:

$$E(P_{t+T} - P_t / P_{t-k}, k \geq 0) = m(T) \quad (5.12)$$

$$E(\log P_{t+T} - \log P_t / \log P_{t-k}, k \geq 0) = l(T) \quad (5.13)$$

$$E(R_{t,T} / P_{t-k}, k \geq 0) = s(T) - 1 = r(T) \quad (5.14)$$

siendo nulos los términos de la derecha de las dos primeras igualdades. Sin embargo, "la posibilidad de que las medias sean diferentes de cero es una simple pero valiosa generalización"

(203). De otro lado, las expresiones anteriores son difíciles

---

(203) Ibid, p. 5

Razonaban Lorie y Hamilton ("The Stock Markets...", ob. cit., p.81) que, dado el riesgo que supone la inversión en títulos valores, en un mercado eficiente se debe modificar "la anterior formulación de que los precios actuales son estimaciones insesgadas de los precios futuros. El aserto más razonable es que los precios corrientes producen tasas de rendimiento que, en la media, serán positivas después de tener en cuenta los impuestos, costes de transacción y otros costes". Además, "no es necesario que los rendimientos esperados de los diferentes títulos sean los mismos. Las tasas de retorno que la gente anticipa tendrían que ser diferentes para los diferentes títulos para que los inversores deseen tenerlos".



de testar directamente y, además, "es prácticamente imposible considerar todas las formas posibles de regresión o relación no lineal. El siguiente paso obvio es autolimitarse a examinar la existencia, o no, de relaciones lineales. Para hacer esto, los modelos se reducen a la consideración de los siguientes tres modelos generadores...." (204)

$$P_{t+T} = P_t + e_{t,T} + m(T) \quad (5.15)$$

$$\log P_{t+T} = \log P_t + \epsilon_{t,T} + l(T) \quad (5.16)$$

$$R_{t,T} = \eta_{t,T} + r(T) \quad (5.17)$$

donde los términos de error ("e", " $\epsilon$ " y " $\eta$ ") son series de "ruido blanco" de media nula, entendiendo por "ruido blanco" la "secuencia de variables aleatorias independientes e idénti

---

(204) C.W.J. Granger: "A Survey...", ob. cit., p. 5

camente distribuidas" (205). Pues bien, las expresiones (5.15) y (5.16) corresponden a recorridos aleatorios en sentido estricto. "Si  $X_t$  se genera por el modelo

$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t + m$$

entonces, se le conoce como un recorrido aleatorio, teniendo en cuenta que " $\epsilon_t$ " es un proceso de ruido blanco de media cero. Si " $m \neq 0$ ",  $X_t$  será un recorrido aleatorio con deriva ("drift") (206).

En cuanto a la hipótesis de independencia de las series de ruido blanco, se suele limitar a la inexistencia de relaciones lineales entre sus términos. "Se podría pedir una condición más restringida, como la de que las series de error sean una secuencia de variables aleatorias estadísticamente

---

(205) C.W.J. Granger y P. Newbold: "Forecasting Economic Time Series", Academic Press, Nueva York, 1977, p. 5

(206) Ibid., p. 38.

independientes, pero esto es.... completamente "intestable"  
y, por tanto, no tiene relevancia empírica" (204).

Como se recordará, en general, los análisis estadísticos que se comentaron en el epígrafe 3, como la mayor parte de los que se presentarán más adelante, resultaron acordes con la hipótesis de independencia lineal. La reacción de los analistas técnicos consistió en señalar que en la evolución de los precios podía no haber relaciones lineales, pero que sí que existían relaciones más complejas, y que ellos, con sus gráficos y reglas, eran capaces de detectarlas. De ahí que, junto a los puros tests de contrastación de hipótesis estadísticas, se realizaran otros tendentes a comprobar directamente la capacidad de las reglas técnicas para generar unas rentabilidades sistemáticamente superiores a las que obtendría un inversor que se limitara a comprar títulos aleatoriamente

---

(204) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 5

y mantenerlos en cartera. Estos tests constituirían, además, las contrastaciones empíricas más directas de lo que, con poca fortuna, se denominó hipótesis o forma económica de la TRA.

Pero la revisión de los tests más importantes que dará para más adelante. Ahora interesa estudiar en algún detalle la que, tras la de independencia, constituye la segunda hipótesis de la TRA: la de la distribución constante de los movimientos de precios (2%).

---

(2%) Aún cuando las variaciones estudiadas, como se ha visto, no siempre se refieren directamente a los precios, se seguirá utilizando la terminología general empleada en la literatura de la TRA. Salvo que se especifique otra cosa, al hacer referencia a los estudios de los movimientos (o variaciones, cambios, etc...) de precios, deben entenderse incluidos tanto los que se refieren, estrictamente, a las variaciones de los precios, como los relativos a los movimientos en sus logaritmos, etc...

## 6- LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LOS MOVIMIENTOS DE PRECIOS

Como ya se sabe, "la teoría del recorrido aleatorio se basa en dos supuestos: (1) las variaciones de precios son variables aleatorias independientes, y (2) las variaciones se adaptan a alguna distribución de probabilidad" (209). Pues bien, la delimitación de cual sea esta distribución tiene trascendencia en sí misma y en relación a la hipótesis de independencia pues "si las distribuciones no fueran normales, la utilización de los métodos estadísticos estandar... aplicados en los análisis de dependencia, serían inválidos" (210).

En relación con este problema, se han defendido dos hipótesis:

---

(209) E.F. Fama: "Mandelbrot and the Stable...", ob. cit., p. 420.

(210) M. Firth: "The Valuation of Shares and the Efficient Markets Theory", The Macmillan Press Ltd., Londres 1977, p. 138.

- La primera mantiene que las variaciones de precio se ajustan a una distribución normal.
- La segunda afirma que la distribución de tales variaciones pertenece al conjunto de las parato-estables, entre las que se incluye la normal, pero sin corresponderse con esta.

La hipótesis "normal" o "gaussiana", como también se la ha denominado en la literatura de la TRA, ha sido defendida sobre la base del teorema central del límite. Esto es, "si las variaciones de precios, de unas transacciones a otras, son variables independientes, idénticamente distribuidas y aleatorias, con varianza finita, y si las transacciones están espaciadas, a lo largo del tiempo, de una manera perfectamente uniforme, el teorema central del límite nos conduce a pensar que las variaciones de precio en diferentes intervalos, tales como un día, una semana, o un mes, estarán normalmente distribuidas, dado que son simples sumas de las variaciones

habidas de transacción a transacción" (211), y dado el elevado número que, de estas, se producen en tales intervalos.

Desde que Bachelier lo utilizó en 1900, y hasta 1963, el supuesto de normalidad fué general, si bien, como se vió, la primera defensa amplia del mismo fué realizada por Osborne en 1959 (212). Kendall (213), Moore (214), Kruizenga (215) y Godfrey, Granger y Morgenstern (216), por otra parte, suministraron evidencia empírica a favor de la que ha dado en denominarse, también, hipótesis o modelo de "Bachelier-~~Osborne~~ne" (217). Como también se recordará, al igual que los relati

---

(211) E.F. Fama: "Mandelbrot and the Stable...", ob. cit., p. 420.

(212) M.F.M. Osborne: "Brownian Motion in...", ob. cit.

(213) M.G. Kendall: "The Analysis...", ob. cit.

(214) A.B. Moore: "A Statistical Analysis of Common...", ob.cit.

(215) R.J. Kruizenga: "Profit Returns from Purchasing...", ob. cit.

(216) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk...", ob. cit.

(217) Véase, por ejemplo, de E.F. Fama: "The Behavior of...", ob. cit., p. 41.

vos a la hipótesis de independencia, estos análisis se refirieron, en unas ocasiones, a las variaciones de precios propiamente dichas y, en otras, a las producidas en los logaritmos de los mismos (218). De ahí que a esta posición se la conozca también como hipótesis "log-normal".

Algunos de los autores que concluyeron favorablemente a la hipótesis de Bachelier-Osborne observaron ya, sin embargo, ciertos alejamientos de la normalidad. Así, Kendall, aún cuando obvió el problema considerando que "no parecía estar sofisticando los datos al omitirlos del cálculo de los momentos" (219), observó que había "siete valores holgadamente

---

(218) Interesa observar que, como se vió, las variaciones producidas en los logaritmos de los precios son, aproximadamente, iguales a las tasas de rentabilidad correspondientes a los periodos a que aquellos se refieren cuando en el cálculo de tales tasas se hace abstracción de las rentas líquidas, y que, como fácilmente se demuestra, si las sucesivas variaciones de precio están idénticamente distribuidas, no lo podrán estar las sucesivas tasas de retorno. La inversa también se cumple: si las sucesivas tasas de retorno están idénticamente distribuidas, no lo estarán las variaciones de precio. La demostración puede verse en la obra de E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit. p. 18.

(219) M.G. Kendall: "The Analysis of Economic...", ob. cit., p. 13.



fuera" (210). Kruizenga, Osborne y Moore, a la vista de los alejamientos existentes, remarcaron el caracter aproximativo de su posición. Así, Kruizenga señaló que "los movimientos de precios... parecen estar distribuidos, aproximadamente, según una distribución log-normal", (221) y Osborne subrayó: las figuras 7 y 8 apoyan, al menos aproximadamente, la conclusión de normalidad.." (222). Moore (223), por su parte, observó que, tanto al alza como a la baja, las grandes variaciones eran, en las distribuciones empíricas, más frecuentes que en la normal. Esta observación había sido hecha antes por Alexander (224), quien, además, acusó a Osborne de no ha

---

(220) Ibid.

(221) R.J. Kruizenga: "Profit Returns from Purchasing...", ob. cit., p. 411

(222) En un trabajo posterior, el propio Osborne afirmaba: "Las diferencias  $|\Delta P|$  no son  $\approx 0$  en los extremos... En efecto, los valores de  $|\Delta P|$  son bastante superiores a la dispersión usual en la vecindad de los extremos ("The Dynamics of Stock Trading", *Econometrica*, v. 33, nº 1, enero 1965, pp. 88-113).

(223) A.B. Moore: "Some Characteristics...", ob. cit., p. 149

(224) S. S. Alexander: "Price Movements in...", ob. cit., p. 16

ber testado rigurosamente la normalidad de la distribución.

"Un test riguroso, por ejemplo, la aplicación de la prueba chi-cuadrado a algunos datos utilizados por Osborne, nos conduciría a restringir fuertemente la hipótesis de normalidad" (225). Aplicado este test, Alexander encontró que la distribución empírica era claramente leptocúrtica (226).

Es así que en estos primeros trabajos se observó ya la presencia de tres características complementarias en las distribuciones empíricas:

- Las distribuciones eran más apuntadas que la normal, esto es, en un cierto intervalo en torno a la media, existían más observaciones que las que hubieran correspondido a una distribución normal.

---

(225) Ibid.

(226) Ibid, p.16 y 17 (tabla 3).

- En los intervalos inmediatos al anteriormente mencionado (a ambos lados), existían menos observaciones que las que hubieran correspondido a la distribución normal.
- Las colas de las distribuciones empíricas resultaban más gruesas que las de la normal.

En definitiva, las distribuciones empíricas estandarizadas (21) tenían un aspecto semejante al de la distribución que, junto a la normal de media cero y desviación típica igual a uno, se recoge en la figura número 1 (ésta en trazo más grueso).

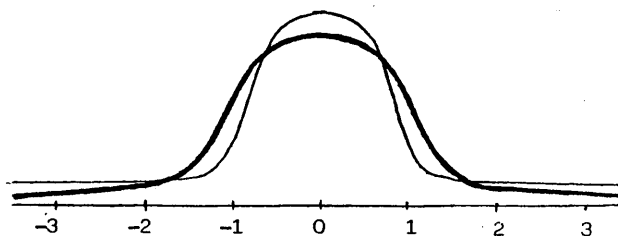


FIGURA 1: DISTRIBUCIONES UNI-NORMAL Y EMPIRICA (varia  
ble estandarizada).

---

(21) Esto es, en número de desviaciones típicas respecto a la media.

A estas desviaciones respecto a la normalidad se les dieron razones diversas. Así, Cootner (228) explicó el grosor de las colas (esto es, el que las frecuencias relativas, en los dos extremos de las distribuciones empíricas, fueran superiores a las correspondientes a la distribución normal) y la leptocurtosis (apuntamiento central), mediante su, ya conocida, teoría del recorrido aleatorio con barreras (229). Fama (230) discutió dos posibles hipótesis como vías de explicación de estos resultados. La primera consistiría en pensar "que la distribución de las variaciones del precio resulta, actualmente, de una mezcla de varias distribuciones normales

---

(228) P.H. Cootner: "Stock Prices: Random...", ob.cit., p. 30

(229) Decía Cootner (p. 30) que, "si las series fueran un recorrido aleatorio simple, la distribución de las variaciones de precios, en intervalos sucesivamente más largos, se acercaría más y más a la normal, pues el teorema central del límite se haría más y más aplicable. Así, si la hipótesis del recorrido aleatorio fuera correcta, la curtosis sería cercana a 3 en intervalos semanales y se acercaría más y más a 3 a medida que el tiempo aumentase. Si la hipótesis de las barreras reflectantes.... fuera correcta, la curtosis sería superior a 3....".

(230) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., pp. 55 y ss.

con, posiblemente, la misma media, pero con varianzas sustancialmente diferentes" (231), y la segunda surgiría de la posibilidad de que "la distribución de las variaciones de precio, en algún punto del tiempo, sea normal, pero que, a lo largo del tiempo, los parámetros de la distribución cambien" (232). Press (233), siguiendo una vía semejante a la de Fama, defendió la alternativa de que tal distribución aparezca mediante una mezcla de Poisson de distribuciones normales. Y no se agotaron aquí las posibilidades; otros autores propusieron otras alternativas (234). Pero, al margen de que sea una u otra la causa de los desplazamientos respecto a la normalidad, lo verdaderamente importante, como señalaba Fama (235) es ver

---

(231) Ibid, p. 55

(232) Ibid., p. 53

(233) S.J. Press: "A Compound Events Model for Security Prices", Journal of Business, v. 40, nº 3, julio 1968, pp. 317-335.

(234) Al lector interesado en el punto de vista fundamentalista, puede resultarle útil el trabajo de F.B. Renwick: "Theory of Investment Behavior and Empirical Analysis of Stock Market Price Relatives", Management Science, v.15, nº 1, septiembre 1968, pp. 57-71.

(235) E.F. Fama: "The Behavior...", ob.cit., pp. 58 y 68.

si existe una alternativa estadística operativa, a la hipótesis de la normalidad (236).

Mandelbrot, en 1963 (237), señaló que, mejor que con la distribución normal, el comportamiento de las variaciones en los logaritmos de los precios podía explicarse utilizando las distribuciones pareto-estables no normales. Dado que este enfoque permite explicar tanto los valores centrales como los extremos de las series observadas, no tiene sentido, vino a señalar Mandelbrot, el utilizar otra posición alternativa que no explique sino parte de los datos y obligue a excluir otra parte de ellos. La función característica de estas

---

(236) Los resultados empíricos de Fama ("The Behavior...", ob. cit., pp. 55 y ss.) no respaldaron ninguna de sus alternativas de explicación. Por otro lado, como el propio Fama hizo notar posteriormente ("Efficient Capital...." ob.cit., nota 23 al pie de la p. 399), tales resultados tampoco apoyan la hipótesis de Press.

(237) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.

distribuciones (238), cuyas propiedades matemáticas fueron derivadas, en su mayor parte, por Levy (239) (de ahí que también se las denomine "distribuciones de Levy-Pareto") tienen cuatro parámetros:

- Un parámetro de localización, al que se le denominará " $\delta$ ".
- Un parámetro de escala y dispersión, denominado " $\gamma$ ".

---

(238) Sobre las características matemáticas de estas distribuciones pueden verse:

- B.V. Gnedenko y A.N. Kolmogorov: "Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables", Addison-Wesley Press, Cambridge, 1954, (capítulo 7).
- B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.,
- E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit. (apéndice, pp. 101-105).

(239) P. Levy: "Calcul des probabilités",



- Un parámetro de asimetría, al que se llamará " $\beta$ ".

- Un parámetro (el exponente característico), que puede tomar cualquier valor superior a cero y menor o igual a 2, y al que se denotará por " $\alpha$ ".

Como sintetizaba Fama, "cuando el exponente característico " $\alpha$ " es superior a 1, el parámetro de localización, " $\delta$ ", es la esperanza o media de la distribución. El parámetro de escala " $\gamma$ " puede ser cualquier número real positivo, pero " $\beta$ ", el índice de asimetría, solo puede tomar valores en el intervalo " $-1 \leq \beta \leq 1$ ". Cuando " $\beta = 0$ " la distribución es simétrica. Cuando " $\beta > 0$ " la distribución es asimétrica a la derecha (esto es, tiene una larga cola a la derecha), y el grado de asimetría a la derecha es mayor a medida que mayor sea el valor de " $\beta$ ". De forma similar, cuando " $\beta < 0$ " la distribución es asimétrica a la izquierda y el grado de asi-



metría a la izquierda será mayor según sea menor el valor de " $\beta$ " (240). Entre los cuatro parámetros, el que más interesa ahora es el exponente característico " $\alpha$ " que "determina la altura, o contenido total de probabilidad, de las colas extremas de la distribución... Cuando " $\alpha = 2$ ", la distribución pareto-estable relevante es la distribución normal. Cuando " $\alpha$ " se encuentra en el intervalo " $0 < \alpha < 2$ ", las colas extremas, de las distribuciones pareto-estables, son más altas que las de la distribución normal, con una probabilidad total, en las colas extremas, incrementándose a medida que " $\alpha$ " se aleje de 2 acercándose a 0" (241).

Denomínese " $S(\alpha)$ " a una distribución pareto-estable con exponente " $\alpha$ ". La forma analítica de las funciones de densidad de probabilidad correspondiente a las funciones características conocidas solo se conoce para tres valores

---

(240) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., p. 43.

(241) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", ob. cit., p. 422.

de " $\alpha$ ", incluyendo las distribuciones normal ( $\alpha = 2$ ) y de Cauchy ( $\alpha = 1$ ). Al margen de esto, se conocen cierto número de propiedades, tales como el hecho de que todas las distribuciones estables son continuas y que los momentos absolutos existen hasta el orden " $\delta$ " para todo " $\delta < \alpha$ ". De esto se deduce que para todo " $S(\alpha)$ ", " $\alpha < 2$ ", no existe la varianza, y que si " $\alpha < 1$ ", la media tampoco existe" (242). Por tanto, "la varianza existe (es decir, es finita) solo en el caso extremo en que " $\alpha = 2$ ". La media, sin embargo, existe en tanto se cumpla que " $\alpha > 1$ " (243).

La importancia dada a estas distribuciones para la descripción de las distribuciones empíricas de las variaciones de precios se deriva de dos propiedades de las mis-

---

(242) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 17.

(243) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", ob. cit., p. 422.

mas (244):

- La primera de dichas propiedades, la de la estabilidad o invarianza con la adición, "es tan fundamental en la teoría de la probabilidad que ha llegado a ser conocida, simplemente, como "estabilidad" (245) y significa que "la distribución de las sumas de variables pareto-estables independientes e idénticamente distribuidas, es, en sí misma, estable y, excepto por el origen y escala, tiene la misma forma que la distribución de los sumandos individuales. Más simplemente, la estabilidad significa que los valores de los

---

(244) Una tercera propiedad, que, junto a la de estabilidad, dió nombre a estas distribuciones, es la de que sus colas, para valores de " $\alpha$ " inferiores a 2, siguen la forma asimétrica de la Ley de Pareto. Una exposición rigurosa de tal propiedad puede verse en B. Mandelbrot: "The Variation of...", ob. cit., p. 398.

(245) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit. p. 396.

parámetros " $\alpha$ " y " $\beta$ " permanecen constantes bajo la adición" (246).

- La segunda propiedad es la de que las pareto-estables "son las únicas distribuciones límite posibles para las sumas de las variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas" (247).

Pues bien, como destacaron Mandelbrot (248) y Fama (249), la propiedad de la estabilidad o invarianza a la adición es responsable de gran parte del atractivo de las distribuciones pareto-estables como descripciones de las distribuciones empíricas de las variaciones de precios." La variación de precio...

---

(246) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., p. 43

(247) Ibid., p. 44

(248) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.

(249) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", ob. cit.

en cualquier intervalo, puede ser considerada como la suma de las variaciones habidas, de transacción a transacción, durante el intervalo. Si las variaciones entre transacciones son variables pareto-estables independientes e idénticamente distribuidas, las variaciones diarias, semanales o mensuales, seguirán distribuciones pareto-estables de la misma forma, exactamente, excepto en cuanto al origen y escala. Por ejemplo, si la distribución de las variaciones diarias es normal con media " $\mu$ " y varianza " $\sigma^2$ ", la distribución de las variaciones semanales (o de cinco días) será también normal con media " $5\mu$ " y varianza " $5\sigma^2$ ". Sería muy conveniente que la forma de la distribución de las variaciones del precio fuera independiente del intervalo de diferencia en que se computan las variaciones" (250).

La propiedad mencionada en segundo lugar obliga a concluir, además, que, si tales variables pareto-estables

---

(250) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", ob. cit., p. 424.

-esto es, las variaciones de precios habidas de transacción a transacción- tienen una varianza infinita, sus sumas seguirán, no una distribución normal ( $\alpha \neq 2$ ), sino una pareto-es

Tanto Mandelbrot como Fama, en sus exposiciones teóricas, como es casi general en toda la literatura de la TRA, hablaron de variaciones de precios. Sin embargo, en sus análisis empíricos, utilizaron como variables las variaciones de los logaritmos de los precios y no de estos en sí mismos. Así, Mandelbrot (251) obtuvo conclusiones favorables a su hipótesis analizando los segundos momentos muestrales de las series formadas por las variaciones habidas en los logaritmos de los sucesivos precios del algodón para muestras que oscilaron entre una y 1300 observaciones. A las mismas conclusiones favorables llegó cuando realizó un análisis gráfico para comparar las colas de las distribuciones empíricas con las que

---

(251) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit., pp. 403 y ss.

corresponderían a la distribución normal (212). Fama (213) también realizó análisis gráficos con el mismo objetivo y resultado, pero aplicándolos a los precios de títulos valores. Concretamente, estudió las diferencias entre los logaritmos de los sucesivos precios diarios de cada uno de los 30 títulos computados en el índice "Dow Jones Industrial Average". Tras analizar las tablas de las distribuciones empíricas estandarizadas, en relación a la de la normal (0, 1) (214) y una serie de gráficos en los que representó, en abscisas, las variaciones diarias de los precios y, en ordenadas, los valores correspondientes de la variable normal de media cero y desviación típica u-

---

(212) Cootner ("The Random...", ob. cit.) criticó, sin embargo, el trabajo de Mandelbrot, observando que "el comportamiento pasetiano de las variaciones del precio en plaza del algodón, puede ser resultado de la falta de estacionariedad" de los datos (p. 335). Más aún, señalaba este autor que "para distinguir entre una distribución curtótica y una estable, se requiere que las colas, no solo declinen a una tasa diferente que la distribución normal, sino que deben hacerlo de una manera específica y con unas ciertas probabilidades de desviación respecto de dicha manera" (p. 336), apuntando, además, ciertas contradicciones entre sus resultados y los obtenidos por el propio Cootner ("Stock Prices...", ob. cit.) y Steiger ("Test of Nonrandomness...", ob. cit.) al estudiar el comportamiento del índice de continuidad (p. 337).

(213) E.F. Fama: "The Distribution of the Daily...", ob. cit. Un extracto de este trabajo, junto con nuevas aportaciones, es, como se dijo, el titulado: "The Behavior of Stock-Market Prices" (ob. cit.).

(214) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., pp. 46-51.

nitaria, obteniendo figuras semejantes a una "S" (155), conclu  
yó que "los apartamientos de la normalidad en las distribucio-  
nes de las primeras diferencias de los logaritmos de los pre-  
cios de los títulos, están en la dirección predicha por la hi-  
pótesis de Mandelbrot" (156). Fama, además, observó que las fi-  
guras no se modificaban sustancialmente al considerar, para el  
cómputo de las diferencias, no uno sino cuatro días, lo que a-  
poya la hipótesis de estabilidad (157). Más aún, estimados los  
valores aproximados de " $\alpha$ " para los distintos títulos, utili-  
zando diversos procedimientos (gráficos, análisis de rangos, y  
varianza secuencial) (158) se obtuvieron valores de " $\alpha$ " consis  
tentemente cercanos a 2. En conjunto, pues, los resultados de  
Fama "parecen constituir evidencia concluyente a favor de la hi-  
pótesis de Mandelbrot" (159).

---

(155) Ibid., pp. 51-55.

Si las distribuciones empíricas fueran normales, obvianen-  
te, las figuras resultantes hubieran sido unas líneas rec  
tas.

(156) Ibid., p. 60

(157) Ibid., pp. 60-62

(158) Ibid., pp. 62-68

(159) Ibid., p. 68.



A los tests de Mandelbrot y Fama siguieron otros (260).

(260) Puede verse, por ejemplo:

- M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk Hypothesis...", ob. cit.
- J. Brada y otros: "The Distribution of Stock Price Differences; Gaussian after all", *Operations Research*, v. 14, 1966, pp. 334-340.
- R.L. Hagin: "An Empirical Evaluation of Selected Hypothesis Related to Price Changes in the Stock Market", Tesis no publicada, U.C.L.A., 1966; obra citada por B.D. Fielitz en "Stationarity of Random Date: Some Implications for the Distribution of Stock Price Changes", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 6, junio 1971, v. 6, junio 1971 (pp. 1025-1034), p. 1031.
- F.B. Renwick: "Theory of...", ob. cit.
- H. Blume: "The Assessment of Portfolio Performance", Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1968; citado por E.F. Fama en "Efficient Capital...", ob. cit., p. 399.
- R. Roll: "The Efficient Market Model Applied to U.S. Treasury Bill Rates", Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1968; obra citada por E.F. Fama en: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 400.
- P.D. Praetz: "Australian Share...", ob. cit.
- C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Predictability of Stock Market Prices", Lexington Books, Lexington 1970, (cap. 7).
- L. Fisher y J.H. Lorie: "Some Studies of Variability of Returns on Investment in Common Stocks", *Journal of Business*, v. 43, n° 1, enero 1970, pp. 99-134.
- H.H. Dryden: "A Statistical Study of U.K. Share Prices", *Scottish Journal of Political Economy*, nov. 1970, pp. 369-389.
- B.D. Fielitz: "Stationarity of Random...", ob. cit.
- K. Conrad y D.J. Jütter: "Recent Behaviour of Stock Market Prices in Germany and the Random Walk Hypothesis", *Kyklos*, v. 26, 1973, pp. 576-599.
- A.J. Boness, A.H. Chen y S. Jatusipitak: "Investigations in Nonstationarity in Prices", *Journal of Business*, v. 47, n° 4, octubre 1974, pp. 518-537.
- R.A. Brealey: "The Distribution and Independence of Successive Rates of Return from the British Equity Market", en J.P. Dickinson (ed.): "Portfolio Analysis", Lexington Books, Lexington 1974, pp. 21-41.
- L.P. Jennergren y P.E. Korsvold: "The Non-Random Character of Norwegian and Swedish Stock Market Prices", en E.J. Elton y H.J. Gruber (ed.): "International...", ob. cit., pp. 37-54.

Algunos de ellos resultaron favorables a las hipótesis de Bachelier-Osborne; otros, lo fueron a la de Mandelbrot. El tema es importante, pues, de su resolución en uno u otro sentido derivarían importantes consecuencias. Si las distribuciones de las variaciones de precios fueran "pareto-estables" no normales, "sería posible la regresión lineal pero no por mínimos cuadrados y resultaría difícil de interpretar. Los análisis de correlación y el análisis espectral carecerían de sentido. Puesto que, las distribuciones estables, generalmente, no son disponibles en forma cerrada, las técnicas de máxima verosimilitud son difíciles de aplicar. Dado que ningún hombre racional con una función de utilidad cuadrática invertiría en títulos-valores, la mayor parte del trabajo normativo relativo a la aplicación de enfoques utilitaristas a los mercados especulativos, estaría obsoleto" (24). Otros problemas surgen también del hecho de que estas distribuciones no tengan varianza finita. Se ha propuesto, así, utilizar como medida de la variabilidad, la desvia-

---

(24) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit., p. 196

ción absoluta media e incluso dividir la distribución de las variaciones porcentuales de precios en dos partes; a la parte correspondiente al cuerpo central de tal distribución se le aplicarían las técnicas estadísticas estandard y a las cosas se las consideraría como "variaciones inexplicables" (242).

La situación, sin embargo, no es, ni mucho menos, desesperada. Aún en los tests que resultaron favorables a la hipótesis de Mandelbrot, las desviaciones observadas respecto a la normalidad no fueron, en general, sino muy pequeñas (el valor de " $\alpha$ " rara vez ha resultado inferior a 1.7 y, generalmente se encuentra muy cerca de 1.9). El propio Fama, que en uno de sus procedimientos de cálculo encontró que algunos títulos tenían un valor de " $\alpha$ " de hasta 1.02, concluyó en base a su evidencia: "para grandes muestras y para los valores de " $\alpha$ " encontrados para nuestros títulos, el coeficiente de correlación serial de la muestra parece ser una herra-

---

(242) M. Firth: "The Valuation...", ob. cit., p. 139.

mienta efectiva para testar la independencia serial" (263).

Granger, por su parte, comentaba que "este temor sobre la utilidad de las técnicas estadísticas estandar parece haber sido muy exagerado. Hay poca o ninguna evidencia de que los coeficientes de correlación serial observados, por ejemplo, sean infiables, y lo mismo cabe aplicar al análisis espectral. Tanto las consideraciones teóricas como los estudios de simulación sugieren que las técnicas de mínimos cuadrados funcionan perfectamente bien cuando están presentes ratios de formas cuadráticas de variables aleatorias estables de varianza infinita, siempre que el tamaño de la muestra sea suficientemente grande. Así, los coeficientes de correlación y los métodos de regresión parecen no resultar afectados por las distribuciones de largas colas para muestras suficientemente grandes" (264). Y continuaba señalando que "cuanto más se familiariza uno con las propiedades esta-

---

(263) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., p. 70

(264) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 18

dísticas de las variables aleatorias de varianza infinita, más tranquilo está al utilizar las técnicas estandar" (215). Cootner, por su parte, criticó el enfoque pareto-estable con las siguientes palabras, no exentas de cierto apasionamiento:

"Mandelbrot, como el Primer Ministro Churchill antes que él, nos promete no utopías sino sangre, sudor, fatiga y lágrimas. Si está en lo cierto, casi todas nuestras herramientas estadísticas es tán obsoletas -mínimos cuadrados, análisis espec tral...-. Casi sin excepción, todo el trabajo e- conométrico pasado no tiene sentido... Si nos he mos permitido ser tontos tanto tiempo pensando que el supuesto gaussiano era útil, ¿no es posible que la revolución paretiana sea igualmente

---

(215) Ibid.

ilusoria?" (24).

En cualquier caso, señalaba Firth en 1977, "no se ha encontrado una verdadera solución al problema; en la mayor parte de las investigaciones más recientes se han utilizado las herramientas estadísticas estandar y parece necesario mucho trabajo estadístico antes de que se desarrollen más herramientas relevantes. El principal enfoque, por lo tanto, parece ser el que señala que, si bien las distribuciones de las variaciones de los precios de los títulos no son normales, si son lo bastante cercanas a estas como para que se apliquen las herramientas estadísticas estandar" (25).

Una observación para terminar este epígrafe. En contra de lo que algunos autores han entendido, "el modelo de

---

(24) P.H. Cootner: "Comments on the Variation of Certain Speculative Prices", en P.H. Cootner: "The Fandom Character...", ob. cit., (pp. 333-337), p. 337.

(25) H. Firth: "The Valuation of Shares...", ob. cit., p. 139.

recorrido aleatorio no dice... que la información del pasado no sea de valor para determinar la distribución de los rendimientos futuros. En verdad, dado que las distribuciones se suponen estacionarias en el tiempo, los rendimientos pasados son el mejor cauce de tal información. Lo que sí dice el modelo de recorrido aleatorio es que la secuencia (o el orden) de los rendimientos pasados no tiene transcendencia para la determinación de las distribuciones de los rendimientos futuros" (268).

---

(268) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 337

CAPITULO 2:

DE LA TEORIA DEL RECORRIDO ALEATORIO A LA TEORIA  
DEL MERCADO EFICIENTE



## 1- INTRODUCCION

En base a la TRA, cuya evolución y aspectos principales fueron presentados en el capítulo anterior, surgió la T.E. En las páginas que anteceden, se expuso como, ante el comportamiento que parecían tener los movimientos de precios, nació la necesidad de una explicación económica. Se trataba de encontrar el mecanismo de mercado que daba lugar a dicho comportamiento. Pues bien, así, surgiría el concepto de mercado eficiente, en torno al cual van a girar este capítulo y los restantes.

En el apartado que sigue, se presentan una serie de cuestiones relativas al concepto de eficiencia del mercado. Como se verá, se dice que un mercado es eficiente si los precios formados en el mismo, reflejan de forma correcta -insesgada-, por completo, y en todo momento, toda la información disponible. El que un determinado mercado sea o no eficiente, es algo que deberá contrastarse empíricamente. Pero la definición anterior es demasiado general para ser contrastable. Por ello, con

objeto de poder realizar análisis empíricos, es necesario llegar a un modelo contrastable. A la exposición de la principal vía de formalización, en ese sentido, se ha dedicado el tercer epígrafe de este capítulo.

En el cuarto apartado, se han recogido y comentado las principales condiciones y circunstancias que favorecen la eficiencia del mercado de valores, destacándose aquellas que han recibido un tratamiento más amplio dentro de la literatura de la TME, para, en el siguiente, presentar los distintos niveles o formas de eficiencia que cabe distinguir según cual sea la información que se entienda totalmente reflejada en los precios de los títulos.

El capítulo termina con una delimitación de las relaciones existentes entre la TPA y el concepto de eficiencia del mercado de valores.

## 2- EL CONCEPTO DE MERCADO EFICIENTE

"La hipótesis del mercado eficiente tiene su génesis en la teoría del recorrido aleatorio"(269); nació cuando, ante la evidencia acumulada a favor de esta teoría, comenzó a desarrollarse un intento de explicación económica a tal compor tamiento de los movimientos de precios.

Precisamente, el hecho de que esta teoría aparecie ra con posterioridad a los análisis de aleatoriedad de los no vimientos bursátiles explica el confucionismo y la falta de sistematización observada en los primeros trabajos de la TMA. "Alguna de la confusión de los primeros escritos de recorrido aleatorio es comprensible. La investigación de los precios de los títulos no comenzó con el desarrollo de una teoría de for mación de los precios que fuera , entonces, objeto de tests en

---

(269) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital Markets and Accounting. A Critical Analysis", Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1975, p. 4

píricos. Más bien, el ímpetu por el desarrollo de una teoría provino de la acumulación de evidencia, en la mitad de los años cincuenta y principios de los sesenta, en el sentido de que los precios de las acciones y otros precios especulativos, podrían aproximarse bien por un recorrido aleatorio. En carados a la evidencia, los economistas se sintieron obligados a ofrecer alguna racionalización. Lo que resultó fue una teoría de los mercados eficientes establecida en términos de recorridos aleatorios, pero implicando, normalmente, algún modelo más general de "juego limpio" (24).

Partiendo, así, de la premisa de que "la explicación de la aparente aleatoriedad de los precios de los títulos consiste en comprender el mecanismo del mercado" (25), en 1965, como se recordará, se había llegado ya a lo que podría consi-

---

(24) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 389.

(25) J. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Markets...", ob. cit., p. 79.

derarse una primera delimitación del concepto de mercado eficiente (112). Sobre esta base se ha venido definiendo un mercado ideal en lo que algunos autores han considerado como "una vuelta a la teoría económica de los mercados competitivos" (113). "En un mercado competitivo, el precio de un bien o servicio es tal que la oferta es igual a la demanda agregada. Este precio representa un consenso de los miembros del mercado sobre el verdadero valor, del bien o servicio, basado en toda la información disponible. Tan pronto como resulta disponible una nueva información, es analizada e interpretada por el mercado. El resultado es un posible cambio en el precio de equilibrio existente" (114). "Si los participantes en el mercado llegaran al conocimiento de esta nueva información gradualmente, los cambios de precio serían graduales. Esto implicaría que los cambios de precios no serían independientes. Entonces,

---

(112) Epígrafe 4 del capítulo anterior.

(113) T.R. Dyeleman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p.5

(114) Ibid., p.4

el conocimiento del tamaño y dirección del último cambio implicaría algo sobre el tamaño y dirección del cambio siguiente. Por otro lado, si el ajuste del cambio a la nueva información fuera instantáneo, estos cambios sucesivos de precios serían independientes y aleatorios" (25).

Pues bien, así, de la búsqueda de una justificación económica al comportamiento observado en los precios, a parece el concepto de mercado eficiente, esto es, "un mercado que es eficiente en el procesamiento de la información" (26), un mercado en el que "los precios observados de los títulos, en cualquier momento, están basados en una "correcta" evaluación de toda la información disponible en ese momento. En un mercado eficiente los precios reflejan totalmente la información disponible" (27). Semejante mercado incluye, pues,

---

(25) Ibid., p. 5

(26) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 133

(27) Ibid.

instantáneamente, las consecuencias de los acontecimientos pasados, y refleja precisamente las expectativas expresadas sobre los acontecimientos futuros. Así, el precio de un bien financiero es, en todo momento, una buena estimación de su valor intrínseco. Es totalmente imposible prever las variaciones futuras de este precio, puesto que todos los acontecimientos conocidos o anticipados ya están integrados en los precios actuales; únicamente un acontecimiento imprevisible podrá modificarlos instantáneamente" (28).

Quizás, el concepto más repetido en la literatura de la T.E sea el de "valor intrínseco". Pues bien, el desarrollo de las Teorías de Gestión de Carteras y de Equilibrio en el Mercado de Capitales, obliga a sustituir este concepto, tal y como fué definido por el análisis fundamental más clásico, por el de "precio de equilibrio". En efecto, estas teorías han venido a destacar el papel del riesgo en la toma de

---

(28) E. Jacquillat y B. Solnik: "Mercados financieros y gestión de carteras de valores", Tecnibán, Madrid 1975, p. 22.

decisiones de inversión. Los inversores seleccionan las inversiones en atención a su riesgo y rendimiento, de forma que, en equilibrio, dada la competencia del mercado, la relación entre ambas magnitudes será equivalente para todos los activos. Dado un determinado rendimiento esperado de equilibrio para el nivel de riesgo de un título, su precio se ajustará de modo que sea ese, y no otro, su rendimiento esperado, pues, de resultar este superior al de equilibrio, de acuerdo con la esperanza de rendimiento y riesgo de los demás activos, los inversores dirigirán sus compras hacia ese título con lo que su precio aumentará hasta que su relación rendimiento-riesgo ("performance") se reintegre al equilibrio. La inversa ocurriría si su rendimiento esperado fuese inferior al que, de acuerdo con su riesgo, correspondiese en tal equilibrio; las ventas del título forzarían los precios a la baja hasta que la combinación se situara en el mismo. El hecho, que se discutirá más adelante, de que las condiciones de equilibrio del mercado se puedan establecer en términos de rendimientos esperados, tiene una gran transcendencia para la formalización en términos empíricamente



contrastables, de la TME; pero lo que ahora interesa remarcar es que, si se sigue utilizando la denominación "valor intrínseco", es por seguir la terminología más empleada en la TRA y en la TME, y que debe tenerse en cuenta que en la determinación de tal valor, referido a un título determinado, no solo influyen los hechos, o informaciones, relativas específicamente al mismo sino también los que, dentro de esta concepción de equilibrio dinámico, puedan afectar al rendimiento y al riesgo de otros títulos alternativos. En definitiva, los precios no convergen hacia el valor intrínseco tradicional, entendido como parte alicuota del valor aislado de la empresa emisora, sino hacia su valor intrínseco en el sentido de precio de equilibrio.

En ese sentido, el valor intrínseco de un título (precio de equilibrio del título) cambia, desde luego, como también el valor intrínseco de la empresa emisora (precio de equilibrio de la empresa), a lo largo del tiempo, "como resultado de la nueva información actual, anticipada o reputa-

da" ( ). Si se adopta un concepto de eficiencia absolutamente estricto, en un mercado eficiente, en el que los precios reflejan en todo momento y exactamente, toda la información disponible, el descuento de tal información debería ser instantáneo y perfecto. Pero ni aún la teoría llega tan lejos. En un mundo de incertidumbre, "los precios de las acciones, al incorporar la nueva información, se sobreajustarán o subajustarán inicialmente " ( ). Sin embargo, en un mercado eficiente, "el tiempo utilizado por el precio de la acción para alcanzar al nuevo valor intrínseco, tras la recepción del dato adicional, es una variable estocástica: el proceso de ajuste es el reflejo de la cambiante incertidumbre que existe en la mente de los inversores. Si hay muchos negociadores astutos en el mercado, en la media, los efectos completos de la nueva información en el valor intrínseco de una acción, se reflejarán

---

(14) H. Firth: "Investment Analysis", Harper and Row Publishers, Londres, 1975, p. 304.

(15) Ibid.

instantáneamente; los sobreajustes y subajustes así como el tiempo tomado para los mismos, estaran distribuidos aleatoriamente" (200). "Si el ajuste del precio de mercado a la nueva información fuera "pegajoso", los movimientos de precios serían sistematizados en su ajuste a las variaciones en el valor intrínseco y el recorrido aleatorio no existiría" (201).

Otro tanto cabe señalar en cuanto a las variaciones de precios resultantes, no ya de la generación de nuevos bits de información, sino del propio desacuerdo que, en un mundo incierto, existe entre los participantes en el mercado. La TIE no define un mercado en el que todos los inversores esten de acuerdo en un determinado precio de equilibrio para cada título. Precisamente, la existencia de desacuerdos es lo que posibilita las transacciones. Por tanto, al decir que,

---

(200) Ibid.

(201) J.C. Van Horne: "Function and Analysis of Capital Market Rates", Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1970, p. 163.

en un mercado eficiente, "el precio de mercado de un título puede tomarse como la mejor estimación de su valor intrínseco" (281), no se desea sino destacar el hecho de que, en tal mercado, el precio de cada título oscila aleatoriamente en torno a su valor intrínseco. Como señala Foster, "bajo condiciones de incertidumbre y mercados eficientes, el valor intrínseco de un título no se puede determinar exactamente. En estas circunstancias habrá desacuerdos entre compradores y vendedores en relación al verdadero valor intrínseco y podrán existir discrepancias entre precio y valor. Sin embargo, estas discrepancias deberían ser más bien aleatorias que sistemáticas. Si fueran sistemáticas, los abundantes y sofisticados negociadores aprovecharían este conocimiento y rápidamente eliminarían y neutralizarían tal comportamiento en las series de precios del título. El resultado será que los precios del título oscilarán aleatoriamente en torno a su valor in-

---

(281) Ibid., p. 164.

trínseco" (141). Por tanto, estos especialistas, con su gran preparación y recursos, garantizan el que los los precios no se desvien sustancialmente del valor intrínseco, oscilando a leatoriamente en una pequeña "penumbra" en torno al mismo (142). "Si, por alguna razón, la fluctuación de los precios corrientes del mercado fuera sistemática, un cierto número de participantes del mercado reconocería la existencia de tal pauta en los movimientos de precios y la explotaría. El arbitraje de estos participantes del mercado tendería a eliminar toda fluctuación no aleatoria en el precio y devolvería

---

(142) E.H. Foster: "Common Stock...", ob. cit., p. 71

(143) Evidentemente, estos analistas no actuarían si estuvieran convencidos de la eficiencia del mercado. De ahí, la que Lorie y Hamilton ("The Stock Markets...", ob. cit., p. 98) denominan la "paradoja del mercado eficiente": Para que la hipótesis sea cierta es necesario que muchos inversores no la crean.

a la serie de precios al recorrido aleatorio" (24).

Se ha visto anteriormente como en un mercado eficiente, "puesto que todos los acontecimientos conocidos o anticipados ya están integrados en los precios actuales, únicamente un acontecimiento imprevisible podrá modificarlo instantáneamente"; es decir, al margen de los movimientos aleatorios producidos alrededor del valor intrínseco, como consecuencia de la incertidumbre que hay en relación al mismo y al consiguiente desacuerdo existente entre los inversores, cualquier movimiento de precios se producirá por la llegada al merca-

---

(24) J.C. Van Home: "Function and Analysis of...", ob. cit., p. 164.

Sin embargo, como se verá más adelante, la afirmación de Van Home no es del todo exacta. En un mercado eficiente pueden existir comportamientos no aleatorios de los precios siempre y cuando tales comportamientos no puedan generar, consistentemente, provecho alguno a quien los utilice. Tal es el caso, por ejemplo, de un mercado en el que las grandes variaciones de precios tiendan, sistemáticamente a ser seguidas por más grandes variaciones pero no en una dirección predecible.

do de nuevos bits de información. Esto sugiere una observación que puede ser oportuna ahora. Entre estos bits de información que afectan a los valores intrínsecos de los títulos y, como consecuencia, en un mercado eficiente, a sus precios, se encontraran los provenientes de la evolución de las magnitudes económicas; por ejemplo, los datos que recogen la evolución de la oferta monetaria. Pues bien, es relativamente frecuente la afirmación de que la TME sugiere que no existe relación entre los precios bursátiles y las magnitudes económicas. Nada más erróneo; lo que la TME afirma es que, en un mercado eficiente, no se pueden apreciar relaciones de causalidad entre tales magnitudes y los precios bursátiles, pues el ajuste de estos a aquellas sería instantáneo. Si "se dice que "X" causa "Y" si los valores presente y pasados de "X" pueden ser utilizados para obtener unas predicciones de los futuros valores de "Y" más exactos que los obtenidos utilizando los datos de "Y" (115), se comprenderá la imposibilidad

---

(115) C.W.J. Granger: "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross Spectral Methods", *Econometrica*, v. 37, julio 1969, pp. 424-438; obra citada por J. Kraft en "Determinants of Common Stock Prices: A Time Series Analysis", *Journal of Finance*, v. 32, nº 2, mayo 1977 (pp. 417-425), p. 420.

que existe en un mercado eficiente de utilizar datos pasados y presentes de magnitudes ajenas al mismo, como la oferta monetaria, para realizar predicciones de tales precios. A este respecto, pueden resultar interesantes las conclusiones de J. y A. Kraft, quienes, tras aplicar un análisis de regresión al estudio de las relaciones existentes entre la oferta monetaria y los precios del mercado de valores americano, medidos estos por el índice Standard and Poor 500, en el periodo 1955-1979, señalaron:

"Se confirma la incapacidad de la oferta monetaria para predecir los precios de los títulos y, aunque los resultados sugieran una fuerte relación estadística, no es evidente la existencia de relaciones causales" por lo que tales resultados "tienden a ofrecer un apoyo adicional a la hipótesis del mercado eficiente" (26)

---

(26) J. Kraft y A. Kraft: "Determinants of Common Stock Prices: A Time Series Analysis", Journal of Finance, v. 32, nº 2, mayo 1977 (pp. 417-425), p. 417.



Es de subrayar, así mismo, que la TIE no define un mercado en el que todos los participantes están informados de todo y saben interpretar toda la información y determinar sus consecuencias (287). Es seguro que estas circunstancias favorecerían la eficiencia de cualquier mercado, pero lo que la TIE resalta es el comportamiento agregado del mercado. En el mercado, el establecimiento de los precios se realiza "por el sistema funcionando como un todo... y no necesariamente por la "racionalidad" individual. El rechazo de este argumento parece envolver la familiar Falacia de la Composición; esto es, el argumento de que lo que es cierto para una parte es necesariamente cierto para el todo" (288). Es decir, aún sin recurrir al argumento de los analistas profesionales y especula

---

(287) A la posición que trata de discutir la viabilidad práctica de la TIE sobre la base de que "el mercado está compuesto de un gran número de inversores individuales, la mayor parte de los cuales son relativamente insofisticados en su habilidad para comprender los estados financieros", se la suele denominar teoría, o argumento, del "inversor ingenuo" (T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 3).

(288) H.J. Condes: "Efficient Capital Markets and External Accounting", Accounting Review, enero 1972, (pp. 11-21) p. 17.

dores sofisticados, como señala Black, "aunque ningún inversor en particular pueda saber todo lo que hay que saber sobre una compañía, los inversores como grupo sí lo saben, de forma que el precio es, en todo momento, un reflejo exacto del valor del título" (24).

Es más, de acuerdo con los argumentos de Conedes, la eficiencia del mercado es casi inevitable. Señalaba este autor:

"Desde luego, se podría argumentar que "nadie", a parte de un pequeño número de personas (esto es, las personas con conocimientos de contabilidad), se daría cuenta de que un procedimiento contable está induciendo a una ineficiencia del mercado ( es

---

(24) F. Black: "Implications of the Random Walk Hypothesis for Portfolio Management", Financial Analysts Journal, marzo 1971, (pp. 16-22) p. 21.

decir, a la existencia de errores sistémicos de valoración). El argumento permite que, al menos, una persona reconozca la ineficiencia inducida, o, si no ¿cómo podría nadie proponer que haya tal ineficiencia en primer lugar? Si esta situación prevalece, entonces, el conocimiento de la ineficiencia inducida es, operativamente, "información interna" para la(s) persona(s) sabedora(s) de la ineficiencia.... Esta(s) estará(n) frente a una oportunidad de obtener beneficios "anormales". Así, podrán aprovechar esta oportunidad en particular, negociando directamente en el mercado,...., vendiendo la información,...., intentando vender unos servicios de gestión de carteras "superiores" demostrando sus superiores habilidades de predicción..." o, si son altruistas, "publicando la información" (140).

---

(140) H.J. Gonedes: "Efficient Capital Markets and...", ob. cit., p. 18.

Gonedes viene a señalar así, para la TE, algo semejante a lo que Granger afirmaba en relación con la TFA:

"Uno podría decir que el recorrido aleatorio es inevitable -si hubiera alguna otra regla operando, entonces existirían estrategias de inversión seguras que, si se utilizasen por un número suficiente de inversores (¿especuladores?), simple e inevitablemente, harían desaparecer la provechosa regla" (14).

La información es útil, tan solo, si se la da a conocer. De poco serviría el disponer de información interna (esto es, a quella que, de ser conocida por el mercado daría lugar a un movimiento de precios) sí, desconocida por el mercado, no provoca el movimiento de precios que podría acarrear. En este sentido, la información no debería ser "interna" por mucho

---

(14) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 12.

tiempo. "La mejor determinación de "I" (nueva información que resulta disponible) es todo lo que ocupa al analista de títulos. Sin embargo, el analista debiera tener en cuenta que sus rendimientos superarán a los (de la media) del mercado solo si lo que él sabe, eventualmente, llega a ser conocido por el mercado" (19).

En cualquier caso, deben hacerse dos observaciones:

- En primer lugar, la eficiencia del mercado no exige, en todas sus formas, que toda la información se encuentre reflejada en los precios. Como se verá más adelante, se distinguen distintos niveles de eficiencia en función de cual sea la información que se descuenta en los precios. Solo en su forma más fuerte, la hipótesis del mercado

---

(19) E.E. Williams y M.C. Findlay: "Investment Analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1974, p. 376.

eficiente exige que los precios descuenten toda la información, sea, o no, pública.

- En segundo lugar, aunque con fuerte sustrato empírico, la TME es eso: una teoría. Una cuestión es la definición de un mercado hipotético, quizás ideal, y otra muy diferente el que tal mercado se dé en la realidad. La TME no defiende, por tanto, el que todos los mercados del mundo se identifiquen con el modelo. Otro asunto diferente es el que existan autores que, por ejemplo, defiendan el que el mercado de Nueva York se ajuste al mismo. Pero el que este o cualquier otro mercado sea eficiente, es algo que solo puede verificarse acudiendo al análisis empírico.

Esta última observación sugiere otra para terminar este epígrafe y engranar con el siguiente. La determinación de la eficiencia de un mercado no es una cuestión vana. El

que un mercado sea o no eficiente tiene, como se verá, importantes consecuencias, no ya solo para la gestión de activos bursátiles, sino, lo que parece más trascendente, para la asignación de los recursos financieros, para las funciones de información y valoración de las bolsas de valores, para la contabilidad externa de las empresas, etc... Interesa, pues, conocer, no ya si un mercado es o no eficiente, sino su nivel de eficiencia. Pero, para ello, la definición general que se ha dado del mercado eficiente es insuficiente; ese concepto, evidentemente, no es contrastable. De ahí que se hayan buscado fórmulas más concretas de definición.

### 3- HACIA UNA FORMALIZACIÓN CONTRASTABLE

Se denomina, entonces, mercado eficiente a aquel " en que los precios "reflejan totalmente" la información disponible" (243) "y, por implicación, los precios del mercado reaccionan instantánea e insesgadamente a la nueva información" (244). Sin embargo, tal definición "es tan general que no tiene implicaciones empíricamente contrastables". Para hacer al modelo contrastable, debe especificarse en más detalle el proceso de formación del precio. En esencia, debe especificarse algo más exactamente lo que se entiende por el término "reflejan totalmente" " (245).

Pues bien, "en mucha de la literatura sobre los mercados eficientes, el término "reflejan totalmente" se hace operativo con el supuesto de que las condiciones de equi-

---

(243) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 383.

(244) H.J. Gonedes: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 12

(245) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 384



librio del mercado puedan expresarse como rendimientos esperados" (296). Esta vía conduce al concepto de "juego limpio" que, como se recordará, ya fue mencionado por Bachelier en 1900 (297), y que ha tenido un papel muy importante en la literatura de la T.E. Baste señalar, a este respecto, que tal modelo fue utilizado por Samuelson en 1965 (298) y por Mandelbrot en 1966 (299) para realizar lo que algunos autores han considerado como "la primera especificación de los mercados eficientes y su relación con la aleatoriedad de los precios de las cosas negociadas en ese mercado" (300).

---

(296) J.T. Eney: "The Information Content of Daily...", ob. cit., p. 183.

(297) L. Bachelier: "Theory...", ob. cit.

(298) P.A. Samuelson: "Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly", Industrial Management Review, v. 6, nº 2, primavera 1965, pp. 41-49.

(299) B. Mandelbrot: "Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets and Martingale Models", Journal of Business, Security Prices: A Supplement, v. 39, parte 2, enero 1966, pp. 242-255.

(300) J. Lorie y M.T. Hamilton: "The Stock Markets...", ob. cit., p. 90.

Fama en 1970 (301) presentó una exposición sobre el modelo de mercado eficiente de juego limpio, basado en los supuestos de que los precios del mercado reflejaran totalmente la información disponible y que su equilibrio pudiera describirse en términos de rentabilidades esperadas, que, aunque ha sido seguida en multitud de obras y es, sin duda, la más conocida, ha sido también acusada, cuando no de tautológica (302), de resultar "equivoca o, al menos, difícil de seguir", como reconoció el propio Fama (303). De ahí que, la exposición que aquí se ha tomado, y que se presenta seguidamente, sea otra que, con posterioridad a aquélla, fué desarrollada por el mismo autor (304), quien, además, la propuso como más

---

(301) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., pp. 384 y 385.

(302) Véase de S.J. LeRoy: "Efficient Capital Markets: Comment", Journal of Finance, v. 32, nº 1, marzo 1976, pp. 139-141.

(303) E.F. Fama: "Reply", Journal of Finance, v. 31, nº 1, marzo 1976, pp. 143-145.

(304) Puede verse:

- E.F. Fama: "Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation", American Economic Review, v. 65, nº 2, junio 1975, pp. 269-282.
- E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., pp. 133 y ss.
- E.F. Fama: "Reply", ob. cit.

conveniente (305).

Denomínese " $I_{t-1}$ " al conjunto de información disponible en el momento " $t-1$ ". En ella se incluyen tanto los valores pasados y actuales de todas las variables económicas relevantes, como todo lo que se puede saber sobre las relaciones entre tales variables y sobre sus valores y relaciones futuras (306), conteniendo, por tanto, "no solo el estado del mundo en " $t-1$ ", sino también todo lo que se pueda conocer sobre el proceso que describe la evolución del estado del mundo a través del tiempo" (307). Denomínese, igualmente, " $I_{t-1}^m$ ", al conjunto de información utilizado por el mercado. Supóngase

---

(305) E.F. Fama: "Reply", ob. cit., p. 143.

(306) Obsérvese que, dado que la información disponible en un momento también lo es en todos los momentos siguientes, la información disponible "es un conjunto no decreciente con respecto al tiempo" (H.J. Gonedes: "The Capital Market...", ob. cit., p. 812), esto es:

$$I_{t-s} \subseteq I_{t-s+1} \subseteq \dots \subseteq I_{t-1} \quad \text{para todo } s > 0$$

(307) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 135.

que, sobre la base de la información " $I_{t-1}^m$ ", en el momento " $t-1$ ", el mercado establece la función de densidad conjunta:

$$f_m(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt} / I_{t-1}^m) \quad (3.1),$$

siendo " $p_{1t}$ ", " $p_{2t}$ ", ..., y " $p_{nt}$ " los precios de los " $n$ " títulos del mercado en el momento " $t$ " (308), y que la verdadera función de densidad conjunta implicada por " $I_{t-1}$ " es:

$$f(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt} / I_{t-1}) \quad (3.2).$$

Pues bien, si se supone que el mercado

- utiliza totalmente la información disponible,

---

(308) Se supone que estos precios incluyen las rentas líquidas (dividendos, etc.) generados por los respectivos títulos en el periodo de tiempo que va de " $t-1$ " a " $t$ ".

cumplíendose, por tanto, que

$$I_{t-1}^m = I_{t-1} \quad \text{para todo "t-1"} \quad (3.3)$$

- y que, además, la utiliza correctamente al establecer la distribución de los precios,

se cumplirá que:

$$\begin{aligned} f_m(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt}/I_{t-1}^m) &= \\ = f_m(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt}/I_{t-1}) &= \quad (3.4) \\ = f(p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt}/I_{t-1}) &\quad \text{para todo "t-1"} \end{aligned}$$

Si, por simplicidad, se supone, además, que los precios de los títulos en el momento "t-1" dependen, tan solo, de las características de la distribución conjunta de los precios en "t", la expresión (3.4) correspondería a un mercado

do eficiente, esto es, a un mercado en el que los precios re  
flejan totalmente, es decir, correctamente, la información dis  
ponible. Entonces, "si el mercado refleja totalmente la infor  
mación disponible, se deberá ajustar instantáneamente a la nue  
va información" (esto es, a las variaciones en la información  
disponible)". "Más aún, estos ajustes deben ser ines  
segados en el sentido de que la condición" (3.4) "esté subyacente en los  
precios de equilibrio resultantes" (309).

Sin embargo, la descripción dada por (3.4) es to  
avía demasiado general. De cara a la contrastación empírica,  
es necesaria una especificación de la ligazón existente entre  
" $f_m(P_t/I_{t-1}^m)$ " y " $P_{t-1}$ " (310); es decir, es necesario especi-  
ficar como se determinan los precios de equilibrio en "t-1"  
a partir de la distribución de los precios futuros. Es, en de

---

(309) N.J. Gonedes: "The Capital Market...", ob. cit., p. 613.

(310) Se denominan " $P_t$ " y " $P_{t-1}$ " a los vectores  $(p_{1t} \ p_{2t} \ \dots \ p_{nt})$  y  $(p_{1,t-1} \ p_{2,t-1} \ \dots \ p_{n,t-1})$ , respectivamente.

finitiva, necesario un modelo de equilibrio; es decir, un mo  
delo que determine "cuales deben ser los precios corrientes  
de equilibrio dadas las características de la distribución  
conjunta de los precios en "t" (311). Por tanto, "los tests  
deben basarse en un modelo de equilibrio y cualquier test es  
un test conjunto de eficiencia y de un modelo de equilibrio"  
(312).

Lo más común es suponer que las condiciones de e-  
quilibrio del mercado se pueden establecer en términos de ren-  
dimientos esperados. Bajo tal supuesto, la función  $f_m(P_t/I_{t-1}^m)$   
"determina los rendimientos esperados, en equilibrio, de los  
diferentes títulos y el mercado entonces establece los pre-  
cios de los títulos en "t-1" de modo que sus rendimientos es-  
perados sean iguales a sus valores de equilibrio. Formalmente,  
el mercado establece " $p_{jt-1}$ ", el precio del título "j" en

---

(311) E.F. Fama: "Foundations....", ob. cit., p. 135.

(312) E.F. Fama: "Reply", ob. cit., p. 143.

"t-1", de forma que:

$$p_{j,t-1} = \frac{E_m (\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m)}{1 + E_m (\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m)} \quad (3.5)$$

donde  $E_m (\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m)$  es el rendimiento esperado, en equilibrio, del título "j" (313), que resulta de  $f_m (p_t/I_{t-1}^m)$ , y  $E_m (\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m)$  es el valor esperado del precio del título "j", en el momento "t", establecido por el mercado" (314).

Pero si, además, el mercado es eficiente, según (3.4), se cumplirá que:

$$E_m (\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m) = E (\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}) \quad (3.6)$$

---


$$(313) R_{jt} = \frac{p_{jt} - p_{j,t-1}}{p_{j,t-1}}$$

(314) E.F. Fama: "Reply", ob. cit., p. 143.



y

$$E_m (\tilde{R}_{jt} / I_{t-1}^m) = E (\tilde{R}_{jt} / I_{t-1}) \quad (3.7)$$

Así, en un mercado eficiente, el verdadero valor esperado de cualquier título es igual a su valor esperado de equilibrio, que es también, desde luego, la determinación del mercado de su valor esperado. En un mercado ineficiente, por otro lado, los verdaderos rendimientos esperados y los rendimientos esperados de equilibrio no son necesariamente idénticos. Al determinar los precios en "t-1", el mercado puede no tener en cuenta alguna de la información de " $I_{t-1}$ ", o puede utilizar la información incorrectamente al determinar la distribución de los futuros precios" (315).

Sintetizando pues, se ha supuesto que en cada momento, "t-1", el mercado actúa en dos pasos. En el primero,

---

(315) Ibid., p. 144.

con base en su información ( $I_{t-1}^m$ ) establece la distribución de probabilidad conjunta de los precios para el momento "t" ( $f_m(P_t/I_{t-1}^m)$ ) y, en el segundo, utiliza sus características para determinar los precios de equilibrio de los títulos en el momento "t-1" (" $p_{1,t-1}$ ", " $p_{2,t-1}$ ", ..., " $p_{n,t-1}$ "). Se supuso, así mismo, que el conjunto de información existente en "t-1" ( $I_{t-1}$ ) implica una determinada función de densidad conjunta ( $f(P_t/I_{t-1})$ ). Entonces, se afirmó, si el mercado es eficiente, utilizará toda la información, por lo que, en tal caso:

$$I_{t-1}^m = I_{t-1}$$

$$y \quad f_m(P_t/I_{t-1}^m) = f_m(P_t/I_{t-1}) \quad \text{para todo "t-1"}$$

pero, además, la utilizará correctamente y, por tanto:

$$f_m(P_t/I_{t-1}^m) = f(P_t/I_{t-1}) \quad \text{para todo "t-1"}$$

Posteriormente, para conseguir un modelo empíricamente contrastable, se supuso que los precios corrientes apropiados (" $p_{1,t-1}$ ", " $p_{2,t-1}$ ", ..., " $p_{n,t-1}$ ") se determinan por algún modelo de equilibrio; más aún, se supuso que las condiciones de equilibrio se establecen en términos de rendimientos esperados, tratándose así, de enlazar la función de densidad de probabilidad ( $f_m (P_t / I_{t-1}^m)$ ) y el vector " $p_{t-1}$ ".

Existen dos observaciones importantes que resaltar ahora:

- En primer lugar, cabe observar, de nuevo, que cual sea la teoría concreta de equilibrio que se utilice, es algo que no concierne al modelo general expuesto. Una teoría muy utilizada es la del equilibrio de dos parámetros que se presentará en un capítulo posterior. Pero no siempre ha sido esta la empleada, si bien, como aquella, la mayor parte de las teorías y modelos de equili-

brio "afirmanque, condicional a algún conjunto de información relevante, el rendimiento de equilibrio esperado de un título es función de su riesgo. Y las diversas teorías difieren, principalmente, en como se define el riesgo" (316).

Precisamente, en la necesidad de utilizar en los tests un modelo de equilibrio, radica, quizás, "la dificultad de los tests de eficiencia de mercado. Cualquier test es, simultáneamente, un test de eficiencia y de supuestos sobre el equilibrio del mercado. Si los tests tienen éxito -esto es, si no se puede rechazar la hipótesis de que el mercado es eficiente-, entonces, esto también implica que no se pueden re

---

(316) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 384.

chazar los supuestos sobre el equilibrio del mer  
cado. Si los tests no tienen éxito, nos encontramos  
con el problema de decidir si esto refleja u  
na verdadera violación de la eficiencia del merca  
do (la simple proposición de que los precios  
reflejan totalmente la información disponible) o  
la pobreza de los supuestos sobre el equilibrio  
del mercado" (313).

- En segundo lugar, hay que insistir en que lo que  
se ha expuesto no es sino un modelo del proceso  
de formación de precios. En tal modelo, el mercado  
establece la distribución de probabilidad conju  
nta de los precios para el momento "t" y, entonces  
utiliza sus características para determinar  
los precios de equilibrio de los títulos en el momen  
to "t-1". "Decir que "el mercado" hace algo es

---

(313) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 137.

solo una forma conveniente de resumir las decisiones de los inversores individuales y la forma en que estas decisiones interactúan para determinar los precios" (318). Entonces, el proceso de formación de precios descrito "solo puede ser una visión completamente exacta del mundo si todos los participantes individuales del mercado (a) tienen la misma información y (b) están de acuerdo en sus implicaciones en cuanto a la distribución conjunta de los precios futuros" (319), esto es, si se utiliza "el supuesto convencional de expectativas homogéneas" (320).

Evidentemente, tal supuesto tiene poca relación con la realidad. Pero no es el único

---

(318) Ibid., p. 135.

(319) Ibid., p. 167.

(320) N.J. Gonedes: "The Capital Market...", ob. cit., p. 612.

co. Así, al igual que los precios correspondientes al momento " $t-1$ " resultan de la función de distribución conjunta establecida por el mercado para el momento " $t$ ", los precios del momento " $t$ " deberían resultar, de acuerdo con lo expuesto, de las características de la distribución conjunta correspondiente al momento " $t+1$ " y así sucesivamente. Entonces, "cuando en el momento " $t-1$ " el mercado establece una distribución conjunta para los precios en " $t$ ", deberá determinar que implica el estado del mundo en " $t-1$ " sobre las probabilidades de los diferentes estados en " $t$ ", y deberá suponer algo sobre como responderá a los diferentes estados al establecer los precios de los títulos en " $t$ ". Para hacer esto, deberá a su vez, asignar probabilidades a los diferentes estados del mundo en " $t+1$ " y determinar como responderá a ellos al establecer los precios y así sucesivamente. En suma, la

discusión de un proceso de formación de precios de dos pasos en el sencillo modelo, glosa el hecho de que el primer paso, el establecimiento de la distribución conjunta de los precios para el momento "t", también implica las determinaciones de las distribuciones conjuntas de los precios en cada momento futuro del tiempo, con todos los juicios correspondientes sobre las futuras interacciones entre el mercado y el estado del mundo que estas determinaciones implican" (321).

Lo que se quiere destacar con esta segunda observación es que éste, como cualquier modelo, no es sino una caricatura de la realidad que es útil pero que, evidentemente, no refleja aquella exactamente. Precisamente, la complejidad del fenómeno es la que fuerza a la construcción de un modelo que tendrá como primer objetivo mejorar la comprensión de a-

---

(321) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 167.



quel. Así, "al derivar implicaciones comprobables de la hipótesis de que el mercado es eficiente, estructuramos el mundo en términos de un "mercado" que establece las distribuciones de probabilidad de los precios futuros y entonces asigna los precios corrientes sobre la base de estas distribuciones establecidas. Estrictamente hablando, esto implica que los inversores tienen opiniones monolíticas sobre la información disponible y actúan todos con las mismas ideas para asegurar que sus determinaciones se reflejen apropiadamente en los precios corrientes. Lo que realmente tenemos en mente, sin embargo, es un mercado donde en verdad existe desacuerdo entre los inversores pero donde la fuerza de los juicios comunes es suficiente para producir un ordenado ajuste de los precios a la nueva información. Tal declaración intuitiva es, sin embargo, demasiado poco específica para ser la base de tests formales. Los tests formales requieren modelos formales con su estruc-

turación, más o menos realista, del mundo (322).



---

(322) Ibid., p. 168.

#### 4- CONDICIONES Y CIRCUNSTANCIAS QUE FAVORECEN LA EFICIENCIA

Samuelson en 1965 (323) y Mandelbrot en 1966 (324), en los dos trabajos en que "fue reconocido por primera vez el papel del modelo de juego limpio en la teoría de los mercados eficientes" (315), demostraron que en un mercado que descontara totalmente toda la información disponible los precios seguirían una martingala. Las condiciones de tal mercado deberían ser, según mostraron estos autores:

1- Que los costes de las transacciones fueran nulos.

2- Que toda la información existente fuera gratuitamente disponible para cualquier participante

---

(323) P.A. Samuelson: "Proof That Properly...", ob. cit.

(324) B. Mandelbrot: "Forecasts of Future Prices...", ob. cit.

(315) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., (nota 2 al pie de la p. 385).

del mercado.

- 3- Que todos ellos tuvieran el mismo horizonte de inversión y estuvieran tambien de acuerdo en las consecuencias de tal información para los precios actuales y para las distribuciones de los precios futuros de cada título (expectativas homogéneas en relación a los precios).

Como señaló Fama, "en tal mercado, obviamente, el precio corriente de un título "reflejará totalmente" toda la información disponible" (324). Pero es evidente que "estas utópicas condiciones... no existen" (325). Sin embargo, "afortunadamente, estas condiciones son suficientes... pero no necesarias. Por ejemplo, en tanto los negociadores tengan en cuenta toda la información disponible, incluso los grandes

---

(324) Ibid., p. 387.

(325) J.H. Lorie y M.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 80.

costes de transacciones, que inhiben el flujo de las transacciones, no implican en si mismas que, cuando las transacciones tengan lugar, los precios no reflejen totalmente la información disponible. De forma semejante... el mercado puede ser eficiente si un número suficiente de inversores tienen libre acceso a la información disponible. Y el desacuerdo entre los inversores en cuanto a las implicaciones de la información dada, no implica, en si misma, ineficiencia del mercado, a menos que haya inversores que puedan, consistentemente, hacer mejores evaluaciones de la información disponible que las que están implícitas en los precios del mercado" (328).

En definitiva, aunque las condiciones de Samuelson y Mandelbrot son utópicas, su carácter de suficiencia, y no de necesidad, deja abierta la posibilidad de encontrar mercados reales que sean eficientes. A la consecución de tales mer

---

(328) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 388.

cados eficientes o, al menos, al aumento de su eficiencia pueden contribuir una serie de circunstancias. En este sentido, diversos autores, a menudo planteandolas como condiciones, han indicado algunas de ellas.

Como "criterios principales por los que se evalúa" la eficiencia de cualquier mercado, se suelen señalar:

- "la homogeneidad de las mercancías intercambiadas,
- el grado en que existan un gran número de compradores y vendedores, y
- la relativa facilidad para entrar y salir del mercado" (329).

Evidentemente, con base en estos criterios, se podría aventurar

---

(329) E.M. Foster: "Common Stock...", ob. cit., p. 69.

que cualquier mercado bursátil es altamente eficiente (339). Pero, en lo específicamente relativo al mercado de valores, las circunstancias favorecedoras de la eficiencia que se podrían enumerar son mucho más numerosas. Así, desde los primeros trabajos en que buscando la justificación económica de la TRA, se comenzaron a delimitar las características de un mercado "perfecto", se apuntó, como se recordará, la relativa a la existencia de un gran número de analistas profesionales e inversores muy sofisticados en fuerte competencia. La acción de estos profesionales e inversores dedicados al análisis de los títulos valores, evidentemente, favorece la rapidez del ajuste de los precios a la nueva información. Todos ellos, actuando en fuerte competencia, tratarían de aprovechar cualquier "bit" de información antes que los demás y ello, en el extremo, provocaría su descuento instantáneo.

---

(339) Sin embargo, esos criterios no se dan perfectamente en la realidad como puede verse en la obra de F. de la Puente: "La función del mercado de capitales en la economía de mercado", Boletín Financiero de la Bolsa de Barcelona, 3ª época, año 18, nº 69, abril 1979, (pp. 17-32), pp. 28 y ss.

Así, "el análisis fundamental colabora en la consecución de un mercado eficiente" (331). Pero también "los analistas técnicos pueden ayudar a la eficiencia del mercado en la medida de que si publicaran una estrategia de inversión provechosa que hubieran encontrado, el mercado reaccionaría descontando tales reglas" (332). De otro lado, si el proceso de descuento de la información generara dependencias, la acción de los técnicos en competencia colaboraría a su eliminación y al ajuste instantáneo.

Evidentemente, para que se obtuvieran esos resultados, parece conveniente que el número de analistas en competencia sea suficientemente grande y que sus estudios sean profundos y tengan el mayor eco posible. Es por ello que al gún autor considera que "para hacer un mercado eficiente es necesario que haya un gran número de analistas especializa-

---

(331) M. Firth: "Investment...", ob. cit., p. 304.

(332) Ibid.



dos en cada título particular y que la mayor parte del valor de las transacciones del mercado de tal título provenga de los inversores que tengan el..... consejo de los analistas" (333).

Es así que los analistas contribuyen a la eficiencia del mercado aún cuando, evidentemente, una vez alcanzada tal eficiencia, su labor dejará de tener utilidad personal. Otra cuestión diferente es su contribución social. Señalaba Wallich a este respecto:

"La incorrecta asignación de precios produce serias perturbaciones. Aquí está la principal contribución social de los análisis de títulos-valores" (334).

---

(333) Ibid., p. 305.

(334) H.C. Wallich: "What Does the Random Walk Hypothesis Mean to Security Analysts?" Financial Analysts Journal, marzo-abril 1968, Citado por M. Friend en "The Valuation...", ob. cit., p. 112.

Pero es obvio que sobre esta misma base -el que ha  
ya numerosos analistas- es posible sustentar una posición con  
traria y considerar que si alguien lleva a cabo tal actividad  
es porque resulta remunerativa y que, por tanto, su existen-  
cia lo que demuestra es que el mercado no es eficiente. Tal es  
la opción que tomó Rinfret, quien comentaba:

"En la economía de mercado en que vivimos, el úl  
timo test de cualquier cosa es que el mercado pa  
gue. El mercado paga el consejo de inversión por  
que el consejo de inversión merece ser pagado"  
(315).

A partir de este razonamiento se puede llegar a lo  
que Lorie y Hamilton denominaron "una curiosa paradoja": "pa-  
ra que la hipótesis sea cierta es necesario que muchos inver

---

(315) P.A. Rinfret: "Investment Managers Are Worth Their Keep",  
Financial Analysts Journal, marzo-abril 1968. Citado por  
M. Firth en "The Valuation...", ob. cit., p. 112.

sores no la crean. Esto es, "los precios del mercado reflejarán pronta y totalmente lo que se pueda conocer sobre las empresas cuyas acciones se negocian solo si los inversores buscan conseguir superiores rentabilidades, hacen concienzudos y competentes esfuerzos para conocer sobre las compañías cuyos títulos se cotizan, y analizan la información relevante pronta y perceptivamente. Si ese esfuerzo se abandonara, la eficiencia del mercado se reduciría rápidamente" (336).

Comentaba Morgenstern como "el hecho de que las creencias o teorías, sean falsas o verdaderas, mantenidas por los que participan en una economía, tengan influencia en el funcionamiento de la economía, es un asunto fundamental" (337).

---

(336) J. Lorie y M.T. Hamilton: "The Stock Markets...", ob. cit., p. 98.

(337) O. Morgenstern: "Information Flow and Stock Market Price-Changes", en J.L. Bicksler, ed.: "Methodology...", ob. cit., (pp. 117-127), p. 119.

Así, el convencimiento generalizado de que un proceso inflacionario va a continuar, le favorece. En el presente caso, la dirección es inversa; la creencia en la eficiencia del mercado actuaría como impedimento para la misma.

Tal paradoja conduce a la idea de que la eficiencia que puede alcanzar un mercado queda limitada por el nivel mínimo de ineficiencia necesario para que los analistas cubran sus costes, tanto de negociación (comisiones, etc.) como de búsqueda de nueva información, tiempo invertido, etc. En este sentido, para que un mercado fuera totalmente eficiente, no deberían existir costes de transacciones y la información debería ser gratuitamente disponible, lo que resulta acorde con los resultados, ya mencionados, obtenidos por Samuelson (33) y Mandelbrot (34) cuyas condiciones de eficiencia fueron atemperadas, como se recordará, por Fama (35).

---

(33) P.A. Samuelson: "Proof That Properly...", ob. cit..

(34) B. Mandelbrot: "Forecasts of Future Prices...", ob. cit.

(35) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., nota 2 al pie de la página 385.

El que la eficiencia del mercado se vea favorecida por la existencia de numerosos analistas profesionales y por la realización de concienzudos estudios, puede conducir a la impresión de que es preferible, desde esta perspectiva, la inversión institucional a la individual. Al margen de otras condiciones y circunstancias de eficiencia, cabe pensar que un mercado en el que predomine la inversión institucional será más eficiente que otro en el que la predominante sea la inversión individual; y ello porque, en general, los inversores institucionales, a diferencia de los individuales, suelen contar con departamentos especializados en el análisis de inversiones mobiliarias.

Sin embargo, también es posible adoptar la posición contraria con base en la idea de que en un mercado en el que la propiedad de los títulos esté altamente repartida es mucho más difícil la manipulación de las cotizaciones. Esta posición se puede apoyar, además, en otros argumentos como el de que el inversor institucional puede tener objetivos tales

como el control del capital, la eliminación de competencia para las empresas del grupo a que pertenezca ,etc.. En la consecución de tales objetivos, los inversores institucionales pueden realizar fuertes adquisiciones de títulos que alejen su precio del correspondiente al equilibrio (o valor intrínseco) (341). Más aún, fines tales como el de control pueden eliminar gran parte de la fluidez de las cotizaciones evitando que estas oscilen a la luz de las informaciones que aparezcan.

En definitiva, "se puede argumentar, bajo algunos supuestos, que la transferencia de la propiedad de las instituciones a los individuos incrementaría la eficiencia del mercado, pero, bajo otros supuestos, se puede argumentar que tal transferencia reduciría la eficiencia del mercado. Lo que

---

(341) "Ocasionalmente, las grandes variaciones de precios se deben a las actividades de negociación de las instituciones que.... pueden causar grandes variaciones desestabilizadoras de precios" (M.E. Blume e I. Friend: "The Changing Role of the Individual Investor", John Wiley and Sons, Nueva York, 1978, p. 165).

...actualmente es, en fin, una cuestión empírica" (342).

Algunos análisis realizados en Estados Unidos "no han encontrado evidencia de que el mercado de valores o la economía hayan resultado afectados negativamente por el relativo crecimiento de la propiedad y las transacciones institucionales" (343).

Existen otras condiciones y circunstancias que favorecen la eficiencia. Esta se puede incrementar en dos sentidos: en primer lugar, aumentando la velocidad y la perfección de los ajustes a la nueva información; y, en segundo lugar, reflejando en los precios superiores parcelas de información (por ejemplo, descontando no ya solo la información pública sino incluso la que no lo es). Obviamente, la máxima eficiencia correspondería a un hipotético mercado cuyos precios reflejaran instantáneamente cualquier nuevo "bit" de in

---

(342) M.E. Blume e I. Friend: "The Changing Role...", ob. cit., p. 147.

(343) Ibid., p. 223.

formación, pública o no, que supusiera una modificación de expectativas. En tal mercado, los precios serían "justos" en el sentido de que, en cualquier momento, serían "realmente "representativos" de las condiciones objetivas de las empresas" (344). Evidentemente, entonces, la abundancia de información es un factor importantísimo de eficiencia y "constituye una de las condiciones fundamentales para estimular el ahorro hacia la inversión" (345). Es necesaria "una transparencia que garantice el conocimiento perfecto de las condiciones intrínsecas... Es esta transparencia condición fundamental para el mecanismo optimizador social de este mercado" (346).

Al decir "información", debe entenderse incluida

---

(344) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones optimas...", ob. cit., p. 385.

(345) Ibid.

(346) F. de la Puente: "La función del mercado de capitales...", ob. cit., p. 28.



tanto la referente, específicamente, a las empresas (141) cu  
yos títulos se negocian en el mercado, como la relativa al  
mercado, en sí mismo, y aún la información económica, y de o  
tro tipo, de carácter más general, especialmente si influye  
en las circunstancias comparativas en que se encuentren los di  
versos sectores, empresas, etc. Pero, además, esa información  
debe ser fiable; se deben arbitrar los medios para que la mis  
ma no sea manejada o falseada fraudulentamente. Nada mejor pa  
ra conseguirlo que disponer de unos medios de control adecua  
dos. Por todo ello, se puede (debe) proceder de dos formas:

1- Elaborando una legislación adecuada.

2- Protegiendo, amparando y propiciando la crea  
ción de asociaciones de individuos que tengan

---

( 141 ) Evidentemente, al hacer referencia a la información de  
las empresas, debe entenderse incluida la relativa a  
las uniones y grupos de empresas y sociedades, ya sean  
contractuales o de hecho. Sobre el tema, puede verse la  
obra de F. Sánchez Calero: "Grupos de sociedades y mer  
cado de valores", Boletín Financiero de la Bolsa de  
Barcelona, 3ª época, año 18, nº 69, abril 1979, pp. 38-  
58.

intereses en esta línea.

En el primer aspecto -el legislativo- los esfuerzos deben ser dirigidos en varios sentidos:

- En primer lugar, propiciando una normativa que exija de las empresas mucho más que "la publicidad de un balance y una cuenta de pérdidas y ganancias, generalmente muy sintetizados, publica-dos a posteriori" y que, evidentemente, "resul-tan insuficientes para conocer la verdadera si-tuación empresarial" (348). Esta exigencia debe entenderse tanto en relación a la amplitud de la información como en cuanto a su oportunidad, ve-racidad y claridad (349).

---

(348) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob. cit., p. 385.

(349) Para que la información al accionista sea eficaz debe reunir las características de veracidad, claridad, amplitud y frecuencia (J. Martínez de Ibarreta: "El mercado de valores en España", en la obra de varios: "El siste-ma financiero español", Deusto, Bilbao, 1964, pp. 41 y 42).

- En segundo lugar, arbitrando unos medios de con  
trol adecuados para evitar la tendenciosa, e in-  
cluso fraudulenta, difusión de información falsa  
o manipulada (3º). Tal control puede ser reali-  
zado bien por un organo creado específicamente  
para ello, o bien por los organos de los propios  
mercados de valores. Lo importante es que resul-  
te operativo y, para ello, deben arbitrarse tam-  
bién unas sanciones adecuadas tanto para el caso  
en que la información sea insuficiente de acuer-  
do con la normativa vigente, como para aquel en  
que, o bien no resulte objetivamente cierta, o  
bien no sea oportuna, o haya sido manipulada pa-  
ra dificultar su comprensión o tratar de dar una

---

(3º) "Especialmente se consideran como medios fraudulentos, la publicación o la difusión de noticias falsas, exage-  
radas o tendenciosas, así como el empleo de otros arti-  
ficios que tengan por finalidad perturbar el funciona-  
miento normal del mercado" (Informe de la Comisión pa-  
ra el Estudio del Mercado de Valores", S.G.T. del Minis-  
terio de Economía, Madrid, 1978, p. 123).

impresión falsa de la realidad (31).

- En tercer lugar, prohibiéndose la utilización de información "interna" (aquella que es conocida por un pequeño grupo de individuos, denominados "insiders" o "enterados", y que, de ser difundida, produciría una variación de precios) (32).

---

(31) Obviamente, la exigencia de información a las empresas, su control y las restantes medidas que pueden arbitrar se en relación con la mejora de la eficiencia del mercado, podrían constituir un factor de alejamiento de las empresas del mercado de valores y, en concreto, de la bolsa. Pero tal consecuencia no se produciría si tales medidas se tomaran también respecto a las empresas no cotizantes y/o si, por ejemplo, se arbitrarán unas medidas adecuadas de compensación.

(32) Estuvo acertada la Comisión para el Estudio del Mercado de Valores al incluir en su Informe el siguiente párrafo del "Código de conducta europeo":

"Toda persona que disponga, con ocasión del ejercicio de su profesión, de una información que no haya sido hecho pública, debe abstenerse de realizar, en forma directa o indirecta, cualquier operación sobre valores a los que se refiera tal información, siempre que esta, si fuese hecha pública, influya en forma sensible en el curso de los cambios" ("Informe...", ob. cit., p. 122).

Si no existen tales prohibiciones, los "enterados", ya sean empleados de los agentes de bolsa, directivos de las empresas emisoras, empleados, en general, de la Administración, etc..., tendrán, por ejemplo, un incentivo claro para retrasar la publicación de la información, lo que, evidentemente, redundará en una ineficiencia del mercado. Obviamente, para que estas prohibiciones sean operativas es necesario que vayan acompañadas de un control adecuado y efectivo, y de un sistema apropiado de sanciones.

El control administrativo del cumplimiento de la legislación referente a la información de las empresas y a su no utilización monopolística puede, según su amplitud, los medios destinados al mismo, y, en definitiva, su operatividad y efectividad, ser importante. Pero el control más efectivo y operativo suele ser el que ejercen los propios interesados, de forma directa y material, en que la información sea

lo más amplia; oportuna y fidedigna posible y en que los "en-  
terados" no utilicen la información interna con ventaja sobre  
los que no disponen de ella.

Un ejemplo claro lo constituyen las asociaciones  
de pequeños accionistas. La separación existente hoy entre pro-  
piedad y control en las grandes empresas, ha conducido a la  
lógica consideración del accionista como un mero proveedor de  
recursos financieros de las empresas. Evidentemente, los ac-  
cionistas mayoritarios de las empresas, los que tienen un claro  
control sobre las mismas, están, normalmente, al corriente de  
cuanto en ellas acontece; estos, no solo no tienen, en gene-  
ral, un interés directo en que todo cuanto ocurra o se espera  
que ocurra en las empresas, salga a la luz pública, sino que,  
en muchas ocasiones, fácilmente imaginables, sus intereses pue-  
den ir en sentido contrario. Los pequeños accionistas, en cam-  
bio, tienen un claro y directo interés en que la información  
sea frecuente, amplia, fidedigna y oportuna, en que no se mane-  
jen las cotizaciones, en que no se les engañe por acción u omi-

sión y, en definitiva, en que el mercado sea lo más transparente posible. A la eficiencia del mercado puede contribuir, por tanto, la existencia de fuertes asociaciones de pequeños accionistas que deben ser apoyadas y protegidas por la Administración.

En consecuencia, tres factores de eficiencia importantes son:

"(1) La existencia de muchos analistas de inversiones altamente preparados y especializados...

(2) La difusión de información económica relevante, por parte de las empresas, en relación a su "performance" y sus perspectivas, siendo esta publicación igualmente disponible para todos los inversores; y

(3) La existencia y ejercicio de un control regu-

lador sobre las transacciones de inversión,  
de modo que ningún conjunto de individuos o  
inversores tengan una ventaja sobre otros"  
(353).

Sin embargo, existen otras muchas condiciones y circ  
cunstancias que pueden favorecer a la eficiencia. Tales pueden  
ser, lógicamente, la flexibilidad y agilidad del mercado, su  
amplitud y, en definitiva, las dificultades que existan al ma  
nejo de las cotizaciones. En este sentido, son también facto-  
res importantes de eficiencia (354):

- La continuidad y densidad de las negociaciones.
- La amplitud de la lista de valores cotizables  
(no la lista formal sino la relación de títulos

---

(353) M. Firth: "The Valuation...", ob. cit., p. 108.

(354) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones Óptimas...", ob. cit.,  
p. 385.



que realmente forman el mercado manteniendo cier  
ta regularidad en su contratación).

- La transferibilidad de los títulos.
- La extensa distribución en el mercado de los tí  
tulos que se cotizan en la bolsa.
- La estandarización o tipificación de las opera-  
ciones, etc....

Pero, obviamente, si, aún dándose todas las res-  
tantes circunstancias de eficiencia, la demanda y la oferta  
no llegan a la formación de los precios en toda su dimensión,  
el mercado no podrá ser eficiente. Esto es, parece razonable  
que la eficiencia del mercado pueda mejorarse eliminando to-  
do aquello que, modificando artificialmente las cuantías de  
la oferta y la demanda, distorsione los precios resultantes  
de su confrontación. Y, entre las circunstancias distorsiona-

doras, debe incluirse la práctica de las aplicaciones.

Un último factor, al que en la literatura de la TME se le ha venido dando gran importancia, es el tecnológico. Las mayores facilidades existentes hoy para la recogida de información, así como para su almacenamiento, tratamiento y difusión, ha favorecido, sin duda, a la eficiencia del mercado. Tal eficiencia será mayor a medida que se haga un uso más extenso de estos medios. A este factor cabe añadir el relativo a la investigación científica que ha promovido el desarrollo de nuevos métodos de investigación de la realidad que permiten un mejor conocimiento y con un coste más bajo. En este sentido, Umstead (355), tras desarrollar una técnica de inversión, basada en las relaciones existentes entre un índice de actividad económica y el nivel de los precios bursátiles, que, a su juicio (356), resul-

---

(355) D.A. Umstead: "Forecasting Stock Market Prices", Journal of Finance, v. 32, mayo 1977, pp. 427-441.

(356) En este mismo número del Journal of Finance pueden encontrarse discusiones, en torno al trabajo de Umstead, por parte de D.K. Whitcomb (pp. 442-445) y de E.R. Arzac (pp. 445-448).

tó provechosa, pasó a preguntarse por qué tal técnica no había sido explotada por los prácticos del mercado, contestándose:

"Puede ser que, con anterioridad al desarrollo de un enfoque sistemático y lógico de la identificación y estimación de una función de transferencia, la probabilidad de encontrar relaciones útiles fuera extremadamente baja y los costes fueran muy altos. Estos se han reducido y ahora el mercado podría empezar a capitalizar esta técnica. Sin embargo, a medida que la técnica se haga más conocida y más ampliamente utilizada, su ventaja comparativa desaparecerá gradualmente. En el proceso, los mercados se harán más eficientes" (33).

---

(33) D.A. Umstead: "Forecasting...", ob. cit., p. 440.

## 5- LOS NIVELES DE EFICIENCIA

La TME no postula que todos los mercados de valores sean totalmente eficientes. Esta es una cuestión de contrastación empírica. Por otra parte, aún en este sentido, es evidente que ningún mercado será absoluta y totalmente eficiente. Existen, eso sí, abundantes resultados empíricos favorables a la alta eficiencia de la Bolsa de Nueva York. En esta, la hipótesis del mercado eficiente se puede considerar como una buena "aproximación de la realidad.... sustancialmente aproximada y generalmente útil" (38). En otros mercados resulta evidente que la eficiencia no es absoluta y que, o bien el ajuste de los precios no es instantáneo y correcto, o bien la información reflejada en los precios no es la totalidad.

Pero, más que si un mercado es o no eficiente (en muchos mercados la evidencia en contra es muy clara), lo que

---

(38) R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 3.

interesa conocer es su grado de eficiencia. La separación de distintos niveles o grados de eficiencia y la delimitación de las vías de contrastación correspondientes a cada uno de dichos grados, permitiría, en principio, analizar la evolución temporal de la eficiencia de un mercado, o realizar comparaciones entre los mercados de un país o entre los de distintos países. El que un mercado sea o no eficiente no es, además, una cuestión sin importancia. La eficiencia del mercado afecta, como se verá más adelante en algún detalle, al mejor o peor cumplimiento, por parte del mismo, de sus funciones económicas y, entre ellas, la de asignación de recursos, amén de influir en la justa valoración de las empresas, su contabilidad externa, etc. De ahí que tenga gran interés la delimitación de diversos niveles o grados de eficiencia.

Para realizar tal delimitación podrían seguirse diversos criterios. Una alternativa sería la de elaborar diversos grados de rapidez de ajuste de los precios a la nueva información. Sin embargo, no ha sido la rapidez del ajuste sino

la información descontada, el criterio más utilizado. Así, aún cuando, evidentemente, un mercado en el que el ajuste sea instantáneo es mucho más eficiente que otro en el que, consistente mente, los ajustes sean posteriores a la aparición de la información, el criterio que ha prevalecido, y que ya fué apuntado, en cierto sentido, por Roberts en 1959 (37), es el defendido por Fama en 1970 (38), y consistente en distinguir tres conjuntos de información:

- El conjunto de los precios históricos.
- Toda la información pública restante.
- La información que no es pública; esto es, la relativa a hechos o perspectivas que no han sido difundidos.

---

(37) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns and Financial...", ob. cit., p. 7 y ss.

(38) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 383.

Esta división conduce a la distinción entre tres niveles de eficiencia según cual sea el conjunto de información que los precios reflejen totalmente:

- a) El nivel o forma débil de eficiencia, que corresponde a la afirmación de que los precios corrientes reflejan totalmente la información derivada de la secuencia histórica de precios (o rendimientos).
- b) El nivel o forma intermedia afirma que los precios corrientes reflejan totalmente la información públicamente disponible.
- c) El nivel o forma fuerte de eficiencia se daría si los precios reflejaran totalmente toda la información pública y no pública.

Según la forma débil de eficiencia, "un inversor

no puede acrecentar su habilidad para seleccionar activos, mediante el conocimiento de la historia de los sucesivos precios y los resultados de analizarlos de todas las formas posibles" (34). Por tanto, en un mercado eficiente en la forma débil, el análisis técnico no puede tener utilidad alguna. Esto no significa que utilizando este análisis no se puedan obtener, en uno o varios periodos, unos resultados superiores a la media del mercado, sino que tales resultados superiores, basados en la información de las series históricas, no se pueden mantener consistentemente. En un mercado eficiente en la forma débil, los métodos técnicos de análisis y gestión no conducirían, en la media, a unos resultados superiores a los que podrían obtenerse siguiendo un procedimiento de inversión aleatorio como el consistente en seleccionar un conjunto de títulos al azar y mantenerlos en cartera. Si en los resultados se tienen en cuenta tanto el rendimiento como el riesgo, la forma débil de eficiencia significa que "un inversor no puede u

---

(34) J. H. Lorie y N. T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 71.



tilizar la pasada información relativa a los precios de los títulos para, consistentemente, obtener una rentabilidad en su cartera superior a la que es adecuada al nivel de riesgo de tal cartera" (32).

En la forma intermedia, o "semifuerte", de eficiencia, no solo el análisis técnico sino también el análisis fundamental basado en la información pública, resultaría inútil. Si los precios reflejan toda la información pública, esto es, si los precios oscilan aleatoriamente en torno a los "valores intrínsecos" o "precios de equilibrio" correspondientes a los diversos títulos de acuerdo con la información públicamente disponible, solo los análisis basados en información "interna" —esto es, aquella que solo es conocida por unos pocos "enterados" y que, de ser conocida por el mercado, provocaría movimientos de precios— pueden generar unos resultados

---

(32) R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 16.

consistentemente superiores a la media del mercado. Esquemáticamente, mediante un análisis fundamentalista basado en la información "interna" sería posible determinar los nuevos "valores" derivados de tal información para, antes de que el mercado llegara a conocerla, actuar comprando o vendiendo según que las diferencias entre "precios" y nuevos "valores" resultaran negativas o positivas.

Por tanto, así como al nivel débil de eficiencia el análisis técnico no es útil, y cualquier regla técnica no generará un resultado superior al "normal", pero el análisis fundamental -basado en informaciones públicas tales como el desarrollo de un nuevo producto por una empresa, la reducción de su riesgo económico, la modificación de los tipos de descuento por el banco central, etc...- podría ser útil, a nivel intermedio, esta última forma de análisis solo tiene utilidad si la información en que se basa no es pública, pues la que tiene carácter público queda reflejada en los precios en el momento de su publicación.

En un mercado eficiente en la forma fuerte, el aná  
lisis fundamental no sería útil cualquiera que fuera la infor  
mación en que se basara. Si el mercado fuera eficiente en la  
forma intermedia, el conocimiento monopolista de una informa-  
ción que pudiera provocar un movimiento de precios, permiti-  
ría al "enterado" aprovecharse de tal conocimiento y actuar  
con anterioridad a la publicación de tal información y al con  
siguiente reajuste del mercado. Pero si el mercado es eficien  
te en la forma fuerte, los precios son, en todo momento, una  
estimación insesgada, no del valor intrínseco derivado de la  
información pública, sino del valor intrínseco o precio de e  
quilibrio en sentido absoluto.

Evidentemente, nadie puede esperar que un mercado  
sea perfectamente eficiente en la forma fuerte. Parece impo-  
sible que un mercado refleje los hechos cuando se producen y  
no cuando se publican, a menos que todos los hechos fueran  
predecibles, lo que no parece viable. Pero tanto esta forma  
o nivel como las otras dos, se diseñaron para plantear hipó

tesis a contrastar empíricamente. "La categorización de los tests en formas débil, semifuerte y fuerte, servirá al útil proposito de permitirnos determinar el nivel de información al que la hipótesis deja de ser cierta" (33).

Por otra parte, el concepto absoluto de eficiencia no es el mismo para todos los autores. Frente a algunos que, como Fama, identifican la eficiencia, en sentido absoluto, con la forma fuerte y, en esta línea, señalan que "lo que llamamos el modelo de mercados eficientes.... es la hi pótesis de que los precios de los títulos, en cualquier momento del tiempo, "reflejan totalmente" toda la información disponible" (34), otros autores opinan que "no hay ninguna imperfección en un mercado que posee un conocimiento incompleto si no fuera remunerativo adquirir (producir) un cono-

---

(33) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 388.

(34) Ibid. Los subrayados son de Fama.

cimiento completo" (35) y que en un mercado eficiente "podría existir información que no se produce ni se descuenta en los precios porque no es remunerativo hacerlo" (36). En este sentido muchos autores, especialmente los que se han dedicado a estudiar las posibles implicaciones que tendría la eficiencia del mercado de valores en orden a seleccionar entre diversas alternativas contables, han utilizado como definición de mercado eficiente la correspondiente al nivel intermedio.

Aquí se utilizará como concepto de mercado eficiente el referente a la utópica forma fuerte. Se entenderá, entonces, como mercado eficiente, aquel cuyos precios reflejen correcta, totalmente y en todo momento, toda la información disponible, tanto la que sea pública, como la que no lo sea. Tal mercado, es socialmente importante en el sistema capitalista.

---

(35) G.J. Stigler: "Imperfections in the Capital Markets", Journal of Political Economy", junio 1967, p. 29.

(36) R.G. May y G.L. Sundem: "Cost of Information and Security Prices: Market Association Tests for Accounting Policy Decisions", Accounting Review, octubre 1974, (pp. 80-94), p. 88.

"En tal sistema, lo ideal es un mercado donde... cuando las empresas emitan títulos para financiar sus actividades, puedan esperar conseguir precios "justos", y cuando los inversores escojan entre los títulos que representan la propiedad de las actividades de la firma, lo puedan hacer bajo el supuesto de que están pagando precios "justos". En suma, si el mercado de capitales tiene que asignar justamente los recursos, los precios de los títulos deben ser unos buenos indicadores de valor" (34).

Interesa volver a observar, porque la confusión es sorprendentemente frecuente, que el concepto de mercado eficiente, en sentido absoluto, es decir, la forma fuerte, "no significa que los precios de los títulos sean insensibles a las variaciones en las perspectivas de una compañía o de la economía. Más aún, lo que significa es que los precios son muy sensibles a estos cambios. Los precios varían tan rápido

---

(34) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 133.

que nadie tiene tiempo de hacer dinero de la información"(348).

El orden en que se han expuesto los tres niveles, formas o hipótesis de eficiencia, corresponde al de la evolución histórica de los contrastes empíricos. "Historicamente, el trabajo empírico evolucionó más o menos como sigue. Los estudios iniciales concernieron a lo que llamamos tests de la forma débil, en los que el subconjunto de información de interés es, tan solo, las historias pasadas de precio (o rendimiento). La mayor parte de los resultados provinieron aquí de la literatura del recorrido aleatorio. Cuando los numerosos tests parecieron apoyar la hipótesis de eficiencia a este nivel, la atención se dirigió hacia los tests de forma semifuerte en los que lo relevante es la velocidad de ajuste del precio a otra información de evidente disponibilidad pública (por ejemplo, anuncios de desdobles de títulos, informes anuales, nuevas emisiones, etc...). Finalmente, han aparecido recientemente los tests de la forma fuerte en los que lo relevante es si algún

---

(348) F. Black: "Implications of the Random...", ob. cit., p.21

inversor o grupo (por ejemplo, los gestores de los fondos de inversión) tiene o no acceso monopolístico a alguna información relevante para la formación de los precios" (34).

En la mayor parte de los tests realizados se utilizaron modelos de rendimientos esperados, incluyendo, en el conjunto de información considerado, " $I_{j,t-1}$ ", el correspondiente según el nivel y test concreto de que se tratara.

Pero la revisión de los tests más importantes, en cada nivel, quedará para más adelante. Lo que si interesa destacar ahora es que los resultados obtenidos han sido a menudo contradictorios. En los mismos mercados en los que algunos autores han obtenido resultados favorables a la hipótesis fuerte, otros los han obtenido contrarios a la hipótesis débil. Tales contradicciones se deben, evidentemente, a los supuestos propios de cada test y, especialmente, a los relativos al modelo concreto de equilibrio utilizado en cada uno de

---

(34) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 383.



ellos. De ahí que, recientemente, se aprecie una tendencia a delimitar la eficiencia de los mercados con relación a la de otro, que suele ser el de Nueva York por ser este el más estudiado y el que parece tener un mayor nivel de eficiencia. En diversos mercados mundiales se han venido repitiendo así algunos de los numerosísimos tests aplicados en la Bolsa de Nueva York. La eficiencia de aquellos se ha delimitado, posteriormente, por relación entre los resultados obtenidos en los mismos y los correspondientes a dicho mercado americano.

6- LA TEORIA DEL RECORRIDO ALEATORIO Y LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES.

Como se vió, la TME nació al buscarse una justificación económica a la TRA. Al tratarse de encontrar el mecanismo de mercado que provocaba el comportamiento observado en los precios bursátiles, se derivó el concepto de mercado eficiente. Así, se dijo que si los precios de un mercado reflejaran totalmente toda la información disponible, ajustandose instantáneamente y de forma insesgada a la nueva información, tales precios seguirían una evolución acorde con la TRA. En una serie de elaboraciones abstractas se vino, en suma, a señalar que en un mercado eficiente los precios seguirían un recorrido aleatorio. Mandelbrot (32) y Samuelson (33) mostraron, además, que bajo unas determinadas condiciones (información libremente disponible, coste nulo en las transacciones, etc.), en un mercado en que se descontara totalmente toda la

---

(32) B. Mandelbrot: "Forecasts of Future Prices, Unbiased..", ob. cit.

(33) P.A. Samuelson: "Proof that Properly...", ob. cit.

información disponible, los precios seguirían una martingala (32).

Sin embargo, a medida que se fueron desarrollando nuevas elaboraciones y comprobaciones empíricas de la TME, ambas teorías se fueron distanciando. Así, Granger escribió un trabajo en 1970, titulado "What the Random Walk Model Does NOT Say" (33). ("Lo que no dice el modelo de recorrido aleatorio") en el que trató de deslindar lo que, atribuyéndosele a la TRA, no le correspondía. Señalaba así este autor que la cuestión que se plantea la TRA es: "dada una secuencia de precios, ¿puede uno predecir las futuras variaciones de precios utilizando los precios pasados?" (34). Otros temas tales co-

---

(32) Como recuerdan E.F. Fama y M.E. Blume ("Filter Rules and...", ob. cit., nota 1 al pie de la página 226), una martingala puede o no tener la propiedad de independencia de un puro recorrido aleatorio pero "en la práctica esto no es serio pues, en la mayor parte de los casos, es probablemente imposible distinguir una serie que sigue una martingala con alguna dependencia de una serie que sigue un recorrido aleatorio".

(33) C.W.J. Granger: "What the Random Walk Model Does NOT Say", Financial Analysts Journal, mayo-junio 1970, pp. 91-93.

(34) Ibid., p. 91.

mo:

- "La cuestión de si los precios futuros pueden o no ser predichos utilizando toda la información disponible en el mundo, tal como los beneficios, dividendos, expectativas, índices de confianza en los negocios, o incluso precios de otros activos" (33r), o
  
- "la cuestión de si una cartera seleccionada aleatoriamente funciona tan bien como las carteras seleccionadas por los analistas financieros" (336),

no tienen, subrayó Granger, "nada que ver con los recorridos aleatorios" (33).

---

(33r) Ibid.

(336) Ibid.

(33) Ibid. Sin embargo, la afirmación de que "el recorrido aleatorio se refiere a precios absolutos y no dice nada de movimientos relativos de precios" (p. 91) no ha sido mantenida, posteriormente, ni por el propio Granger.

Sin embargo, tales cuestiones sí que concierne a la TME. En un mercado eficiente no hay información alguna útil para predecir los precios por la sencilla razón de que, en tal mercado, toda la información se encuentra, en todo momento, reflejada total y correctamente en los precios. Como consecuencia, en un mercado eficiente, no es posible que una cartera gestionada genere consistente y sistemáticamente unos resultados superiores a los que puedan obtenerse con una cartera seleccionada aleatoriamente.

Otra cuestión diferente es que los tests de la TRA lo son también, en su mayor parte, de la TME y, más concretamente, de la forma débil de eficiencia. Concretamente, las investigaciones relativas a si determinadas reglas técnicas, como la de los filtros, pueden o no generar unos rendimientos superiores a los de la simple "compra y mantenimiento", obviamente, se integran entre los tests correspondientes a la forma débil de eficiencia. Igualmente, los tests de independencia de los movimientos bursátiles tienen claras implicaciones

para la hipótesis débil, en tanto la dependencia pueda consti  
tuir información útil para obtener unos resultados superiores  
a los "normales". En este sentido, es frecuente en la literau  
tura, la identificación entre la hipótesis de independencia  
y la hipótesis débil del mercado eficiente. Así, Lorie y Ha-  
milton señalan que:

"La afirmación de que el mercado es eficiente es  
mucho más fuerte que la de que los sucesivos cam-  
bios de los precios de los títulos son independienu  
tes unos de otros. La última afirmación -la forma  
débil del mercado eficiente- tan solo dice que los  
precios de los títulos reflejan todo lo referente  
a la secuencia histórica de precios, de forma que  
el conocimiento de tal secuencia no tiene valor  
para crear expectativas sobre los precios futuros"  
(39).

---

(39) J. Lorie y M.T. Hamilton: "The Stock Markets...", ob.  
cit., p. 80.

Y sin embargo, la hipótesis de independencia de la TRA no es equivalente a la imposibilidad de obtener expectativas útiles, provechosas, sobre los precios futuros. Así, si se toma el concepto estricto de recorrido aleatorio y se atiende tan solo a las relaciones lineales, es evidente que tal equivalencia no se produce pues, "en efecto, el modo de dependencia puede ser mucho más complicado que una simple correlación lineal" (379). Pero tampoco la consideración de todas las formas posibles de dependencia conduce a tal equivalencia. Así, "por ejemplo, la observación de que las grandes variaciones de precios tienden a ser seguidas por más variaciones grandes de precios (pero no en una dirección predecible), violaría el recorrido aleatorio pero no la forma débil de eficiencia" (380). Por tanto, solo resulta contraria a la hipótesis débil, o a la

---

(379) B. Jacquillat y B. Solnik: "Mercados financieros...", ob. cit., p. 26.

(380) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 17.

eficiencia en general, en tanto esta incluye a aquella, toda evidencia favorable a alguna forma de dependencia que, razonablemente, pueda ser utilizada para obtener unos resultados superiores a los "normales" o propios de una estrategia aleatoria como la de "compra y mantenimiento". Y, aún en este sentido, algunos autores disculpan los pequeños niveles de dependencia. Así, Levy y Sarnat comentan:

"... la existencia de dependencia "per sé" no contradice necesariamente la premisa de un mercado eficiente, esto es, uno en el que los precios corrientes reflejan toda la información disponible. En tal mercado, los inversores no se pueden "aprovechar" de un análisis de tendencias y precios pasados, y ... esto no requiere necesariamente un recorrido aleatorio puro en el que los movimientos de precios sean completamente independientes. Pequeños grados de dependencia son de poca relevancia, en la medida en que no puedan ser convertidos



en incrementos sistemáticos de los rendimientos de los inversores" (381).

M. Firth, por su parte, señala en el mismo sentido:

"Aunque la definición estadística de "recorrido a leatorio" requiere independencia lineal de los rendimientos, la hipótesis del mercado eficiente no es tan estricta; muchos de los estudios empíricos han puesto de manifiesto algunas dependencias estadísticas, pero resultan tan pequeñas que los investigadores concluyeron que el mercado era eficiente" (382).

Constituye, por tanto, esta posición, el resultado de trasladar al campo de la TME, el que, como sin duda el lector recor

---

(381) H. Levy y M. Samat: "Investment and Portfolio Analysis", John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1972, p. 493.

(382) M. Firth: "Investment Analysis...", ob. cit., p. 309.

dará, se denominaba "concepto económico" del recorrido aleatorio, para distinguirlo del "concepto estadístico".

En definitiva, en la literatura se analizaron las relaciones entre recorrido aleatorio y mercado eficiente desde varios puntos de vista:

- El primero corresponde al enfoque abstracto consistente en observar al recorrido aleatorio de los precios como consecuencia de la eficiencia en el procesamiento de la información por parte del mercado. En esta línea se encuentran las primeras investigaciones que, por otra parte, como se vió, siguieron la dirección inversa, es decir, tras observar el recorrido aleatorio de los precios se buscaron las causas en la eficiencia del mercado.

cado (383).

- El segundo responde al punto de vista práctico, esto es, a la cuestión referente a las implicaciones directas que para la eficiencia del mercado tienen los resultados obtenidos en los tests de la TRA. En este sentido, se ha destacado que, así como los estudios relativos a la capacidad de las reglas técnicas para generar resultados superiores a los de una estrategia aleatoria de inversión, son tests de la eficiencia del mercado en su nivel débil, los referentes a la dependencia de los movimientos de precios, solo tienen implicaciones de cara a la determinación de la eficiencia del mercado cuando la dependencia

---

(383) Como se vió en el capítulo anterior y afirma Friend, los resultados favorables a la TRA "se pueden interpretar como que implican que cualquier nueva información relevante se refleja en los precios de los títulos de forma extremadamente rápida" (I. Friend: "The Economic Consequences of the Stock Market", American Economic Review, v. 62, nº 2, mayo 1972, pp. 212-219, p. 214). Sin embargo, como continua comentando este autor, tales resultados "también podrían indicar la velocidad con la que se refleja la falsa información" (ibid.).

estudiada pudiera ,razonablemente, ser aprovechada para generar unos resultados superiores a los "normales" en el sentido mencionado. El mercado solo descuenta las informaciones, y, entre ellas, las formas de dependencia, que, en principio, podrían ser utilizadas con provecho. Desde otro punto de vista, si el mercado es eficiente, ninguna información podrá ser utilizada para obtener, consistentemente, unos beneficios superiores a los "normales"; pero, obviamente, una forma de dependencia que no puede ser aprovechada con beneficio no será descontada por el mercado y el concepto de mercado eficiente tampoco lo requiere. Más aún, algunos autores consideran que no basta con cualquier dependencia y un bajo nivel de la misma, según ellos, es compatible con la eficiencia del mercado.

- Un tercer enfoque que cabe mencionar es el corres

pondiente a las implicaciones de una y otra teo  
ría. Así, en tanto la TRA resulta, obviamente,  
contraria al análisis técnico -pues este supone  
que existe dependencia en los movimientos bursá  
tiles-, pero no alcanza, en sí, al análisis fun  
damental, la TME afecta a ambas formas de análi  
sis.

Pero el estudio de esa y otras implicaciones de la  
eficiencia del mercado de valores quedará para el capítulo si  
guiente. Lo que sí importa señalar, para concluir este aparta  
do, es que "la razón principal para investigar la hipótesis  
del recorrido aleatorio es, obviamente, la de sus implicacio  
nes económicas para la eficiencia del mercado de valores" (384).

---

(384) L.P. Jennergren y P.E. Korsvold: "The Non-Random Cha-  
racter...", ob. cit., p. 37.



CAPITULO 3:

PRINCIPALES IMPLICACIONES DE LA EFICIENCIA DEL  
MERCADO DE VALORES

## 1- INTRODUCCION

En una de las páginas anteriores, se apuntó que el que un mercado de valores, o, en general, un mercado de capitales, sea o no eficiente, no es una cuestión sin importancia, sino que tiene importantes implicaciones. Como recordaba Fernández Pirla en una conferencia desarrollada en 1973:

"En un sistema de capitalismo perfeccionado, hay un auténtico proceso de socialización de la propiedad de los medios de producción como una socialización no estatal, una socialización que se verifica precisamente a través del mercado de capitales y del llamado Plebiscito del Mercado, es decir, un plebiscito en el que las inversiones, a través de las cotizaciones bursátiles, rechazan unos valores que la gestión considera defectuosa y acepta otro en que, a juicio de ella, la gestión es aceptable.

Vean Vds., que estamos intentando estudiar las raíces de la oferta de dinero en el mercado de capitales, una oferta de dinero que se genera espontáneamente, como consecuencia del desarrollo económico, sin embargo se orienta en un sistema de economía libre o competitiva, en función de una serie de incentivos que se pongan de manifiesto en un mercado, en el que la información que nosotros deseamos sea transparente, en un mercado en el que se conozcan la conducta y las directrices de las empresas. Entonces, ese "Plebiscito de Mercado" del que nos hablaban los clásicos, referido al mercado de bienes de consumo, se pone de manifiesto en el mercado de capitales, cuando esté terminado su valor, ese afecta y determina valores" (385).

---

(385) J.M. Fernández Pirla: "Las carteras institucionales y el desarrollo económico", en Saeco: "La administración de carteras institucionales en España", Saeco, Madrid, 1973 (pp. 63-70), p.64.



"El fiel cumplimiento de la función económica de la bolsa, se haya vinculado a la calidad en la elaboración de la opinión mayoritaria que subyace en las cotizaciones" (34). "El mercado debe plantear el reparto de fondos de acuerdo con expectativas de empresas, posibilitando la asignación eficiente de recursos financieros del país. Esta finalidad se cumplirá de una forma eficaz, siempre que sea posible estimar y valorar el futuro de la empresa. En esta valoración de futuro, base de la distribución de recursos, se integran las expectativas de ganancias, del riesgo de la misma y la incertidumbre y aptitud de los inversores y una serie de factores externos a la empresa: política monetaria, liquidez, alternativas de

---

(34) J.M. Muñoz-Lagos Moreno y otros: "Protección al inversor", ponencia presentada al Congreso que, sobre el "Presente y futuro de la Bolsa", celebró en 1978 el Instituto de Analistas de Inversiones; Análisis Financiero, enero 1978, número extraordinario, v. 2 (pp. 257-324), p. 257.

inversión, etcétera, que no se pueden excluir" (377).

El mercado, al determinar los precios de los títulos, está valorando un amplio conjunto de circunstancias de todo tipo, en función de la información existente que puede descontar. Cuanto mejor sea esa valoración, más fidedigna será la información proporcionada por los precios y, en suma, la asignación de recursos basada en los mismos (378). Al estudio de la transcendencia de la eficiencia del mercado para sus funciones de asignación, valoración e información, se han dedicado los dos apartados que siguen a este.

---

(377) A. Cuervo García: "La empresa y la bolsa", Contrapunto, nº 20, junio 1976, (pp. 77-90) p. 80.

(378) Como se verá, una valoración adecuada desde el punto de vista de los inversores, puede no serlo desde una consideración social, en tanto aquellos pueden no atender a determinados criterios socialmente importantes.

Pero, entre las fuentes de información, a través de las cuales el mercado trata de conocer la realidad, se encuentra la correspondiente a la contabilidad de las empresas. Si los precios descuentan la información novedosa y relevante que se ofrece a los inversores, será posible medir la transcendencia de la información contable mediante el movimiento de precios que provoca. Así, surgieron los denominados "tests de asociación", cuya problemática y limitaciones se comentan en el cuarto apartado de este capítulo, en el que también se plantean cuestiones tales como la selección de fuentes de información y métodos contables, la homogeneidad de la información, etc...

En el primer capítulo se expuso como los primeros estudios que hoy se enmarcan dentro de la TPA, supusieron un ataque directo al análisis técnico de valores mobiliarios. En el capítulo anterior se vió que la forma débil de eficiencia elimina cualquier posible mejora de resultados generada a través de los métodos técnicos y que los restantes niveles de eficiencia llegan a afectar también al análisis fundamental.

Pues bien, al desarrollo de estas cuestiones y a la exposición de otras relacionadas con las implicaciones que tendría la eficiencia del mercado para el análisis y gestión de activos mobiliarios, va dedicado el epígrafe número cinco.

Las anteriormente reseñadas constituyen las implicaciones, de la eficiencia del mercado, que más atención han recibido dentro de la literatura de la TME. Pero, obviamente, es posible pensar en otras consecuencias -la mayor parte de ellas relacionadas, más o menos directamente, con las reseñadas- y algunas posibles líneas de reflexión, en este sentido, han sido recogidas en el último apartado de este capítulo.

2- LA ASIGNACION DE RECURSOS EN UN MERCADO EFICIENTE. EFICIENCIA OPERACIONAL, INFORMACIONAL Y ASIGNACIONAL.

Es obvio que la mayor eficiencia del mercado redundaba en una mejor asignación de los fondos disponibles. Señalaba Fama, a este respecto, como "el papel principal del mercado de capitales es la asignación de la propiedad del stock de capitales de la economía. En términos generales, el mercado ideal es aquel en que los precios proporcionan indicaciones exactas para la asignación de recursos; esto es, un mercado en el que las empresas pueden llevar a cabo decisiones de producción e inversión, y en que los inversores pueden elegir entre los títulos-valores que representan la propiedad de la empresa, bajo el supuesto de que los precios de los mismos "reflejan por completo", en todo momento, toda la información disponible" (389). En tal mercado, "cuando las empresas emiten títulos para financiar sus actividades, pueden esperar conseguir precios "justos", y cuando los inversores escogen

---

(389) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p.383

entre los títulos..., pueden hacerlo bajo el supuesto de que están pagando precios "justos". En pocas palabras, si el mercado de capitales debe funcionar pulcramente en la asignación de recursos, los precios de los títulos deben ser buenos indicadores de valor" (390).

Es relativamente frecuente, en la literatura financiera, encontrarse con el hecho de que con la misma expresión -"eficiencia del mercado"- se hace referencia a conceptos diferentes. Dado el auge alcanzado por esta problemática, para conseguir una mayor claridad, se han llegado a distinguir tres tipos o nociones de eficiencia:

- La denominada eficiencia "externa", o "informacional", es la correspondiente a un mercado en el que los precios descuentan instantáneamente toda noticia relevante que se publique.

---

(390) E. F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 133.

- La eficiencia "interna", "operacional" o "transaccional", es la poseída por un mercado que "provee los tipos de servicios de negociación que desean los compradores y los vendedores, a unos precios tan bajos como es posible dados los costes de provisión de estos servicios" (31). Evidentemente, en el extremo, lo deseable sería que "todo inversor, cualesquiera que fueran sus medios, pudiera comprar y vender títulos, sin costes de transacción intrínsecos o extrínsecos" (32).

- La eficiencia "asignacional" es la que tiene un mercado en el que "los precios de los títulos proporcionan indicaciones adecuadas para la canalización de los fondos hacia sus empleos más

---

(31) R.R. West: "On the Difference Between Internal and External Market Efficiency", *Financial Analysts Journal*, v. 31, nº 6, noviembre-diciembre 1975 (pp. 30-34), p. 31.

(32) H.E. Blume e I. Friend: "The Changing Role of the Individual Investor", John Wiley and Sons, Nueva York, 1973, p. 144.

provechosos" (33).

Evidentemente, las tres formas de eficiencia están relacionadas. Sin eficiencia informacional, sería virtualmente imposible la asignacional (34). En la medida en que el mercado sea informacionalmente eficiente, "cada título estará valorado adecuadamente en relación a los demás, en base a la información públicamente disponible. La asignación de los escasos recursos entre las actividades, en tal situación de mercado, estará más cercana al óptimo que cuando no exista tal relación entre los precios de los títulos" (35). De otro lado, "en la medida en que el mercado sea operacionalmente ineficiente, los precios cotizados se podrán desviar de los que prevalecerían si no hubiera costes de transacciones"

---

(33) I. Friend: "The Economic Consequences of the Stock Market", American Economic Review, v. 62, nº 2, mayo 1972 (pp. 212-219), p. 214.

(34) M.E. Blume e I. Friend: "The Changing...", ob. cit., p. 147.

(35) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 84.



(396), si bien, como se recordará, en opinión de algunos autores, "incluso los grandes costes de transacción, que impiden el flujo de las transacciones, no implican que, cuando las transacciones tengan lugar, los precios no reflejen totalmente la información disponible" (397). "Aunque estos costes restringen las transacciones en cierta medida, en general, son pequeños en relación al valor del título negociado. Más aún, no varían significativamente de negociador a negociador" (398).

Pero, conforme a las definiciones establecidas, un mercado informacionalmente eficiente no tiene porqué serlo también perfectamente desde el punto de vista asignacional. En este sentido, aparecen dos cuestiones:

---

(396) M.E. Blume e I. Friend: "The Changing...", ob.cit., p. 147.

(397) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 383.

(398) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital ...", ob. cit., p.2

- "¿Cómo se distingue la información verdadera de la falsa?" (399).

- "¿Es un mercado en el que los precios reflejan totalmente la escasa información disponible, tan eficiente como un mercado en el que se dispone de mucha más información y ésta se refleja en los precios?" (400).

En principio, para que el mercado proporcione "precios justos" para la asignación de recursos, es necesario que sea fuertemente eficiente; es necesario que, en todo momento, los precios reflejen correctamente toda la información existente (401).

---

(399) I. Friend: "The Economic Consequences of...", ob. cit., p. 212.

(400) Ibid.

(401) Una sencilla aproximación a la demostración de que "a más información disponible por los participantes en el mercado (y, por tanto, reflejada en los precios), mejor será la asignación de los recursos en la economía" puede verse en el trabajo de R.G. May y G.L. Sundem: "Cost of Information and Security Prices: Market Association Tests for Accounting Policy Decisions", Accounting Review, enero 1973 (pp.80-94), p.93. Este trabajo fue criticado en el número de octubre de 1974 de la misma publicación por R.P. Magee, bajo el título: "Cost of Information and Security Prices: A Comment" (pp.783-790). La réplica de R.G. May y G.L. Sundem se encuentra en las pp. 791-793 del mismo número.

Al decir información existente, debe entenderse incluida, además, tanto la que es pública como la que no lo es. Los precios deben, en suma, reflejar la realidad (402).

---

(402) J. Ronen y G.H. Sorter, en su trabajo titulado "Relevant Accounting" (Journal of Business, v. 45, n° 2, abril 1972, pp. 258-282), estudian la información contable que deben proporcionar las empresas para favorecer la eficiencia del mercado de valores y la eficiente asignación de los recursos. Distinguen: "(1) información útil para predecir flujos de caja, (2) información útil para calcular los riesgos de estos flujos de caja, y (3) información sobre la realización de las expectativas" (p. 260). Señalan, además, que tal información, "dado que la asignación de recursos tiene sentido solo en términos de elección de alternativas", "debe expresarse de manera que facilite la comparación" (p. 260). Más aún, critican los informes contables actuales por "no adecuarse totalmente a estos requisitos de información" (p. 258) y referirse principalmente a lo ya realizado y eso "solo cuando la realización puede expresarse en términos de un solo número" (p. 260), por lo que tratan de desarrollar un sistema de informes contables periódicos cuya información sea "más compleja, más multidimensional y, por tanto, posiblemente, más difícil de usar por los inversores" (p. 282). El inversor, señalan, "puede quejarse de la dificultad inherente a la utilización de esta información, pero, al menos, se provee de tal información. Es todavía más difícil la utilización de la información que es necesaria y no se da" (p. 282).

Un ejemplo claro es el proporcionado por Dychman, Downes y Magee, quienes, refiriéndose a los que no creen en la posibilidad de que exista realmente un mercado eficiente, comentaban:

"Por ejemplo, ellos creen que un inversor que evaluara los informes de dos empresas, una de las cuales utilizase el método de valoración de inventarios "first-in-first-out" (FIFO), mientras que la otra emplease el método "last-in-first-out" (LIFO), podría confundirse con los beneficios presentados por las empresas si las implicaciones de las diferencias en la valoración de los inventarios no fueran comprendidas. Ellos argumentan que tal confusión, multiplicada por el número de temas contables en los que son posibles procedimientos alternativos y por el número de los que utilizan los estados financieros, finalmente conduce a una mala asignación de los recursos en los mercados de ca-

pitales. La mayoría iría más lejos hasta decir que esto podría ocurrir incluso con un procedimiento si no fuera escogido cuidadosamente... El resultado, en cualquier caso, sería que algunos títulos estarían sobrevalorados en comparación con otros. Algunas empresas podrían conseguir más capital que otras, o a una tasa de interés más baja, incluso si las únicas diferencias reales entre las empresas fueran sus procedimientos de información contable" (403).

Los razonamientos contrarios a este han sido ampliamente expuestos aquí. Pero lo que importa ahora resaltar es que si, por estas o cualesquiera otras razones, el mercado no refleja correctamente la información, es casi imposible que los precios sean los adecuados para conseguir una asignación efi-

---

(401) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. xii.

ciente de los recursos financieros. Para que la asignación sea perfectamente eficiente es necesario que los precios sean "justos", en el sentido de que no exista información no descontada o incorrectamente reflejada en los mismos. Tales precios "justos" no pueden alcanzarse en un mercado manipulable; un mercado en el que los precios, o bien no reflejen toda la información, o bien no la reflejen correctamente; un mercado en el que los precios reflejen la falsa información -es decir, la relativa a hechos irreales- cualquiera que sea la fuente de que provenga.

Es así que la información tiene, entre otros, el importante papel de "ayudar a establecer un conjunto de precios para los títulos, tal que exista una asignación óptima de recursos entre las empresas" (404). La existencia de ineficiencias y la posibilidad de manipulación de los precios

---

(404) W. Beaver: "The Behavior of Security Prices and Its Implications for Accounting Research (Methods)", *Accounting Review*, suplemento de 1972, pp. 407-437.

además de poder "crear una falta de confianza" (405) y de "disuadir a los inversores de tener acciones" (406), "conduciría a una asignación de recursos no óptima" (407).

Pero el sentido en que se ha venido empleando la idea de "óptimo" en la asignación de los recursos es el propio del punto de vista de los inversores. Estos, en un mercado fuertemente eficiente, dirigirán sus recursos hacia aquellas empresas (inversiones, en fin) más beneficiosas desde su punto de vista; esto es, simplificando, hacia aquellas que ofrezcan mayor rentabilidad para cada nivel de riesgo, o mínimo riesgo para cada nivel de rentabilidad. En tal mercado, las empresas que podrán obtener mayor cantidad de capital, o que lo podrán conseguir con un menor coste, serán aquellas que, dado el carácter "justo" de los precios de que ambas cuestiones dependen, lo merezcan de acuerdo con dichos criterios

---

(405) H. Firth: "Investment...", ob. cit., p. 305.

(406) Ibid.

(407) Ibid.

(rentabilidad-riesgo) propios de los inversores. No cabe esperar que estos ponderen circunstancias, por ejemplo, de tipo ecológico, social, etc..

En definitiva, "los individuos, actuando en su propio interés son responsables de una asignación de recursos inconsistente con la maximización del bienestar social" (40). Pero esto, como se dijo, ocurriría incluso en un mercado perfectamente eficiente. Supóngase, por ejemplo, que todas las empresas formulan regularmente sus cuentas económicas y sociales y que todos los inversores disponen de ellas e incluso las saben interpretar coincidiendo en sus conclusiones y resultando un mercado fuertemente eficiente. Aún en este caso, no parece probable que los precios reflejaran sino las circunstancias económicas, y que las sociales solo se descontasen en tanto tuvieran consecuencias económicas de interés

---

(40) M.E. Blume e I. Friend: "The Changing Role ....", ob. cit., p. 145.



para el inversor. Tal sería el caso en que el Estado impusiera determinadas sanciones a las empresas contaminantes. Evidentemente, los precios de las acciones de estas empresas reflejarían inmediatamente tal circunstancia, pero no por ser socialmente penalizable, sino, por ejemplo, por la posible reducción que, en la renta de las empresas, produciría la sanción estatal.

Más aún, el concepto de eficiencia en la asignación de los recursos se ha referido sólo al sistema correspondiente al mercado de valores. Quiere esto decir que, evidentemente, "la asignación óptima de los recursos no necesita ser una característica de una economía donde los mercados de valores (pero no otros mercados de inversiones) sean eficientes" (409).

---

(409) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 85.

### 3- LA EFICIENCIA DEL MERCADO Y SUS FUNCIONES DE VALORACION E INFORMACION.

Una de las funciones más importantes que cumplen, o deben cumplir, los mercados de valores, es la de permitir una determinación indirecta del valor de las empresas. Los inversores cuando señalan el valor que están dispuestos a pagar por una determinada acción en un cierto momento, es decir, cuando establecen, concurrentemente, su cotización, están valorando la empresa, y las circunstancias en que ésta desarrolla su actividad, en relación a las demás.

En esa labor, los inversores tendrán en cuenta todas las circunstancias que influyan o puedan influir, especialmente, en los rendimientos esperados y el riesgo del título concreto y, por ende, en el potencial de crecimiento, rentabilidad y riesgo de la empresa emisora.

Es así que, en la determinación del valor de mercado de los títulos, se consideran o debieran considerarse, fac

tores que van más allá del mero valor físico de la empresa emisora (valor de sus inmuebles, inventarios, etc.) y se incluyen, o debieran incluirse, otros de difícil valoración directa, como la capacidad de gestión de sus managers, sus circunstancias laborales, su situación en el mercado en que vende sus productos, la situación del sector en que desarrolla su actividad, etc..., y las perspectivas futuras de todos esos aspectos.

El mercado de valores, pues, "lleva a cabo una síntesis de elementos sin la que sería imposible efectuar valoraciones sensatas" (410). Por ello, el valor objetivo o de mercado, que "se define como el producto del valor de una acción en Bolsa por el número de acciones de la empresa en circulación" (411), "debe servir de base o punto de partida a la

---

(410) A.M. Arroyo: "La manipulación de las cotizaciones de Bolsa", I.C.A.I., Madrid, 1978, p. 64.

(411) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob. cit., p. 335.

hora de vender o comprar una empresa" (412).

En definitiva, el mercado de valores y, especialmente, la parte más organizada del mismo, es decir, la bolsa de valores, "permite determinar indirectamente -al determinar el valor de las acciones- el valor de las empresas, que también es un importante problema a resolver en los países con economía de mercado" (413). "La publicación y divulgación del precio bursátil o cotización sirve, en el campo de la microeconomía, para que el empresario conozca el valor de su empresa, las condiciones con que debe presentar sus ofertas de títulos y, por tanto, los costes financieros de sus proyectos de inversión" (414).

---

(412) Ibid.

(413) Ibid.

(414) J. Planasdemunt Gubern: "El fenómeno bolsa", en Instituto Español de Analistas de Inversiones: "Curso de Formación sobre Bolsa", Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid, 1977, (pp. 137-163), p. 144.

La función de valoración resulta tanto más importante si se tiene en cuenta, además, que "modernamente se considera que el objetivo de la empresa ya no es la maximización del beneficio, sino la maximización del valor de la misma para sus accionistas, es decir, la maximización del valor bursátil de las acciones" (415).

Pero, evidentemente, la capacidad de un mercado para considerar y ponderar adecuadamente, en todo momento, las circunstancias que concurren en un título, y en la empresa emisora, que interesan al inversor, depende de su eficiencia. Solo un mercado fuertemente eficiente, será capaz de reflejar, correctamente, en los precios de los títulos, la totalidad de la información relevante para los inversores. En otras palabras, la perfección con que un mercado lleve a cabo su función de valoración, dependerá de su eficiencia. Tal perfección en la valoración se incrementará a medida que los pre-

---

(415) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob. cit., p. 336.

cios descuenten un mayor volumen de información y lo hagan con mayor prontitud y corrección; esto es, a medida que se incremente la eficiencia del mercado.

Intimamente unida a la función de valoración, se encuentra la de información. Si el mercado es capaz de sintetizar en el precio todo el conjunto de informaciones, de la más diversa índole, que concurren en la empresa emisora del título, en sí y en relación al resto, tal precio constituirá, así mismo, una fuente de información de la mayor utilidad.

Así, la evolución del precio de las acciones de una empresa, informa a los directivos de la misma sobre la opinión que los accionistas tienen de su gestión. Para comprender la importancia de esta función del mercado, basta tener en cuenta la separación operada, en las grandes empresas, entre propiedad y control. Tal separación ha llegado hoy al extremo de que la única forma en que aquellos que controlan la marcha de la empresa (su dirección) pueden conocer la opinión que la

gran masa de accionistas tienen, en cada momento, sobre su gestión, sea la observación de la evolución de las cotizaciones de sus acciones en relación a las demás. En efecto, las únicas ocasiones en que, teóricamente, los directivos podrían palpar la opinión de las numerosísimas personas entre las que, en muchos casos, se encuentran distribuidos los capitales de las sociedades, serían las juntas generales de accionistas. Pero estas se convocan con una frecuencia mínima y la experiencia demuestra que ni aún en esos momentos es posible la manifestación de una opinión única y general absolutamente libre. De ahí la importancia del precio de las acciones como vehículo de información a la dirección. "La bolsa cotiza tanto como realidades presentes, expectativas futuras, y como el futuro lo construyen día a día los hombres, son ellos mismos quienes, al adoptar una u otra actitud cara al futuro, provocan unas u otras tendencias" (416).

---

(416) J. Planasdemunt Gubern: "El fenómeno...", ob. cit., p. 143.

Pero, además, de informar a los directivos sobre la opinión que tienen los accionistas sobre sus decisiones, las cotizaciones les proporcionan también datos insustituibles para la propia toma de decisiones. Piénsese, por ejemplo, que "el coste de capital, tan fundamental para la adopción de decisiones de inversión, no se puede calcular si no es en base a la información bursátil" (47), anén de que las cotizaciones informan del grado en que se está cumpliendo el objetivo empresarial, en la medida en que se acepte, como tal objetivo, la maximización del valor de la empresa para sus accionistas.

Pero las cotizaciones constituyen también información de gran importancia para otras personas al margen de los directivos. Entre ellas se encuentran, evidentemente, los proprios accionistas; pero también los acreedores de las enpresas, en tanto en el precio se sintetizan factores de pre-

---

(47) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob. cit., p. 336.



sente y de futuro, de rendimiento y de riesgo, etc.

A nivel agregado, en sí mismos o a través de promedios o índices, los precios de las acciones constituyen un indicador económico de la mayor importancia dada "la convicción de que el conjunto de los operadores que animan al mercado actúan sobre la base de una información más analítica y completa que la existente en la generalidad de otros ambientes económicos" (418). Así, un índice bursátil referido a un sector concreto, deberá recoger, en su evolución, si tal índice está correctamente diseñado, la marcha general del sector; incluyendo, en dicha marcha general, no solo las circunstancias económicas de dicho sector, sino también todas aquellas de carácter político, social, etc., que los inversores consideren relevantes. Y lo mismo ocurre a nivel global; un índice general de Bolsa puede ser "el barómetro de todo acontecer económico

---

(418) A.H. Arroyo: "La manipulación...", ob. cit., p. 63.

mico y social, la caja de resonancias de todo quehacer político nacional e internacional, dada la estrecha relación entre lo político y lo económico. Cuando la bolsa va mal, los políticos, los empresarios y el público en general, saben que algo va mal" (419).

Pero, evidentemente, el mercado solo desempeñará cumplidamente su función informativa si es suficientemente eficiente. Para que los precios constituyan unos buenos indicadores de la realidad subyacente en los mismos, es previamente preciso que recojan tal realidad con la mayor fidelidad. Tal resultado no se puede conseguir en un mercado en el que los precios sean fácilmente manipulables o, por cualquier circunstancia, no reflejen los hechos sino parcialmente o de forma inexacta. Lo ideal sería un mercado en el que los precios reflejaran por completo, y en todo momento, toda la información relevante; un mercado en el que los pre

---

(419) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob. cit., p. 336.

cios descontaran instantáneamente y de forma correcta, inse-  
gada, todo nuevo bit de información que se hiciera disponi-  
ble.

#### 4- LA CONTABILIDAD EXTERNA Y LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES

"Algunos de los inputs de datos (del mercado) están constituidos por outputs de los procesos contables" (40). Esta base elemental ha dado lugar a una de las áreas de la literatura de la TME en que se han mantenido unas discusiones más interesantes e inteligentes. Pero, reciprocamente, también en el ámbito de la contabilidad ha sido importante la investigación en este tema. Tal es así que algunos autores opinan que "la investigación relativa a los mercados eficientes, en lo que se refiere a la contabilidad financiera, es quizás la innovación más importante realizada por los investigadores contables en la pasada década" (41).

---

(40) A.R. Abdel-Khalik: "The Efficient Market Hypothesis and Accounting Data: A point of View", Accounting Review, octubre 1972 (pp. 791-793), p. 792.

(41) D.H. Downes, y T.R. Dyckman: "A Critical Look at the Efficient Market Empirical Research Literature as it Relates to Accounting Information", Accounting Review, abril 1973 (pp. 300-317), p. 317.

"Dado que la contabilidad no constituye un fin en sí misma, puede ser útil conocer las construcciones teóricas realizadas en otros campos para comprender mejor la función de los datos contables. Entonces, podremos conceptualizar mejor sobre la utilidad de los informes contables" (422). Pues bien, "la hipótesis del mercado eficiente ha ofrecido dos importantes medios a través de los cuales se puede obtener una mejor comprensión del papel de la información contable externa. Primero, ha dado un conjunto de métodos de investigación mediante los que se pueden estudiar las relaciones entre la información contable y los precios de los títulos. Segundo, y de igual importancia, ha dado tanto una racionalidad económica para la utilización de las técnicas de investigación mencionadas, como una justificación para tales estudios" (423).

---

(422) A.R. Abdel-Khalik: "The Efficient Market...", ob. cit., p. 791.

(423) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 87.

En un hipotético mercado eficiente en la forma fuerte, la publicación de datos contables no sería útil para la toma de decisiones de inversión. Tal mercado refleja correctamente los hechos en el momento en que se producen y no en el momento en el que se publicaran.

Pero, en el tratamiento de la problemática contable desde el punto de vista de la TME, el concepto de eficiencia manejado ha sido, predominantemente, el correspondiente al que aquí se ha denominado nivel intermedio que, como se recordará, es el correspondiente a un mercado en el que los precios reflejan correctamente, y en todo momento, toda la información relevante publicamente disponible. Este concepto comporta un ajuste instantáneo e insesgado de los precios a toda nueva información relevante que se difunda.

En un mercado eficiente, en ese sentido, los precios descontarán instantánea e insesgadamente todo dato contable relevante para los inversores, en el momento en que se

publique. Entonces, la hipótesis del mercado eficiente "no tiene nada que decir directamente sobre la contabilidad interna (o de dirección). Indirectamente, desde luego, la información interna y externa están relacionadas. Los datos a cumulados para efectos internos a menudo se utilizan para preparar informes para uso externo" (414). Pero el efecto directo de la TIE se produce, en este ámbito, sobre la contabilidad externa.

Ronen, al estudiar las implicaciones de la eficiencia del mercado para la información contable externa, distingue, por una parte, todo lo relativo a la investigación descriptiva del comportamiento del mercado y los precios, y, de otra, un enfoque normativo o "proceso de establecimiento de normas" (415). Pues bien, el estudio de los efectos de la publicación de determinados datos contables ha tenido gran

---

(414) Ibid., p. 79.

(415) J. Ronen: "Objectives of Financial Statements", A.I.C.P.A., Nueva York, 1974, volumen II, p. 36.

importancia, como se verá, en el análisis de la eficiencia del mercado de valores. Pero, a su vez, la asunción del supuesto de que el mercado de valores es eficiente en la forma intermedia ha tenido una gran transcendencia en un enfoque normativo de la contabilidad externa.

Si un mercado de valores es eficiente en ese nivel -al que, en lo que resta de este apartado, deberá entenderse referida la eficiencia-, sus precios descontaran la información que la contabilidad externa de las empresas le ofrezca pero "en la medida en que esa información esté de acuerdo con la realidad económica subyacente" (44). Sin embargo, la postura más clásica en el tema es la correspondiente al supuesto de que el precio de las acciones de una empresa pueden alterarse modificando la información ofrecida a los inversores o los procedimientos de contabilización y presentación de la misma. Tal es la denominada "teoría del

---

(44) H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaasen: "Stock Market and the Information Content of Financial Reports", en Cees van Dam, ed.: "Trends in Managerial and Financial Accounting", Martinus Nijhoff, Boston, 1978, (pp. 181-195), p. 189.



inversor ingenuo" basada, fundamentalmente, en el hecho de que "el mercado está compuesto de gran número de inversores individuales, la mayor parte de los cuales están relativamente poco preparados para comprender e interpretar los estados financieros" (414), y en que "dada la gran cantidad de complejos procedimientos contables y principios, no se puede esperar que todos los participantes en el mercado sepan distinguir la información falsa o encubierta" (418).

A la "teoría del inversor ingenuo" se han opuesto los que opinan que "el uso de procedimientos contables alternativos no provocará ineficiencias en el mercado, esto es, errores de predicción sistemáticos que induzcan a errores de valoración sistemáticos" (419) pues, si fuera cierto lo contrario, "existiría una oportunidad para obtener beneficios anormales" tomando ventaja de los errores sistemáticos que pu

---

(414) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 2.

(418) Ibid.

(419) M.J. Gonedes: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 17.

dieran existir en el mercado.... Entonces.... se podría concluir que la existencia de esta oportunidad conduciría a su propia desaparición vía los ajustes del mercado" (40). Además, se argumenta, considerando que el precio de los títulos se forma por un consenso entre los que participan en el mercado, "si son muchos los inversores que contribuyen a este consenso y si los errores que cometen son individuales,...., por la ley de los promedios, un error en el valor de equilibrio de los títulos, probablemente, será demasiado pequeño en comparación con los errores individuales" (41). La existencia de individuos que condicionen el comportamiento de otros (por ejemplo, los directores y contables de las empresas en las presentaciones de los datos contables) daría lugar al nacimiento de una información interna -la relativa a la existencia de poder condicionante en estos individuos- y, entonces, cabría aplicar de nuevo el razonamiento anterior, pues tal información constituiría una fuente potencial de re

---

(40) Ibid.

(41) H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaasen: "Stock Market and the ...", ob. cit., p. 184.

sultados extraordinarios.

Fundamentándose en el principio de que todos los títulos están, en todo momento, correctamente valorados, da da la información públicamente disponible, se desarrollaron los denominados "tests de asociación". Como se vió, si tal principio es cierto, los precios deberán reaccionar instantáneamente a todo nuevo bit de información relevante que se publique y, lo que ahora es más importante, dado que el ajuste deberá ser correcto, su tamaño será acorde a la relevancia de la información de que se trate. Esto posibilita la medida del carácter novedoso y relevante que tienen, para el inversor, los datos proporcionados por la contabilidad externa.

Ante la publicación de "nuevos datos contables, puede ocurrir:

a) Que los precios reaccionen a los mismos, lo que

significaría que dichos datos tienen valor para el mercado; esto es, que son realmente nuevos y relevantes.

- b) Que los datos no tengan impacto alguno en los precios.

El caso b), a su vez, puede darse:

- b1) Porque los datos contables ya eran conocidos o habían sido anticipados.

- b2) Porque dichos datos no tienen relevancia para el inversor.

Si son relevantes, "los datos previamente inesperados, de los informes financieros de una empresa, deberían reflejarse en variaciones de los precios de sus títulos en el periodo en que se hicieran públicamente disponibles estos datos

tos financieros inesperados" (432). Si existe evidencia consistente de que los datos no conocidos ni anticipados por el mercado, con anterioridad a su difusión a través de la contabilidad externa de la empresa, no producen reacción alguna en los precios de un mercado de valores eficiente, cabe deducir que tales datos no tienen relevancia para la toma de decisiones de inversión. Esto, añadido al hecho de que la recogida, tratamiento y difusión de los datos tiene un coste, debería conducir a un replanteamiento de la política de información externa de la empresa en este ámbito.

Pero, junto a "b2", la causa de "b" puede ser "b1" si hay evidencia consistente de que existen fuentes de información compitiendo con la fuente contable. "Tal evidencia se refleja en los movimientos anticipatorios de precios, que preceden a los anuncios de datos contables... Si no hubiera

---

(432) G.J. Benston: "Required Disclosure and the Stock Market: An Evaluation of the Securities Exchange Act of 1934", American Economic Review, marzo 1973 (pp. 132-155), p. 137.

nada compitiendo con los datos contables como fuentes de información, entonces (suponiendo que los datos contables tienen algún contenido informativo) sería de esperar observar unos rápidos movimientos de precio en el momento en que se publicarán (oficialmente) los datos contables. Bajo estas condiciones, no sería esperable observar movimientos de precios que empezaran a anticipar los datos contables durante varios meses o semanas. Bajo estas (admitamos que estrenas) condiciones, el contenido informativo de los datos contables constituiría "información interna"... por lo que no habría reacción alguna del mercado a los números hasta que estos fueran publicados y convertidos en parte de la información públicamente disponible" (43). "Más aún, si estas fuentes alternativas de información sugirieran que los datos contables son "deficientes" indicadores de los acontecimientos que afectan al valor de las empresas, entonces los datos contables no serán ciegamente uti

---

(43) H.J. Gonedes: "Efficiente Capital...", ob. cit., p. 15.

lizados por el mercado... Es más, el contexto competitivo de los datos contables redundará en que no se utilicen si pierden su contenido informativo" (434).

Es así, que diversos autores vinieron a señalar como, asociando, en un mercado eficiente (siempre, aquí, en la forma intermedia), el contenido de información relevante de los datos contables con las variaciones de precios, es posible mejorar la contabilidad externa de la empresa. Se podría, así, eliminar la información que carece de relevancia y determinar cual resulta redundante.

Esta última posibilidad surge del hecho de que la contabilidad "es solo un elemento en el sistema de información total. Ella no tiene el monopolio de la oferta de información al mercado. Si los datos que ofrece resultaran redundantes o demasiado costosos para su utilización por los inver

---

(434) Ibid., p. 16.

sores, podría ser reemplazada por otras fuentes..." (435). En otras palabras, "si todo el contenido informativo de las políticas contables presentes, o de las alternativas, pudieran producirse mediante otras fuentes competitivas por los participantes del mercado, entonces, lo único que podrían ofrecer los informes contables... sería la economía de producción" (436).

Sin embargo, debe considerarse la posibilidad de que el mercado descuenta la información contable aún antes de que se haga pública. En tal caso, el que los movimientos de precios fueran anteriores a la publicación de la información, sería indicativo de que se está reflejando el contenido de información de los procesos contables que conducen a la elaboración de los informes públicos. Para que esto fuera cierto

---

(435) T.R. Dycman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p.2.

(436) R.G. May y G.L. Sundem: "Cost of Information and Security Prices: Market Association Tests for Accounting...", ob. cit., p. 83.

May y Sundem entienden por "política contable" "no el pensamiento contable, sino la práctica de difundir e informar al público" (nota 7 al pie de la p. 81).



sería necesario, evidentemente, que tales movimientos de precios fueran consistentes con la información contable.

Uno de los temas más interesantes que se han discutido en la literatura que se viene comentando, es el relativo a la selección de métodos contables. Considérense, por ejemplo, los distintos métodos de valoración de inventarios. Como se sabe, en general, cada uno de ellos conduce a una valoración diferente de los beneficios de la empresa. Si el mercado no supiera valorar la realidad económica que existe detrás de los datos que se le ofrecen, sería posible manipular las cotizaciones de los títulos utilizando unos u otros procedimientos contables. Así, por ejemplo, Briloff (47) describe casos que parecen mostrar que el mercado fué engañado por los informes contables y es bastante generalizada la creencia de que, si los beneficios se basan en costes históricos,

---

(47) A. Briloff: "Unaccountable Accounting", Harper and Row, Nueva York, 1972. Citado por T.R. Dychman, D.R. Downes y R.P. Magee en "Efficient Capital...", ob. cit., p. 2.

los precios de los títulos serán superiores que cuando se basen en los valores de reposición. "Esta perspectiva implica... que una empresa pueda variar su valor de equilibrio modificando sus técnicas contables incluso si la empresa no lleva a cabo modificaciones económicas sustantivas" (439).

Tales manipulaciones podrán realizarse en un mercado ineficiente; pero no serían posibles en un mercado que reflejase total y correctamente la información pública. Kaplan y Roll, tras estudiar los efectos de diversos métodos contables sobre el PER (ratio precio/beneficio) de diferentes títulos comentaron:

"La manipulación de los beneficios puede ser divertida, pero su rentabilidad es dudosa. Hemos tenido dificultades para discernir efecto alguno

---

(439) H.J. Gonedes: "The Capital Market, the Market for Information...", ob. cit., p. 624.

estadísticamente significativo que haya tenido en los precios de los títulos. Con base exclusiva en los promedios, podemos, sin embargo, concluir que los precios de los títulos se incrementan en torno a la fecha en que una empresa anuncia unos beneficios inflados mediante una variación contable. El efecto parece ser temporal... Posiblemente, la manipulación de los beneficios, una vez descubierta, es probable que tenga un efecto depresivo sobre el precio de mercado porque comporta una visión desfavorable de la dirección" (439).

Pero considérese, de nuevo, el supuesto de que el mercado, si bien reacciona rápidamente a la nueva información, no puede discernir la realidad económica que existe tras la misma sino en la medida en que los datos concretos se lo permitan. Supóngase que tal mercado tiende al equilibrio,

---

(439) R.S. Kaplan y R. Roll: "Investor Evaluation of Accounting Information: Some Empirical Evidence", *Journal of Business*, v. 46, nº 2, abril 1972, (pp. 225-257), p. 257.

pero que, como consecuencia de lo anterior, los precios de equilibrio no son los que corresponderían a la forma fuerte de eficiencia, ni tampoco los correspondientes a una asimilación correcta de la realidad económica de la empresa a que se refieran los datos, sino tan solo los basados en una interpretación de la realidad tan correcta como sea posible, dados los datos que llegan al mercado y los medios de discernimiento e interpretación disponibles. Piénsese, por ejemplo, que existen dos métodos, "A" y "B", de recogida, transformación o presentación de una determinada partida contable, y que al mercado llega según el método "A"; de acuerdo con los supuestos anteriores, solo podrá llegar al nivel de conocimiento que podría conseguirse si dispusiera, además, del dato correspondiente al método "B", si tuviera los datos y/o medios necesarios para realizar la conversión.

Pues bien, si una determinada empresa cuyas acciones se cotizan en tal mercado, desea seleccionar sus métodos contables sobre la base de ofrecer a sus inversores la máxi-

ma cantidad de información posible, podría acudir a los tests de asociación. Esta posición ha sido defendida sobre la base de que los precios descontarán los datos solamente si son auténticamente novedosos -esto es, si tienen contenido de información- y lo harán en la medida en que tales datos tengan relevancia para el inversor. Así, Beaver y Dukes consideran que el método contable que produzca los datos "que tengan la mayor asociación con los precios de los títulos, será el más consistente con la información que desemboca en una determinación eficiente de los precios de los títulos valores" (440) por lo que este "es el método que deberá ser empleado" (441). El criterio de asociación "indicará qué método considera el mercado que está más relacionado con la información utilizada en el establecimiento de los precios de equilibrio" (442); es decir,

---

(440) W.H. Beaver y R.E. Dukes: "Interperiod Tax Allocation, Earnings Expectations and the Behavior of Security Prices", Accounting Review, abril 1972 (pp. 320-332), p. 321.

(441) Ibid.

(442) Ibid.

señalará que método ofrece la información más relevante.

Al planteamiento así realizado debe añadirse la consideración de los costes de cada uno de los procedimientos contables. Evidentemente, cualquiera estaría de acuerdo con que las empresas deberían dar al mercado la máxima cantidad de información posible, y con la mayor oportunidad y difusión, así como con la conveniencia de que tal información se adecue al método preferido por el mercado. Pero también es obvio que estas consideraciones deben matizarse con el hecho de que la información tiene un coste que variará, además de por otras circunstancias (entre ellas, la rapidez con que se quiera informar y la difusión que se pretende conseguir), con el método que se utilice. De ahí, que, los resultados que se obtuvieran con los tests de asociación deberían también matizarse con la consideración de los costes.

Ello es aplicable, además, tanto a la selección del método contable idóneo, como a la determinación de si es

la fuente contable, y no cualquiera de las que puedan competir con ella, la conveniente. Más aún, las dos cuestiones -la selección de las fuentes y la elección de los métodos- deberían ser consideradas conjuntamente y en ambos se habrían de tener en cuenta los costes. Señalaban, a este respecto, May y Sundem que:

"El investigador... debe tener explícitamente en cuenta la posible presencia de información que no es descontada por los precios del mercado dada la política contable existente... Más aún, los costes de producción y descuento de la información por las fuentes contables, en comparación de los costes vía las fuentes competentes, deben ser analizados" (443).

En definitiva, antes de concluir, en base a un análisis de aso

---

(443) R.G. May y G.L. Sundem: "Cost of Information and Security Prices...", ob. cit., p. 93.

ciación, que los datos provenientes de la fuente contable no resultan competitivos frente a los de otros cauces de información alternativos, debiera considerarse la posibilidad de que los resultados hubieran sido diferentes de haber sido otros los métodos contables generadores de los datos. Además, tanto en la selección de fuentes, como en la selección de métodos, debe tenerse en cuenta el coste de la información.

Más aún, junto al coste de producción y difusión de la información, debe considerarse el coste de procesamiento de tal información por los inversores. Esto es, "al determinar las alternativas menos costosas, deberían tenerse en cuenta las diferencias en los costes de procesamiento del inversor individual" (444), quién, a través de los datos que se le ofrecen, tiene que discernir la realidad económica subyacente.

---

(444) T.R. Dyckman, D.H. Downes, y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 36.



En este sentido, puede considerarse que, aún cuando dos procedimientos ofrezcan la misma información, se deberá utilizar aquel que exija del inversor unos menores costes de procesamiento. Además, "dado que el mercado incurrirá en costes no nulos para realizar ajustes de un método al preferido, el fallo en difundir el método preferido fuerza al mercado a incurrir en unos costes excesivos de procesamiento de datos. Por contra, el difundir el método más consistente con el conjunto de información subyacente reduce el coste esperado de procesamiento de datos por el mercado" (445).

En cualquier caso, "cuando hay una forma sencilla de realizar la conversión de un método contable en otro y los costes de conversión son insignificantes, pero no es posible pasar del segundo al primero.... entonces, debería informarse de acuerdo con el primer método, dado que cualesquiera inversores que quieran el segundo método podrán convertir las can-

---

(445) W.H. Beaver y R.E. Dukes: "Interperiod Tax...", ob. cit., p. 331,

tidades publicadas. Entonces, la eficiencia del mercado garan  
tizará que toda la información contenida en ambas medidas se  
refleje pronta y propiamente en el precio del título" (446).

Pero, en opinión de Gonedes y Dopuch, en muchos ca  
sos, aún cuando las mutuas transformaciones sean posibles, "si  
tales transformaciones son menos costosas cuando se utiliza un  
procedimiento en particular con fines de difusión, entonces  
un enfoque que parece razonable es seleccionar el método que  
se puede convertir, a los resultados condicionales a los mé  
todos alternativos, al coste de conversión más bajo" (447)

Otro caso sería aquel en el que, disponiendo de da-  
tos, las mutuas transformaciones fueran posibles y tanto los  
costes de ambas informaciones como los de las mutuas conver-

---

(446) T.R. Dyckman, D.H. Downes, y R.P. Magee: "Efficient Ca-  
pital...", ob. cit., p. 86.

(447) H.J. Gonedes, y M. Dopuch: "Capital Market Equilibrium,  
Information Production and Selecting Accounting Techni-  
que: Theoretical Framework and Review of Empirical Work",  
Journal of Accounting Research, v. 12, nº 1, 1974, (pp.  
48-129), p. 116.

siones fuesen idénticos. "Si no hay, esencialmente, coste adi  
cional alguno para la firma en difundir información... bajo  
una alternativa de difusión u otra, ni tampoco para el inver  
sor en efectuar la conversión de una a otra, hay una fuerte  
predisposición, a priori, para difundir los datos necesarios  
para hacer la conversión" (448).

Evidentemente, en fin, si se supone "que el cóste  
adicional, para una empresa, de producir los datos condiciona  
les a uno de los procedimientos, es realmente trivial si ya se  
están produciendo los datos condicionados a uno de los otros  
procedimientos... parece razonable producir la información con  
dicional a ambos procedimientos, en lugar de gastar recursos  
deliberando qué método debería utilizarse".(449).

---

(448) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Nagee: "Efficient Capital,...", ob. cit., p. 86.

(449) N.J. Gonedes y N. Dopuch: "Capital Market Equilibrium.", ob. cit., p. 116.

Pero, junto al planteamiento realizado, deben considerarse los posibles efectos sociales de las diversas alternativas contables. Señalaba Beaver, en 1972, que "si diferentes sistemas de información condujeran a diferentes conjuntos de precios de equilibrio, entonces los problemas de la valoración de la información serían incluso más complejos" (450).

May y Sundem, en 1973, consideraron, por su parte, que tal hecho se podría dar porque "puede existir información que no se produce ni se refleja en los precios porque no es remunerativo hacerlo" (451). Bajo diferentes sistemas podría ser remunerativo el procesamiento y descuento de la información, lo que afectaría a los precios de equilibrio del mercado. Por tanto, cuales sean los sistemas de información elegidos, es algo que, según May y Sundem, afecta a los precios de equilibrio. Por ello, en su opinión, "no se puede aceptar, simplemente, la asociación entre los datos contables y los precios existentes en

---

(450) W. Beaver: "The Behavior of Security Prices...", ob. cit., p. 486.

(451) R.G. May y G.L. Sundem: "Cost of Information and Security Prices...", ob. cit., p. 82.

el mercado como sustituto del beneficio esperado para la sociedad de las políticas contables que producen esos números" (452).

La línea apuntada por May y Sundem, y seguida parcialmente por autores como Beaver (453), aunque atemperada, en sus conclusiones, por Magee (454), marcó importantes limitaciones a los tests de asociación. Al mismo tiempo, su enfoque ha dado lugar al análisis de posibles vías de estudio como, por ejemplo, la señalada por Ronen (455), quien vino a señalar que para la consecución de un determinado objetivo, como la eficiencia en la asignación de los recursos financieros,

---

(452) Ibid., p. 93.

(453) W. Beaver: "What Should be the Objectives of the FASB", Journal of Accountancy, agosto 1973, pp. 49-56.

(454) R.P. Magee: "Cost of Information and Security Prices: A Comment", Accounting Review, octubre 1974, pp. 788-790.

Puede verse la réplica de May y Sundem en las pp. 791-793 del mismo número de dicha revista.

(455) J. Ronen: "Objectives of...", ob. cit.

existiría un conjunto de precios de equilibrio que, a su vez, dependería de la información ofrecida al mercado. El problema consistiría en fijar la información que se debería dar, y como darla, de manera que se alcanzase la estructura de precios que diera lugar a la consecución del objetivo propuesto.

Un problema, evidentemente, es el coste de fijar claramente el objetivo y delimitar la estructura de precios acorde con el mismo. Pero otro, y no menor, es el de designar el sistema de información concreto que debe conducir a tal equilibrio. Lo que interesa destacar es, entonces, que "hacer una selección entre alternativas contables resulta en efectos sociales que todavía no sabemos como medir" (48).

Más aún, "se puede argumentar que incluso si los precios no varían, esto es, si existen los mismos precios de

---

(48) T.R. Dychman, B.H. Downes y R.P. Magee; "Efficient Capital...", ob. cit., p. 87.

equilibrio en el mercado, métodos de información alternativa pueden producir un cambio en el proceso por el que se alcanza este equilibrio. Tal cambio podría, por ejemplo, imponer más o menos negociación, con los resultantes efectos sobre los individuos, o una variación en los beneficios resultantes de las operaciones de arbitraje necesarias" (417); circunstancias estas que también habrían de ser consideradas junto a los tests de asociación.

Aún cuando el mercado sea eficiente es posible que existan problemas de infravaloración y sobrevaloración de unas acciones en relación a las otras, dado que los precios de las mismas reflejarán la información pública, pero no la restante. Tratando de lograr que las diferencias entre los precios de los títulos respondan a la realidad subyacente en los mismos, se ha defendido la uniformidad en la información que

---

(417) Ibid., p. 86.

publican las diversas empresas. Tal uniformidad debería, se ha dicho, alcanzar tanto al tipo de información proporcionada, como a los procedimientos en que se base.

Evidentemente, dicha uniformidad no garantiza el que la situación relativa, en la valoración de los diversos títulos, sea la adecuada, pues la realidad de las empresas puede ser diversa de la reflejada por los precios de los títulos sin que tal diversidad pueda ser apreciada por el mercado a través de la información pública. Es decir, es posible, que, para que se pudiera apreciar tal diversidad, fuera precisa la difusión de datos no incluidos en el conjunto de información uniformemente difundida por todas las empresas. Más aún, "podemos suponer que, en algunos casos, el mercado ha producido una reacción insesgada a la información ofrecida por las empresas, porque otras empresas -en la misma industria- informaron sobre los mismos hechos utilizando métodos diferentes.

Si, por ejemplo, de dos empresas comparables, "x" e "y"



la firma "x" aplica el método lifo, y la empresa "y" el fi-  
fo, en la valoración de inventarios, la diferencia entre los  
beneficios publicados solo se puede trazar porque hay diver  
sidad en la información. Si ambas empresas aplican el método  
fifo, probablemente, habría información insuficiente para ba  
sar los precios en el lifo, y viceversa" (458).

En cualquier caso, si se decide que las empresas  
presenten una información uniforme, sería aplicable lo ante  
riormente mencionado para la selección de la información que  
debiera difundirse y de los procedimientos a emplear (en cuan  
to a los tests de asociación, la consideración de los costes,  
etc.) (459) y lo que sigue.

Junto a todas las limitaciones ya señaladas para  
los tests de asociación, debe tenerse, además, en cuenta que

---

(458) H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaassen: "Stock Market Effi-  
ciency...", ob. cit., p. 191.

(459) El problema de la uniformidad en los informes contables  
y financieros de las empresas fué tratado por B. Lev en:  
"Financial Statement Analysis: A New Approach", Prentice  
Hall, Englewood Cliffs, 1974.

"la eficiencia del mercado solo tiene relevancia para la oferta de información para las decisiones de inversión de los accionistas que tienen acciones cotizadas en los mercados de valores" (440). Sin embargo, "los datos contables tienen sentido en muchas actividades económicas importantes al margen de las decisiones del mercado de capitales" (441). "Es importante mencionar esto porque la información necesitada para estas decisiones podría no coincidir con la información para otras decisiones" (442). Entonces "si solo se publica un mismo conjunto de cuentas para todos los usuarios,....., presumiblemente, el criterio debería ser el ofrecer el conjunto de cuentas que maximice la utilidad de todos los usuarios" (443) (si bien, con las restricciones señaladas antes, obviamente).

---

(440) H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaasen: "Stock Market...". ob. cit., p. 189.

(441) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 80.

(442) H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaassen: "Stock Market...", ob. cit., p. 189.

(443) H. Firth: "The Valuation of Shares...", ob. cit., p. 152.

Y, entre todas, se suele considerar que "la uti-  
lización más importante de la información contable es la ofre-  
cida a la dirección... Dado que los inversores no reciben la  
información contable de la dirección, las cuentas financieras  
que reciben se preparan, normalmente, a partir de los datos  
contables de la dirección" (44). Por tanto, junto a las res-  
tricciones al criterio de asociación ya reseñadas, deben con-  
siderarse "cualesquiera restricciones impuestas por los siste-  
mas contables de dirección que prevalezcan" (45).

En cualquier caso, si se utiliza un test de asocia-  
ción, debe tenerse en cuenta que se está suponiendo que el  
mercado es eficiente en la forma intermedia. Más aún, dichos  
tests son, esencialmente, idénticos a los realizados para con-  
probar el grado de ajuste del mercado a dicha forma de efi-

---

(44) Ibid.

(45) Ibid.

ciencia. El procedimiento, en ambos casos, consiste en estudiar el efecto que tiene, sobre los precios, una determinada información. La diferencia entre ellos radica en la interpretación dada a los resultados de los tests. Así, si se observa que los precios no reaccionan a los datos, en los tests de la hipótesis de eficiencia intermedia se concluiría que el mercado no es eficiente a este nivel, en tanto que en los tests de asociación se interpretaría que la información considerada no era relevante o había sido ya anticipada.

Más aún, junto al valor de información, debería considerarse el valor de confirmación que tienen los informes contables. Estos "son también útiles para confirmar las expectativas previas... Así, los informes dan nueva información adicional... y confirman las previas, pero inciertas, estimaciones .... realizadas por los inversores. Este valor de confirmación de los informes contables es importante pero, desafortunadamente, no hay forma de medir su impacto. De aquí que la mayor parte de los investigadores hayan utilizado sólo la



evidencia de "nueva información adicional", ofrecida por los informes contables, para obtener conclusiones sobre la utilidad de tales informes" (46).

En definitiva, lo que cabe concluir de esta breve revisión de los principales aspectos que se han tratado en torno al tema propuesto, es que, si bien no cabe aceptar ciegamente la validez de los resultados que, en cada caso concreto, ofrezcan los tests de asociación, las aportaciones nacidas en torno a la discusión mantenida en este tema, son, cuando menos, dignas de ser tenidas en cuenta. "Los proponentes de la hipótesis del mercado eficiente demandan demasiado, mientras que sus detractores dan demasiado poco. Como ocurre con la mayor parte de las innovaciones, la verdad se encuentra más cerca de la zona media" (46).

---

(46) Ibid., p. 142.

(46) T.R. Dychman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 97.

##### 5- LA GESTION DE ACTIVOS BURSATILES EN UN MERCADO EFICIENTE.

La TME tiene claras implicaciones para los métodos clásicos de gestión de títulos-valores. Considérese, así, en primer lugar, al análisis técnico. Este, como se recordará, se basa en tres ideas básicas:

- La primera, es la de que "la historia tiende a repetirse; esto es, que las pasadas pautas de comportamiento de los precios tenderán a volver a darse en el futuro" (468).
- La segunda, y consecuente, es que "las sucesivas variaciones de precios de los títulos individuales son dependientes" (469).
- La tercera, es la de que "la secuencia de las va

---

(468) E.F. Fama: "Random Walks...", ob. cit., p. 56.

(469) Ibid.

riaciones de precio, anteriores a cualquier día, es importante para predecir la variación de precio de ese día"(40).

Entonces, esencialmente, los técnicos, empleando enfoques, "en parte.... puramente empíricos y, en parte,.... basados en una analogía con procesos físicos tales como mareas y olas" (41) intentarán utilizar el comportamiento pasado de las series de precios para, basándose en el mismo, generar estrategias de inversión que les permitan obtener unos resultados superiores a la media.

Los analistas técnicos, buscando pautas de dependencia que puedan ser aprovechadas, y tratando de utilizarlas por sí o a través de sus recomendaciones, colaboran a la eficiencia del mercado; pero una vez que esta se ha conseguido,

---

(40) Ibid.

(41) H.V. Roberts: "Stock Market...", ob. cit., p. 1.

los análisis técnicos dejarán de ser rentables.

En ese sentido, cabe recordar que, para que todo análisis técnico resulte una actividad inútil, no es necesario que desaparezcan, de las series de precios, todas las formas pensables de dependencia; sería suficiente que no existiera forma alguna que pudiera ser utilizada provechosamente. Por tanto, la utilidad del análisis técnico no existirá en un mercado en el que se dé la TRA, en su sentido más amplio, pero tampoco, por definición, en un mercado en que se dé la forma más débil de eficiencia. En consecuencia, si bien es cierto que, "si el modelo de recorrido aleatorio es una descripción adecuada de la realidad, el trabajo del analista técnico, como el del astrólogo, no tiene valor real para el análisis del mercado de valores" (41), tampoco lo tiene con que solo se dé la forma débil del mercado eficiente, que, como se sabe,

---

(41) E.F. Fama: "Random Walks...", ob. cit., p. 59.



"no requiere un recorrido aleatorio" (433).

Lo dicho anteriormente viene a significar que, en un mercado eficiente, ningún procedimiento de inversión técnico podrá generar, consistentemente, unos resultados superiores a los esperados, por ejemplo, de acuerdo con una estrategia aleatoria como la de la compra y mantenimiento, pero no que esta sea siempre, en todo periodo que se considere, mejor que cualquier estrategia técnica; "estas estrategias no siempre pierden dinero en relación a una estrategia de compra y mantenimiento" (434). Si bien cualquier procedimiento técnico puede mejorar los resultados de la estrategia aleatoria, tales mejoras, producto del azar, no se pueden mantener consistentemente en un mercado eficiente (basta el nivel débil) y, en el largo plazo, se observará su inutilidad. Más aún, como argumentaba Black (435), a diferencia de las estrategias

---

(433) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 395.

(434) F. Black: "Implications...", ob. cit., p. 17.

(435) Ibid.

técnicas, la de "compra y mantenimiento" no precisa que el inversor dedique tiempo a la observación del comportamiento de los títulos y, dado que da lugar a menos transacciones, tampoco supone unos costes de comisiones, e impuestos sobre las plusvalías, como los que aquellas provocan. Por tanto, en un mercado eficiente, "parece que las personas que utilicen aquellas estrategias perderán dinero más bien que ganarlo, y que perderán ginero más tiempo que el que ganarán, en relación con la estrategia de compra y mantenimiento, a largo plazo" (47).

El análisis fundamental, por su parte, se basa, como también se recordará, en el supuesto de que, "en cualquier punto del tiempo, un título individual tiene un valor intrínseco (o, en términos del economista, un precio de equilibrio) que depende del potencial de beneficios del título" (48) que, "a su vez, depende de factores fundamentales tales como las cualidades de su dirección, situación de la industria y la economía, etc.." (49).

---

(47) Ibid.

(48) E.F. Fama: "Random Walks...", ob. cit., p. 56.

(49) Ibid.

Sin embargo, aunque la base del análisis fundamen-  
tal es sencilla, la labor del fundamentalista no lo es tanto.  
Este puede pensar, por ejemplo, que ha conseguido una inter-  
pretación de la información existente más perfecta que la rea-  
lizada por el mercado -es decir, que la que se ha reflejado  
en los precios- o que ha obtenido una información que supone  
una modificación del valor intrínseco de un título y que, a  
su juicio, el mercado todavía no ha reflejado. Pues bien, aún  
cuando sus apreciaciones sean ciertas, sus descubrimientos  
"no tendrán valor real... a menos que, eventualmente, lleguen  
al mercado, esto es, a menos que, finalmente, el precio corrien-  
te de mercado se mueva en la dirección predicha" (474). Ade-  
más, para que se pueda considerar que el analista tiene éxito,  
"deberá, consistentemente, producir resultados mejores que la  
estrategia aleatoria, dado que, por la naturaleza de la incer-  
tidumbre, para cualquier periodo de tiempo, tendrá, aproxima-  
damente, un 50 por 100 de probabilidades de hacerlo mejor que

---

(474) Ibid., p. 58.

la selección aleatoria, incluso si sus poderes de análisis son completamente inexistentes. Más aún, el analista no solo debe hacerlo consistentemente mejor que la selección aleatoria sino que debe ganar a la selección aleatoria por una cantidad que sea, cuando menos, suficiente para cubrir el coste de los recursos (incluyendo su propio tiempo) que se gastan en el proceso de llevar a cabo sus más complicados procesos de selección" (48).

En cualquier caso, lo cierto es que "aunque los métodos de los analistas profesionales y aficionados difieren sustancialmente, todos tienen en común el esfuerzo por identificar los títulos menospreciados y sobrevalorados" (49). Entonces, evidentemente, tales análisis no tienen sentido si se cumple la hipótesis fuerte del mercado eficiente; y no porque esta niegue la existencia de valores intrínsecos, o precios de equilibrio, sino porque si se da tal hipótesis, los precios serán, en todo momento, las mejores estimaciones insesgadas

---

(48) Ibid.

(49) J.H. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 99.

de tales valores intrínsecos. Nótese, además, que "la hipótesis no es que un resultado superior sea imposible" (412), sino, que, semejantemente a lo que se señaló para la hipótesis débil en relación con el análisis técnico, la hipótesis fuerte lo que descarta es el que los resultados generados por cualquiera de las técnicas del análisis fundamental, sean consistentemente superiores a los de una estrategia aleatoria de inversión como la compra y mantenimiento.

En un mercado que no sea perfectamente eficiente, el fundamentalista podría obtener consistentemente esos "sobreresultados" interpretando la información pública mejor que lo que lo hace el mercado -esto es, descubriendo la existencia de diferencias entre precio y valor derivado de la información pública- o, también, mediante el estudio de la información antes de que llegue al mercado y los precios la descuenten. Evidentemente, si el mercado es eficiente en la forma in

---

(412) Ibid., p.98.

intermedia y los precios reflejan, en todo momento, total y correctamente, toda la información pública, desaparecerá la primera vía mencionada. Pero si se dá un paso más y se considera un mercado en el que los precios reflejan total y correctamente, no ya la información pública, sino toda la información del sistema, el análisis fundamental dejará de tener sentido en absoluto.

Considérese, ahora, el caso -quizás el más viable- de un mercado que es aparentemente eficiente en la forma intermedia, en el sentido de que, habida cuenta de los procedimientos técnicos conocidos, los precios descuentan correctamente toda la información pública. En tal mercado, una vez que aparece una nueva información, los precios la descuentan instantáneamente y de la forma más exacta posible dados los procedimientos conocidos para determinar las consecuencias que de tal información se derivan y sus efectos sobre los valores intrínsecos, o precios de equilibrio, de los títulos. Bajo esta concepción, es posible que si los mencionados procedimientos

no son perfectos, los precios, posteriormente, se ajustan paulatinamente para recoger las verdaderas consecuencias que tales procedimientos no fueron capaces de captar, o para descontar los verdaderos efectos de dichas consecuencias. En tal mercado, "quien tuviera regularmente acceso a informaciones privilegiadas, o un nuevo método (y más perfecto) de selección de inversiones, gozaría de un beneficio anormal comparable a la renta de origen monopolista de la competencia perfecta" (483).

Constituye, así, una clara implicación de la TME, para el análisis de títulos-valores, la extrema improbabilidad de que nadie pueda conseguir unos resultados consistentemente superiores "mediante el análisis de la información pública por los procedimientos convencionales" (484). "Aunque, al principio, pueda ir acompañada de defectos y, por tanto, resulte improductiva, la única esperanza de obtener unos resultados

---

(483) B. Jacquillat y B. Solnik: "Mercados financieros y...", ob. cit., p. 24.

(484) J.H. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 100.

superiores, recae en la búsqueda de medios únicos de formación de expectativas" (41r). Entre tales medios se incluyen la utilización de información interna y el empleo de procedimientos privativos para el análisis de la información pública.

Sin embargo, como señalan Jacquillat y Solnik, los beneficios anormales que se puedan extraer de ambas fuentes, "al igual que en la competencia perfecta, están llamados a desaparecer rápidamente. En primer lugar, la prosperidad de un inversor es rápidamente advertida y sus actos imitados... Por otra parte, recurrirá a capitales más importantes y el volumen de inversión (como la imitación) diluirá la renta (llevando el cambio a su justo valor) devolviendo al mercado, del título correspondiente, su perfección, aunque hayan podido obtenerse previamente importantes beneficios. Así, el descubri

---

(41r) Ibid., p. 102.



miento de un nuevo método de previsión de los precios de bienes financieros, tiene consecuencias semejantes a la innovación en un mercado perfecto de bienes físicos" (416).

Un ejemplo interesante para ilustrar el argumento, utilizado por Jacquillat y Solnik (417), es el de las relaciones existentes entre la oferta monetaria y los precios en los mercados financieros. B. Sprinkel (418) creyó observar, en 1964, la existencia de relaciones causales entre la oferta monetaria y los precios bursátiles y de otros mercados financieros. Según él, cada aumento de la cantidad de dinero arrastraba un alza bursátil en un plazo de dos a cuatro meses. "Este plazo que podría permitir a un inversor ocupado realizar ganancias superiores, ya ha desaparecido, pues la teoría monetaria de la Escuela de Chicago está, desde entonces, muy en boga entre los fi-

---

(416) B. Jacquillat y B. Solnik: "Mercados financieros y...", ob. cit., p. 24.

(417) Ibid.

(418) B. Sprinkel: "Money and Stock Prices", Richard D. Irwin Inc., Homewood, 1964.

nancieros. Desde que hace su aparición el menor signo de cambio en la política de la "Federal Reserve System", los mercados financieros actúan inmediatamente bajo el impulso de los partidarios de esta teoría. Desde entonces, es imposible buscar cualquier provecho utilizando esta información, pues los precios la reflejan inmediatamente" (481).

Las argumentaciones anteriores tienen una clara con

---

(481) B. Jacquillat y B. Solnik: "Mercados financieros...", ob. cit., p. 24.

Algunos argumentos de Sprinkel son criticados por C.H. Henning, W. Pigott y R.H. Scott en "Financial Markets and the Economy", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1975, p. 264.

También, J.L. Bicksler, que en su estudio obtuvo conclusiones contrarias a las de Sprinkel, lo que es congruente con los razonamientos de Jacquillat y Solnik, criticó duramente a Sprinkel en la página 232 de su obra: "A Cross-Spectral Analysis of the Lead-Lag Structure of Money Supply-Stock Prices", recogida en J.L. Bicksler, ed.: "Methodology...", ob. cit., pp. 229-244.

Pueden verse también conclusiones contrarias, por ejemplo, en la ob. cit., de 1977, de J. Kraft y A. Kraft: "Determinants of Common...".

secuencia: si usted dispone de un procedimiento de análisis útil, no se lo haga saber a nadie. Esta consecuencia tiene, a su vez, otras a la hora de repasar toda la evidencia existente para determinar si un mercado es o no eficiente. En efecto, entre el conjunto de evidencias, deben considerarse todas aquellas relativas a la existencia o no de procedimientos de análisis verdaderamente útiles. Pero, como señala Firth, "parece poco probable que cualquier estrategia de inversión consistentemente provechosa que exista, fuera publicada por un analista, pues esta sería descontada por el mercado" (410). Sin embargo, "si la técnica es solo ligeramente exitosa... o si no funciona en absoluto, entonces el consejero puede decidir publicar los resultados y así se añaden a la literatura de la TIE" (411). Este argumento, muy utilizado por los analistas profesionales, descarta la existencia de personas que, como Sprinkel, estando firmemente convencidos de haber encon

---

(410) H. Firth: "The Valuation of Shares...", ob. cit., p. 119.

(411) Ibid.

trado una provechosa oportunidad en el mercado, publiquen sus resultados.

En cualquier caso, la teoría debe crear en el inversor la suficiente inquietud como para comprobar la habilidad del analista antes de renovar o tomar sus servicios. "Una forma sencilla y práctica de comparar los resultados producidos por un analista con un procedimiento de selección aleatoria es el siguiente: cada vez que el analista recomienda un título para comprar o vender, se escoge aleatoriamente otro título del mismo nivel general de riesgo. Entonces, se toma una fecha futura, en la que se compararán los resultados producidos por los dos títulos. Incluso si el analista no es mejor que el procedimiento de selección aleatoria, en cualquier comparación dada, hay todavía un 50 por ciento de probabilidad de que el título que él escogió mejore al título seleccionado aleatoriamente.

Sin embargo, después de haber repetido el juego por algún tiempo, y de haber acumulado los resultados de muchas comparaciones diferentes, entonces resultará claro si el analista tiene mérito o no" (492).

El inversor debe adoptar el mismo punto de vista crítico respecto a las recomendaciones de compra o venta realizadas en las publicaciones financieras. Si el mercado es perfectamente eficiente (forma fuerte) no hay recomendación alguna útil pues, cualquiera que sea la información en que se base, ya estará reflejada en los precios.

Si el mercado es eficiente en la forma semifuerte, evidentemente, tampoco serán útiles las recomendaciones basadas en la información públicamente disponible. Siendo este el nivel de eficiencia, si la recomendación se basa en información interna, esto es, si la recomendación tiene en sí misma conte

---

(492) E.F. Fama: "Random Walks...", ob. cit., p. 56.

nido informativo, dada la propiedad del ajuste instantáneo, es decir, dada "la presencia de mecanismos de retroacción a corto plazo en el mercado" (41), sólo podrán extraer provecho, de tal recomendación, el propio analista que la realiza y aquellas personas (clientes privados, por ejemplo), que la recibieron antes de que se hiciese públicamente. Más aún, algunos de los estudios realizados apuntan la posibilidad de que tales recomendaciones públicas se realicen para provocar el movimiento de precios preciso para la generación del beneficio de estos últimos. La que, en cualquier caso, queda descartada, es la recomendación a largo plazo, pues, si tiene base, quedará inmediatamente reflejada en los precios y, si no la tiene, no producirá efecto alguno en un mercado que sabe interpretar toda la información que se pone a su disposición.

---

(41) M.D. Fitzgerald: "A Proposed Characterisation of U.K. Brokerage Firms and Their Effects on Market Prices and Returns", en E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International...", ob. cit., (pp. 87-113), p. 87.

Quando el mercado sea, en fin, eficiente en la forma débil, ninguna recomendación útil podrá basarse en la información contenida en la secuencia de precios históricos. Podrían resultar útiles las recomendaciones basadas en otro tipo de informaciones, pero en un mercado que no sabe interpretar correctamente estas informaciones y que, por tanto, es manipulable, el inversor se expone, atendiendo a estas recomendaciones, a que, tras una reacción de los precios en el sentido predicho por las mismas y provocado por ellas, se produzca una vuelta a la situación anterior e incluso la sobrepase al comprobarse su falta de consistencia (alguien le agradecerá su ingenuidad). Más todavía, aún cuando la recomendación tenga una base real, para que resulte útil al inversor, los precios habrán de moverse de acuerdo con la misma, esto es, posteriormente, los precios han de reflejar, en su movimiento, la información en que tal recomendación se basa y esto no tiene porqué ocurrir en un mercado que, por definición, no descuenta toda la información.

Esto último es también aplicable a un mercado que no es eficiente en ninguno de los niveles definidos. Como se mencionó anteriormente, un descubrimiento de un analista, y, por tanto, la recomendación correspondiente, aún cuando se ba se en una correcta interpretación de la información, "no tendrá valor real... a menos que, finalmente, el precio corriente de mercado se mueva en la dirección predicha" (44) y tal resultado no tiene porqué producirse en un mercado que no descuenta toda la información. Esto sin contar con la posibilidad de que tanto el comportamiento del mercado como los precios, en fin, sean objeto de manipulación.

Por supuesto, los argumentos expuestos, defendidos especialmente, en los medios académicos, no fueron nunca con partidos por los profesionales del mercado, muchos de los cuales consideran que la TPA y la TIE son "las dos mayores fala-

---

(44) E.F. Fama: "Random Walks...", ob. cit., p. 58.



cias de la moderna teoría del mercado de capitales" (49r). En cualquier caso, el que, en un mercado concreto, tengan o no utilidad las recomendaciones de los analistas de títulos, es una cuestión a comprobar empíricamente y, para ello, pueden aplicarse sencillos procedimientos como el anteriormente expuesto.

Hasta ahora, se han tratado las consecuencias de la eficiencia del mercado para las formas clásicas de análisis y gestión de valores: el análisis técnico y el análisis fundamental. Tales conclusiones son, sin embargo, aplicables a la gestión de carteras en tanto sea cierto que, como señalan Lo

---

(49r) C.W. Thomas: "Risk and Opportunity. A New Approach to Stock Market Profits", Dow Jones-Irwin, Inc., Homewood, 1974, p. 181.

En el capítulo 19, titulado "Which Random Walk?, "What Efficient Market?", (pp. 175-181), Thomas intenta criticar, con el punto de vista típico de algunos analistas profesionales, la TRA y la TE.

rie y Hamilton, el proceso de selección de los títulos componentes de la cartera suele comenzar por un primer paso en el que "los analistas de títulos hacen su trabajo y clasifican los títulos en categorías de acuerdo con su atractivo como in versiones" (44), para que, posteriormente, "los comités de inversión consideren las recomendaciones de los analistas de títulos y creen una lista de títulos que sea aprobada para la compra por los gestores de la cartera" (45). Es decir, ge neralmente se parte de una selección de títulos-valores realizada tras un estudio de cada uno de los existentes, mediante procedimientos técnicos y/o fundamentalistas. Evidentemente, tal proceso no tiene razón de ser en un mercado eficiente, y son aplicables aquí todos los comentarios anteriores, en tanto en tal mercado no es posible, por procedimiento alguno, generar consistentemente un exceso de "performance" sobre el

---

(44) J.H. Lorie y H.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 106.

(45) Ibid.

correspondiente a un procedimiento de selección aleatorio.

Los gestores de carteras, tienen, sin embargo, un importante papel que cumplir en un mercado eficiente. Como se verá más adelante, en mayor detalle, dentro del riesgo de un activo, miembro componente de su resultado o "performance", cabe distinguir una parte diversificable -esto es, susceptible de ser reducida mediante la diversificación de la inversión- y otra que no lo es. Pues bien, si las teorías de equilibrio, que se expondrán más adelante, se cumplen en la realidad, el mercado, en el promedio, pagará el riesgo no diversificable, esto es, el que no puede ser evitado, pero no ofrecerá superiores tasas de rentabilidad por el mantenimiento de mayores niveles de riesgo diversificable. Por tanto, el gestor de carteras debería asegurar una diversificación casi total.

La labor anterior no es difícil de realizar en tan to se puede lograr una diversificación casi perfecta incluso mediante una "simple selección aleatoria... (y) cuando sólo

se toman 16 o 20 títulos" (498). Pero existen, como señalan Lorie y Hamilton (499), otras funciones a cumplir por los gestores de carteras. Así, dependiendo de la teoría de equilibrio, si bien todos los activos tendrán la misma "performance", el inversor todavía podrá elegir, de acuerdo con sus preferencias (curvas de indiferencia) una determinada inversión óptima. Los inversores con mayor aversión al riesgo, por ejemplo, preferirán las inversiones de gran seguridad, aunque comporten también una baja rentabilidad. Corresponde al gestor, entonces, la labor de seleccionar la inversión concreta, de acuerdo con "los recursos, necesidades y gustos del cliente", cualquiera que sea este, o con las suyas propias si las circunstancias lo requieren o la confianza del cliente lo permite.

Se viene, así, a destacar que "es importante para el inversor escoger una cartera bien diversificada, y es importante para él escoger una cartera que se adecue a sus ob-

---

(498) Ibid., p. 107.

(499) Ibid.

jetivos" (100). Pero, según algunos autores, posteriormente se impone una estrategia pasiva que "no es lo mismo que una selección aleatoria" (101) sino que significa que, una vez que el analista o inversor ha escogido la cartera bien diversificada y adecuada a los objetivos, "debería hacer cambios sólo para mantenerla diversificada, para adecuarla a sus objetivos cambiantes, para generar liquidez, o para realizar pérdidas de impuestos" (102). Bajo esta estrategia, el gestor de carteras tiene las siguientes tareas que cumplir: "(1) determinar el nivel apropiado de riesgo para la cartera gestionada; (2) conseguir el nivel deseado de riesgo construyendo una cartera de títulos bien diversificada ...; (3) revisar periódicamente la aptitud del nivel de riesgo; (4) mantener el nivel deseado de riesgo; (5) gestionar las adiciones y supresiones de la cartera para minimizar impuestos y proveer las inversiones necesarias adicionales o la reducción de la inver-

---

(100) F. Black: "Implications of the Random Walk...", ob. cit., p. 22.

(101) Ibid.

(102) Ibid.

sión para hacer desembolsos; y (6) minimizar los costes de las transacciones" (503).

Sobre la base de lo que se ha expuesto, es posible encontrar otras implicaciones de la eficiencia del mercado en relación con el análisis y gestión de activos bursátiles. Así, por ejemplo, se habrá observado que la eficiencia favorece la igualdad de oportunidades entre todos los inversores. En un mercado ineficiente, se producen economías de escala en el sentido de que, al disponerse de mayores recursos, resulta más posible el desarrollo y utilización de diversos métodos útiles de predicción del curso de los precios, la consecución de información interna, etc... En un mercado ineficiente, por tanto, "dinero llama dinero", lo que no puede ocurrir en un mercado de eficiencia perfecta, en el que, por definición, los precios reflejan total y correctamen

---

(503) J.H. Lorie y M.T. Hamilton: "The Stock Market...", ob. cit., p. 109.

te la información existente y en el que, por tanto, "ningún dinero ni energía debiera gastarse en tratar de predecir las tasas de retorno de los títulos individuales" (104). "El mercado de valores es un cruel igualador, no tiene favoritos; grande o pequeño, rico o pobre, institucional o individual, todos tienen las mismas oportunidades de estar en lo cierto o estar equivocados" (105).

---

(104) Ibid., p. 106.

(105) R.A. Grovell: "Stock Market Strategy", McGraw-Hill, Inc. Nueva York, 1977, p. 37.

## 6- OTRAS IMPLICACIONES

Junto a las implicaciones de la eficiencia del mercado de valores que ya se han expuesto, y que corresponden a las más ampliamente tratadas en la literatura de la TME, esta teoría sugiere otras cuestiones. El lector podrá, sin duda, discernir muchas de ellas. Pero el autor no quisiera terminar el presente capítulo sin señalar algunas posibles vías de reflexión aunque no sea sino a título de ejemplo.

Una problemática de gran interés es, indudablemente, la relativa a las entidades de inversión mobiliaria colectiva. Estas, como se sabe, tienen por objeto aunar capitales procedentes de gran número de ahorradores para invertirlos en activos mobiliarios. Su gestión profesionalizada, si sirven a los intereses de dichos ahorradores y no tienen intereses de grupo ocultos, puede -por aplicación de los principios generales expuestos en relación con los analistas de valores mobiliarios- contribuir a la eficiencia del mercado y a su



equilibrio, favoreciendo una situación de "equidad" en la que a los títulos de mayor riesgo les correspondiera una mayor esperanza de rendimiento.

Además, esas entidades pueden contribuir a la anplitud del mercado, canalizando fondos hacia el mismo y favoreciendo con ello, dadas las interrelaciones existentes entre mercado primario, o de emisiones, y mercado secundario, unas mayores posibilidades de financiación a largo plazo para las empresas, lo que resulta tanto más importante en épocas de depresión económica.

En un mercado eficiente, no sería fácil que entidad alguna utilizara los recursos provenientes de los ahorradores para atender intereses personales o de grupo. Los rerecursos financieros huirían de la misma para dirigirse a otras en los que fueran servidos los intereses de los ahorradores. Pero si la eficiencia del mercado constituye todavía un importante objetivo a conseguir, interesa que se arbitren los

medios necesarios para que las entidades de inversión mobiliaria sean lo más transparentes posibles. Y no se trata tanto de disponer un rígido régimen legal, como de que aquellos que confían sus ahorros a estas entidades tengan una información adecuada sobre la utilización de los mismos, y puedan acceder a su ampliación y al control de su veracidad, tanto individualmente como a través de órganos colegiados adecuados. Si se consigue que estas entidades sirvan con idoneidad a unos fines que las hagan merecedoras de la consideración pública , entonces, y solo entonces, corresponderá su protección y el favorecimiento de la ampliación de su número y tipología.

Se ha visto que la protección (y el favorecimiento de la autoprotección) del inversor, contribuye a la eficiencia del mercado de valores. La inversa también se cumple en el sentido de que, a medida que aumente la eficiencia del mercado, más difícil será la manipulación de las cotizaciones, y el inversor, el pequeño inversor fundamentalmente, podrá

drá tener una mayor confianza en que, cuando compra un título, paga por él lo que realmente vale. En general, cabe considerar que esta mayor confianza en el mecanismo de formación de precios, favorece el incremento del flujo de ahorro hacia el mercado y, dadas las interrelaciones existentes entre mercado primario y secundario, hacia la inversión productiva. Los inversores tendrán tantos mayores incentivos a acudir a una emisión de títulos cuanto más confianza tengan en que, si en un determinado momento desean desprenderse de los mismos, disponen de un mercado lo suficientemente eficiente como para ofrecer el precio adecuado, pero, "lamentablemente, no pueden aceptar hipótesis de un "mercado de valores eficiente", cuando la evidencia de cada día destruye el intento" (104).

---

(104) M.J. López Moreno: "Es incuestionable el empobrecimiento de los accionistas", Bolsa Madrid, nº 15, mayo 1979, p.10.

Así pues, la eficiencia del mercado favorece la financiación a largo plazo de las empresas, pero también favorece que las mayores facilidades de financiación correspondan a aquellas empresas que realmente lo merezcan desde el punto de vista de los inversores; punto de vista, este, que, también hay que tenerlo presente, puede no coincidir con consideraciones de tipo social.

PARTE II:

LAS CONTRASTACIONES EMPIRICAS

CAPITULO 4:

LAS CONTRASTACIONES EMPIRICAS DE LA HIPOTESIS DEBIL DE  
EFICIENCIA

## 1- INTRODUCCION.

En el segundo capítulo, se expusieron las principales condiciones y circunstancias de que depende la eficiencia de los mercados de valores. Pero es evidente que algunas de tales circunstancias, calificadas como de "suficientes" (nulidad de los costes de las transacciones, gratuidad y generalidad de la información, etc.) no se dan en la realidad. Por ello, "se ha realizado una gran cantidad de trabajos empíricos con el propósito de medir el grado en que las violaciones de estas condiciones suficientes hacen que los mercados de valores sean ineficientes" (107). Y es que, como se vió en el capítulo tercero, el que un mercado de valores sea o no eficiente, no es algo intrascendente, sino que tiene importantes implicaciones económicas. Pero las hipótesis de la TME son "difíciles, si no imposibles, de comprobar directamente. Para ha

---

( 107 ) T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient..", ob. cit., p. 15.

cerlo así, se necesitaría conocer toda la información relevante para los títulos del mercado y ... como debería, toda esta información, reflejarse correctamente en los precios" ( 101 ).

Los estudios empíricos se han basado, por ello, en las implicaciones de tales hipótesis. Para su exposición es, además, de gran utilidad la distinción, realizada en el capítulo tercero, de tres niveles de eficiencia, según cual sea la información que se entienda correcta e instantáneamente reflejada en los precios. Pues bien, en este cuarto capítulo -primero dedicado a los contrastes de eficiencia-, se presentan los principales tests relativos a la forma o nivel débil y a la hipótesis de independencia de la TRA. Entre los métodos en ellos utilizados, destacan "los... filtros, el análisis espectral, los coeficientes de correlación serial y los estudios de direcciones. Estos, son todos

---

( 101 ) Ibid., p. 16.



complementarios y, así como los filtros buscan la independencia.... no lineal, el espectro ofrece un enfoque de dominio de frecuencia.... y las correlaciones seriales y las direcciones son tests paramétricos y no paramétricos en el dominio temporal" ( 509 ). Junto a ellos, se han utilizado otros procedimientos y a buena parte de ellos -los más empleados- se hará específica referencia, pudiendo, en definitiva, distinguirse:

- los análisis estadísticos de la independencia de los movimientos bursátiles.

- los tests basados en las reglas técnicas.

Entre los primeros, destacan, por la frecuencia de su utilización y la diversidad de los mercados a que han

---

( 509 ) P.D. Praetz: "On the Methodology of Testing for Independence in Future Prices: Comment", Journal of Finance, v. 31, nº 3, junio 1976, pp. 977-983.

sido aplicados, los estudios de autocorrelación y autoregresión, como tests paramétricos, y los análisis de direcciones, como tests no paramétricos. Tienen también interés los estudios basados en el análisis espectral por la amplitud y detalle de los mismos.

Entre los segundos, destacan claramente, los basados en las reglas de filtros. Sin embargo, las ideas generales de estos tests -la comparación entre los resultados generados por los procedimientos técnicos y los propios de una estrategia aleatoria de inversión- se han ido generalizando a otras reglas técnicas, surgiendo, así, otra serie de contrastes, a buena parte de los cuales se hará referencia específica.

Interesa mencionar, aún antes de pasar a la presentación de los principales contrastes, la existencia de diferencias y contraposiciones entre algunas de sus conclusiones. Buena parte de las mismas, se deben a los supuestos de

partida y a las "debilidades" de los procedimientos empleados. Otra parte, sin embargo, debe ser atribuida a los propios intereses de los investigadores, que se reflejan al interpretar los resultados. "La investigación americana ha sido realizada desde dos ángulos diferentes, uno, el de los análitas profesionales y los gestores de fondos, quienes tratan de formular estrategias provechosas o, también, mostrar sus habilidades, y otro, el de los académicos, quienes estuvieron más centrados en los procesos estadísticos ...y en las implicaciones de la eficiencia económica. Como podría esperarse, los dos tipos de investigadores difirieron en sus descubrimientos... Las investigaciones.... han tenido, en muchos casos, resultados similares, pero los investigadores.... han extraído implicaciones y conclusiones diferentes. Algunas de las diferencias pueden ser explicadas; por ejemplo, algunos trabajos se refieren a una definición estadística estricta del recorrido aleatorio y de los modelos de mercados eficientes, y rechazan las hipótesis si los datos no se adecuan perfectamente. Otros investigadores, sin embargo, no rechazan la hipótesis de eficien-

cia del mercado a menos que las reglas, en particular, resul  
ten "batir" consistentemente a una política de compra y man-  
tenimiento, por un margen significativo" ( 510 )

---

( 510 ) M. Firth: "Investment....", ob. cit., p. 308.

## 2- LOS ESTUDIOS DE AUTOCORRELACION Y AUTORREGRESION.

Uno de los primeros tipos de tests utilizados en la contrastación de la hipótesis de independencia de la TRA, fueron los basados en los coeficientes de autocorrelación que, como se expuso en el primer capítulo, fueron ya empleados por Kendall en 1953 (11), Cootner (12) y Moore (13) en 1962, y Fama en 1965 (14).

El coeficiente de autocorrelación de la serie temporal " $x_1, x_2, \dots, x_n$ ", cuando se toma un retardo de " $k$ " periodos, se define como:

$$r_k = \frac{\text{cov}(x_{t+k}, x_t)}{\sigma(x_{t+k}) \sigma(x_t)} \quad (2.1)$$

---

(11) M.G. Kendall: "The Analysis of Economic...", ob. cit.

(12) P.H. Cootner: "Stock Prices: Random...", ob. cit.

(13) A.B. Moore: "A Statistical Analysis of Common...", ob. cit.

(14) E.F. Fama: "The Behavior of...", ob. cit.

donde la covarianza, situada en el numerador de (2.1), se calcula haciendo:

$$\text{cov}(x_{t+k}, x_t) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_{t+k} - \bar{x}_{t+k}) (x_t - \bar{x}_t)}{n-k} \quad (2.2)$$

siendo las desviaciones típicas (cuyo producto se encuentra en el denominador de (2.1)):

$$\sigma(x_{t+k}) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_{t+k} - \bar{x}_{t+k})^2}{n-k}}$$

$$\sigma(x_t) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x}_t)^2}{n-k}} \quad (2.4)$$

y los valores medios:

$$\bar{x}_{t+k} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_{t+k}}{n-k} \quad (2.5)$$

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_t}{n-k} \quad (2.5)$$

Si se supone, y así se suele hacer, que el proceso generador de los " $x_t$ " ( $t=1, 2, \dots, n$ ) es estacionario en el tiempo, el coeficiente de autocorrelación de retardo " $k$ " será igual para todo " $t$ ", y, lo que es igualmente importante, su valor será igual al coeficiente de regresión lineal " $\delta_k$ " de las expresiones:

$$E(x_{t+k}/x_t) = \delta_k + \delta_k \cdot x_t \quad (15) \quad (2.7)$$

$$x_{t+k} = \delta_k + \delta_k \cdot x_t + e_{tk} \quad (16) \quad (2.8)$$

pues, como se sabe:

(15) El símbolo " $E$ " es el operador de esperanza matemática.

(16) A la expresión (2.8) y, concretamente, a las perturbaciones " $e_{tk}$ " les son aplicables los supuestos tradicionales que se suelen asumir en todo modelo de regresión lineal simple y, en particular, el de que:

$$\text{cov}(e_{tk}, e_{t'k}) = 0$$

$$\delta_k = \frac{\text{cov}(x_{t+k}, x_t)}{\sigma^2(x_t)}, \quad (2.9)$$

pero, si el proceso es estacionario,

$$\sigma^2(x_{t+k}) = \sigma^2(x_t) = \sigma^2(x) \quad (2.10)$$

y, en consecuencia, en tal caso, de (2.1) y (2.9) resulta que:

$$r_k = \delta_k \quad (2.11)$$

Por lo tanto, cuando el proceso generador de las " $x_t$ " ( $t=1, 2, \dots, n$ ) es estacionario en el tiempo, los coeficientes de autocorrelación y de autorregresión coinciden (11).

---

(11) En la práctica, aún cuando el proceso no sea perfectamente estacionario, si " $n$ " es suficientemente grande en relación a " $k$ ", los valores " $\sigma^2(x_{t+k})$ " y " $\sigma^2(x_t)$ " estarán muy próximos y, en consecuencia, también lo estarán los de " $r_k$ " y " $\delta_k$ ".



Otra circunstancia que interesa hacer notar es que, de acuerdo con (2.3):

$$\sigma^2(x_{t+k}) = \delta_k^2 \cdot \sigma^2(x_t) + \sigma^2(e_{tk}) \quad (2.12)$$

y que, como resulta de (2.1) y (2.9):

$$r_k^2 = \frac{\delta_k^2 \cdot \sigma^2(x_t)}{\sigma^2(x_{t+k})} \quad (2.13)$$

En consecuencia, el coeficiente de determinación " $r_k^2$ " recoge el tanto por uno que de la varianza de " $x_{t+k}$ " cabe atribuir a la relación lineal existente entre " $x_{t+k}$ " y " $x_t$ ". El complemento de " $r_k^2$ " a la unidad, es el tanto por uno que, de dicha variabilidad, corresponde a la perturbación " $e_{tk}$ ":

$$1 - r_k^2 = \frac{\sigma^2(e_{tk})}{\sigma^2(x_{t+k})} \quad (2.14)$$

Pues bien, si toda la varianza de " $x_{t+k}$ " corresponde a la perturbación, esto es, si ninguna parte de tal varianza es atribuible a la de " $x_t$ ", se concluye que " $x_{t+k}$ " y " $x_t$ " son linealmente independientes. El coeficiente de autocorrelación, " $r_k$ ", el de determinación, " $r_k^2$ ", y el de regresión " $\delta_k$ ", se han utilizado, así, para medir el grado de asociación lineal existente en las variaciones absolutas de precios, en las tasas de rentabilidad -incluyéndose, o no, según los diversos autores, las rentas líquidas, en el cálculo de tales tasas- y en las variaciones en los logaritmos de dichos precios (11). El coeficiente más generalmente empleado ha sido, sin embargo, el de autocorrelación. Calculado este coeficiente para distintos retardos, si se observa que su valor se mantiene, consistentemente, cercano a cero, cabe concluir que el supuesto de independencia constituye una

---

(11) Como se vió en el primer capítulo, tales variaciones en los logaritmos constituyen aproximaciones de las variaciones proporcionales de precios, y estas son las tasas de rentabilidad cuando no se consideran las rentas líquidas (dividendos, intereses, etc.). "Para variaciones de precios inferiores a un quince por ciento, la variación en el logaritmo del precio es, aproximadamente, igual a la variación proporcional del precio o rentabilidad del periodo. Y para intervalos de diferencia inferiores a un mes, las rentabilidades superiores al quince por ciento son poco frecuentes" (E.F. Fama: "Efficient..", ob. cit., nota 13 al pie de la p. 393).

adecuada aproximación a la realidad.

Además de en el mercado de valores estadounidense, al que se refirieron la mayor parte de los tests citados anteriormente, que fueron comentados en el capítulo primero, los estudios de correlación serial se han realizado, también, en otros mercados del mundo. Así, Praetz en 1969 (59) aplicó este tipo de análisis al mercado de valores australiano, concluyendo, tras un amplio estudio referido a las variaciones en los logaritmos de 18 índices de la Bolsa de Sydney -dos de ellos mensuales y el resto semanales- y de 20 series de precios referidas a otros tantos títulos de Melbourne y Sydney, que, si bien algunos coeficientes habían resultado particularmente elevados (60), la dependencia "no parece que pueda ser explotada para obtener beneficios" (61).

---

(59) P.D. Praetz: "Australian Share Prices and the Random Walk Hypothesis", Australian Journal of Statistics, v. 11, nº 3, 1969, pp. 123-139.

(60) Praetz llegó a encontrar valores como -0,19 y 0,27.

(61) P.D. Praetz: "Australian Share Prices...", ob. cit., p. 137.

Dryden, por su parte, en 1970 (12) utilizó los coeficientes de autocorrelación para estudiar la dependencia existente en las variaciones de los logaritmos de los precios en el mercado de valores de Gran Bretaña, encontrando que, incluso para los mayores retardos, algunos coeficientes resultaban algo elevados en valor absoluto.

La aplicación de esta forma de análisis al mercado de valores alemán fué realizada por Conrad y Jutter en 1973 (13), encontrando grandes apartamientos de la hipótesis de independencia.

Una amplia referencia al estudio de estos coeficientes en Europa fué realizada por Solnik en 1973 (14). A la luz

---

(12) M.H. Dryden: "A Statistical Study of U.K. Share Prices", *Scottish Journal of Political Economy*, v. 27, nº 3, 1970, pp. 369-389.

(13) K. Conrad y D.J. Jutter: "Recent Behaviour of Stock Market Prices in Germany and the Random Walk Hypothesis", *Kyklos*, v. 26, 1973, pp. 576-599.

(14) E.H. Solnik: "Note on the Validity of the Random Walk for European Stock Prices", *Journal of Finance*, v. 28, nº 4, diciembre 1973, pp. 1151-1159.

de sus resultados parece que la dependencia existente en los movimientos de precios en este continente es, en general, superior a la observada en Estados Unidos. Más aún, las relaciones de dependencia parecen mantenerse relativamente estables.

Los mercados de Suecia y Noruega fueron estudiados recientemente por Jennergren y Korsvold (125). Estos, analizaron los precios de 45 títulos de estos mercados y, tras calcular los coeficientes de autocorrelación, encontraron valores particularmente altos cuando el retorno era de un día.

Los estudios de correlación serial no solo se han aplicado a los precios de las acciones. Particularmente conocido es el análisis de los movimientos de precios de los

---

(125) L.P. Jennergren y P.E. Korsvold: "Price Formation in the Norwegian and Swedish Stock Markets. Some Random Walk Tests", *Swedish Journal of Economics*, v. 76, nº 2, junio 1974, pp. 171-185. Una versión revisada y ampliada de este trabajo fue la que, bajo el título "The Non-Random Character of Norwegian and Swedish Stock Market Prices", se recogió en las pp. 37 a 54 de la ob. cit. editada por E.J. Elton y M.J. Gruber: "International Capital...".

"warrants" (124) realizado por Leabo y Rogalski (125). Estos autores calcularon los coeficientes correspondientes a 11 títulos del mercado de Nueva York y 37 del American Stock Exchange, empleando periodos variables de título a título pero, en general, comprendidos entre enero de 1967 y marzo de 1973, para concluir que "las series no parecen apoyar el modelo de recorrido aleatorio sin restricciones. Los datos son, más bien, consistentes con la hipótesis de que las series de precios siguen un recorrido aleatorio con barreras, aunque en menor grado para los "warrants" de la Bolsa de Nueva York" (126).

La explicación de las correlaciones negativas en base al modelo de recorrido aleatorio con barreras, ya conocido

---

(124) Un "warrant" es un certificado que, si así se desea, puede ser convertido en acción, antes de transcurrido un cierto plazo y pagando un precio.

(125) D.A. Leabo y R.J. Rogalski: "Warrant Price Movements and the Efficient Market Model", Journal of Finance, v. 30, nº 1, marzo 1975, pp. 163-177.

(126) Ibid., p. 133.

(514), fué defendida, en 1962, por Cootner (510) quien se basó, para su aplicación al mercado de valores, en ideas ya apuntadas por Taussig en 1921 (511). Esta explicación fué utilizada también, posteriormente, por autores como Niederhoffer y Osborne (512) y por los propios Leabo y Rogalski (513). "Básicamente, el argumento es que, si las series de precios actúan como un recorrido aleatorio con barreras reflectantes, el resultado será una correlación negativa entre las variaciones de precios consecutivas. Cuando los precios se acerquen a las barreras, habrá una tendencia a la correlación negativa porque los movimientos hacia las barreras serán probablemente seguidos por movimientos en la dirección opuesta. El tamaño de esta correla-

---

(514) Véase el capítulo primero.

(510) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit.

(511) F.W. Taussig: "Is Market Price...", ob. cit.

(512) V. Niederhoffer y M.F.M. Osborne: "Market Making and Reversal on the Stock Exchange", Journal of the American Statistical Association, v. 61, nº 4, diciembre 1966, pp. 897-916.

(513) D.A. Leabo y R.J. Rogalski: "Warrant Price Movements...", ob. cit.

ción, dependerá de la distancia entre las barreras. Si la distancia fuera grande, de forma que las barreras entrasen raramente en juego, el tamaño de la correlación sería cercano a cero y viceversa" (34).

Los estudios basados en los coeficientes de autocorrelación, fueron criticados por los analistas técnicos porque las simples relaciones lineales que en ellos subyacen, "son demasiado poco sofisticadas para detectar las complicadas pautas que los técnicos ven en los precios de un valor" (35). Es decir, aún cuando los coeficientes de autocorrelación resulten consistentemente iguales a cero, es posible que existan formas de dependencia no lineal que puedan dar lugar al establecimiento de reglas que permitan obtener unos resultados superiores que las estrategias aleatorias de inversión.

- Otra crítica formulada a estos tests es la referente

---

(34) Ibid. p. 171.

(35) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and Stock...", ob. cit., p. 227.



a la limitación de los retardos considerados. "El limitado número de intervalos de diferencia empleados por los investigadores para probar la independencia .... no puede ser la base para establecer un test de mutua independencia" (134). Esto es, nada impide que, aún cuando para retardos de 1, 2, 3, ..., 20 días los coeficientes de autocorrelación estimados resulten iguales a cero, los coeficientes correspondientes a intervalos de 21, 22, ..., días puedan resultar consistentemente alejados de dicho valor.

En el segundo capítulo se expuso como, en general, los tests de la hipótesis de eficiencia esconden, tras sí, un determinado modelo de rentabilidad esperada. Pues bien, el supuesto básico subyacente en los análisis de autocorrelación se rial es el de que las tasas de rentabilidad esperadas de los diversos títulos son constantes en el tiempo. Un primer supuesto es que el mercado, en el momento "t-1", sobre la base

---

(134) P L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns and...., ob. cit., p. 26.

de la información " $I_{t-1}^m$ ", establece la función de densidad conjunta para los precios de los " $n$ " títulos en " $t$ "

$$f_m(p_t/I_{t-1}^m) \quad (2.15)$$

que implicará una distribución

$$f_m(p_{jt}/I_{t-1}^m), \quad (2.16)$$

para el precio del título " $j$ " en " $t$ " ( $p_{jt}$ ), cuyo valor esperado será:

$$E_m(p_{jt}/I_{t-1}^m) \quad (2.17)$$

Pues bien, como expuso Fama (19), el supuesto que existe bajo los análisis de autocorrelación de las tasas de

---

(19) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 143.

rentabilidad ( $\tilde{R}_j$ ), es que, habiendo asignado tal valor esperado, el mercado establece el precio de cada "j" ( $j=1,2,\dots,n$ ) en "t-1" ( $p_{j,t-1}$ ) de forma que su rentabilidad esperada sea una constante ( $E(\tilde{R}_j)$ ) igual para todos los periodos, es decir, de modo que:

$$\frac{E(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m) - p_{j,t-1}}{p_{j,t-1}} = E(\tilde{R}_j) \quad (2.18)$$

donde " $E(\tilde{R}_j)$ " es constante en el tiempo para cada título, pero puede ser diferente para los diversos títulos, por ejemplo, en función de su riesgo.

Como se recordará, si el mercado es eficiente:

$$f_m(P_t/I_{t-1}^m) = f(P_t/I_{t-1}) \quad (2.19)$$

---

(13) Como se sabe, tales tasas de rentabilidad, se suelen estimar mediante las diferencias entre los sucesivos logaritmos de los precios.

y entonces:

$$f_m(p_{jt}/I_{t-1}^m) = f(p_{jt}/I_{t-1}) \quad (2.20)$$

por lo que, en tal caso, sí, además, se cumple el supuesto de rentabilidad esperada constante:

$$E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m) = E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}) = E(\tilde{R}_j) \quad (2.21)$$

Es decir, la tasa de rentabilidad esperada constante que el mercado eficiente aplicará al precio esperado en "t" para establecer " $p_{j,t-1}$ " será, para todo  $j=1,2,\dots,n$ , la verdadera tasa de rentabilidad esperada basada en toda la información existente.

En términos estadísticos, (2.21) implica que, para todo " $I_{t-1}$ ",  $E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1})$ , la función de regresión de " $\tilde{R}_{jt}$ " sobre " $I_{t-1}$ ", es la constante " $E(\tilde{R}_j)$ ". Así, si se tomaran cualesquiera elementos del conjunto de información disponible en "t-1" y se estimase la regresión de " $\tilde{R}_{jt}$ " sobre estas variables

de información, todos los coeficientes, excepto por la intercepción, deberían ser indistinguibles de cero" (139). Un subconjunto de " $I_{t-1}$ " es "la información potencial relativa a las rentabilidades esperadas corrientes que aparecen en la serie de tiempo de las rentabilidades pasadas. Si el mercado es eficiente y las rentabilidades esperadas de equilibrio son constantes en el tiempo, las rentabilidades pasadas del título "j" son una fuente de información sobre " $E(\tilde{R}_j)$ ", que, después de todo, es desconocido. Sin embargo, si el mercado es eficiente, las rentabilidades pasadas no constituirán una fuente de información sobre el valor esperado de la desviación de " $\tilde{R}_{jt}$ " respecto a " $E(\tilde{R}_j)$ " " (140) y, por tanto, en tal caso:

$$E(\tilde{R}_{jt} / R_{j,t-1}, R_{j,t-2}, \dots) = E(\tilde{R}_j) \quad (2.22)$$

---

(139) Ibid.

(140) Ibid., p. 144.

cumpliendo, en definitiva, que, para cualquier "k":

$$E(\tilde{R}_{jt}/R_{j,t-k}) = E(\tilde{R}_j) \quad (2.23)$$

"Para probar esta proposición, se introduce una hipótesis alternativa que dice que la función de regresión es lineal en "R<sub>j,t-k</sub>" " (341):

$$E(\tilde{R}_{jt}/R_{j,t-k}) = \alpha_k + \delta_k R_{j,t-k} \quad (2.24)$$

Si se cumple (2.23), el coeficiente de autoregresión " $\delta_k$ " deberá valer cero; es decir, deberá ser nulo el coeficiente de correlación entre " $\tilde{R}_{jt}$ " y " $R_{j,t-k}$ " (342) para todo "k".

Los coeficientes de autocorrelación podrían, por tanto, tomar valores no nulos aún cuando el mercado fuera efi

---

(341) Ibid.

(342) Recuérdese la expresión (2.13).

ciente. "Supóngase, por ejemplo, que la rentabilidad esperada en equilibrio de un título "j"... en vez de ser constante al nivel de  $E(\tilde{R}_j)$ , tiende a oscilar en torno a  $E(\tilde{R}_j)$ , que ahora se interpretará como el valor medio a largo plazo de " $E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m)$ ". Más aún, supóngase que, como muestra la figura 1, " $E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m)$ " tiende a permanecer por encima o por debajo de " $E(\tilde{R}_j)$ " durante largos periodos. Si el mercado es eficiente, entonces " $E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m) = E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1})$ ", la rentabilidad esperada en equilibrio por el mercado, será la verdadera rentabilidad esperada. En un mercado eficiente, las desviaciones de " $\tilde{R}_{jt}$ " respecto a " $E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1})$ " deberían ser, más o menos, como muestra la figura 1; la desviación corriente es impredecible a partir de las desviaciones pasadas. En este ejemplo, sin embargo, la desviación de " $\tilde{R}_{jt}$ " respecto a " $E(\tilde{R}_j)$ " es bastante predecible a partir del comportamiento de las desviaciones pasadas más recientes" (143)

---

(143) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 149.

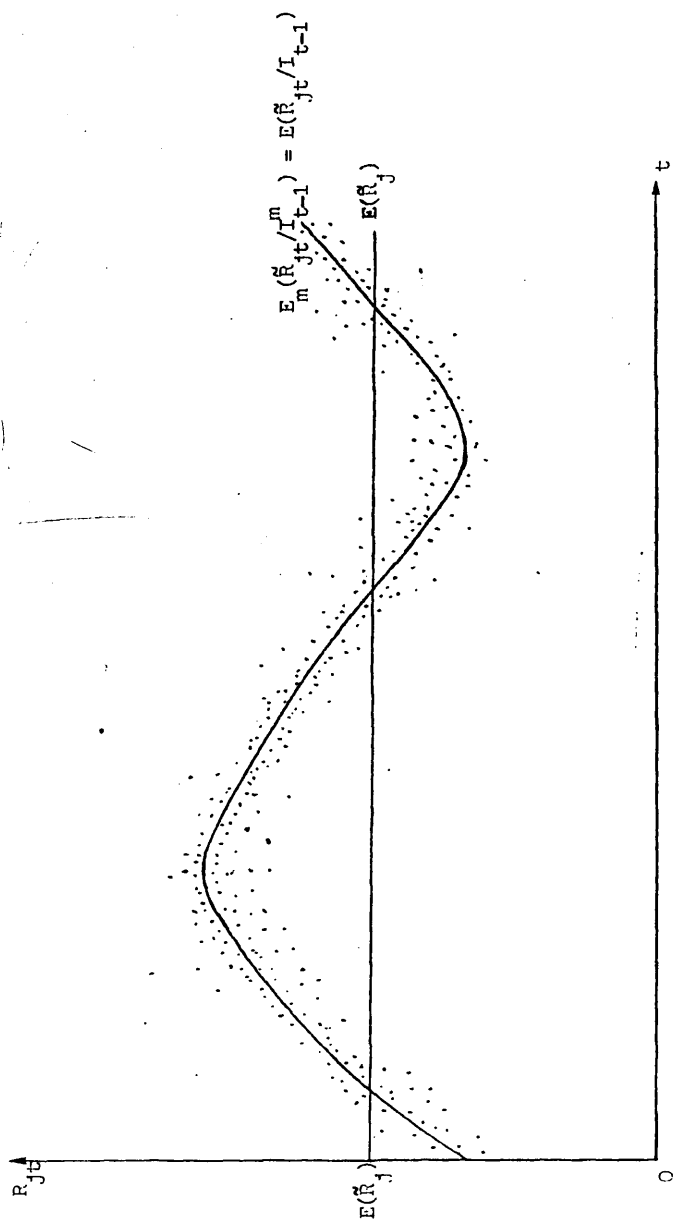


FIGURA 1: COMPORTAMIENTO HIPOTÉTICO DE LAS RETABILIDADES DE UN MERCADO EFICIENTE EN EL QUE LAS RETABILIDADES ESPERADAS DE EQUILIBRIO OSCILAN SUSTANCIALMENTE EN EL TIEMPO



El que los coeficientes de autocorrelación calculados resulten consistentemente cercanos a cero, no significa, sin embargo, que las rentabilidades de los títulos sean perfectamente constantes. Lo que tales resultados significarían es, más bien, que las hipótesis de eficiencia del mercado y de constancia en la distribución de las rentabilidades, parecen aproximaciones razonables de la realidad. Lo que cabe concluir en tales casos es, por tanto, que los resultados "son consistentes con un mundo en el que el mercado es eficiente, y donde las rentabilidades esperadas de equilibrio oscilan en el tiempo, pero no lo suficiente como para que su efecto, en las autocorrelaciones de  $\bar{R}_{jt}$ ", sea importante" (344).

Otra crítica importante que se ha formulado a los tests de autocorrelación es la relativa a su supuesto tácito en cuanto a la distribución de probabilidad de las variaciones

---

(344) Ibid., p. 151.

relativas de los precios. Generalmente, el supuesto realizado fué el de que tal distribución era normal. Sin embargo, como ya se sabe, tal posición, denominada "de Bachelier-Osborne", fué criticada por no pocos autores que defendieron la hipótesis "pareto-estable" (545). Y si esta última posición fuera correcta, técnicas estadísticas tradicionales como los tests de correlación serial podrían, en puridad, carecer de sentido, al tratarse de distribuciones sin varianza finita. La mayor parte de los autores, se han venido decidiendo, sin embargo, por suponer que la distribución es normal y considerar a los datos extremos de la distribución como valores inexplicados. Más aún, como se recordará, autores como Fama (546) consideraron que para grandes muestras, los coeficientes de autocorrelación pueden ser una herramienta efectiva, y otros, como Granger (547) consideraron que el temor a la utilización de las técnicas estadísticas estandar constituía una exageración. Es-

---

(545) Capítulo 1, epígrafe 6.

(546) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., p. 70.

(547) C.W.J. Granger: "A Survey...", ob. cit., p. 18.

te último señalaba que "hay poca o ninguna evidencia de que los coeficientes de correlación serial observados ... sean infiables" (149) así como que "los coeficientes de correlación y los métodos de regresión parecen no resultar afectados por las distribuciones de largas colas para muestras suficientemente grandes" (151), concluyendo que "cuanto más se familiariza uno con las propiedades estadísticas de las variables aleatorias de varianza infinita, más tranquilo está al utilizar las técnicas estandar" (150).

No obstante, junto a los tests de autocorrelación, en los mismos trabajos, ha sido frecuente incluir otros no paramétricos y, más concretamente, los tests de direcciones ("runs").

---

(149) Ibid.

(151) Ibid.

(150) Ibid.

3- LOS TESTS DE DIRECCIONES, LOS ANALISIS ESPECTRALES Y OTROS CONTRASTES ESTADISTICOS DE LA HIPOTESIS DE INDEPENDENCIA DE LOS MOVIMIENTOS BURSATILES.

Con los tests de direcciones, utilizados ya, en este ámbito, por Alexander en su trabajo, ya comentado, de 1961 (51), se pretende examinar la independencia de las variaciones de los sucesivos precios eliminando cualquier supuesto concerniente a la distribución subyacente de la muestra, por tratarse de estadísticas no paramétricas.

En estos tests, las variaciones de precios se dividen en tres grupos:

- Variaciones positivas, representadas por signos positivos.
- Variaciones negativas, representadas por signos negativos.

---

(51) S.S. Alexander: "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks", ob. cit.

- Variaciones nulas -es decir, propiamente, inexistencia de variaciones-, a las que se representa por ceros.

Se denomina "dirección" a una serie de variaciones consecutivas del mismo tipo. Así, en la serie de 16 variaciones:

- + + + - - - + + - + + - -

hay nueve direcciones; cuatro de ellas positivas y cinco negativas.

Examinando como se comportan las direcciones en una secuencia de variaciones estrictamente aleatorias, es posible derivar un test de aleatoriedad de las direcciones observadas. Si, entre las variaciones observadas, existieran demasiadas direcciones, significaría que tales variaciones cambian de signo no frecuentemente, lo que indicaría una autocorrelación negativa.

va. De forma semejante, el que haya muy pocas direcciones puede suponer una autocorrelación positiva ( $m$ ).

Denominando:

- " $N_{1j}$ ", " $N_{2j}$ " y " $N_{3j}$ ", al número de variaciones positivas, negativas y nulas, respectivamente, del precio del título " $j$ ",

- " $N_j = N_{1j} + N_{2j} + N_{3j}$ ", al número total de variaciones encontradas, en el periodo estudiado, en el precio de dicho título,

- y " $m_j$ " al número de direcciones correspondiente,

bajo el supuesto de independencia, para un número suficiente de variaciones observadas, la distribución del número total de

---

( $m$ ) D. Gujarati: "Basic Econometrics", Mc Graw Hill, Nueva York, 1978, p. 246.

direcciones será aproximadamente una normal con esperanza matemática y varianza  $(N_j)$  iguales, respectivamente, a:

$$m_j = \frac{N_j(N_j+1) - \sum_{i=1}^3 N_{ij}^2}{N_j} \quad (3.1)$$

$$\sigma^2(m) = \frac{\sum_{i=1}^3 N_{ij}^2 \left( \sum_{i=1}^3 N_{ij}^2 + N_j(N_j+1) - 2N_j \sum_{i=1}^3 N_{ij} \right) - N_j^3}{N_j^2(N_j-1)} \quad (3.2)$$

Para realizar tales comparaciones se suele proceder siguiendo, para cada uno de los títulos cuyos movimientos de precios son observados, tres fases:

- En primer lugar, se calcula el número total de direcciones existentes en la muestra de variación

---

(1) Estos extremos fueron detallados por W.A. Wallis y H.V. Roberts en: "Statistics: A New Approach", Free Press, Glencoe, 1956, pp. 569-572. Sin embargo, al decir de Praetz ("Australian Share Prices...", ob. cit., p. 134), su demostración fue realizada por A.M. Mood en "The Distribution Theory of Runs", Annals of Mathematical Statistics, v. 11, 1940, pp. 367-392.

nes de precios de dichos títulos (" $R_j$ ").

- En segundo lugar, se calcula el número de direcciones que cabría esperar, dado el número de variaciones de dicha muestra, bajo el supuesto de aleatoriedad (" $m_j$ ").

- En tercer lugar, se procede a comparar las cifras anteriormente obtenidas. Para ello, se suele utilizar la variable estandarizada:

$$K_j = \frac{(R_j + 1/2) - m_j}{\sigma(m_j)} \quad (554) \quad (33)$$

para lo que, previamente, se calcula el error es-

---

(554) El 1/2 del numerador es un ajuste de discontinuidad.





tandar o desviación típica de " $m_j$ " (" $\sigma(m_j)$ ") extrayendo la raíz cuadrada del resultado obtenido según (3.2). Para grandes muestras, " $k_j$ " sería aproximadamente normal con media nula y varianza igual a la unidad.

Estos cálculos se suelen repetir, con cada uno de los títulos, para distintos periodos y empleando diversos intervalos para observar los signos de las variaciones de precios habidas en los mismos. Las conclusiones deben basarse en la consistencia de los resultados para los distintos títulos, en los diversos periodos muestrales y para los diferentes intervalos en que se miden las variaciones.

Aunque este tipo de estudio es mucho menos frecuente, en algunas ocasiones (155) se analizaron también las dife

---

(155) Puede verse, por ejemplo, de E.F. Fama: "The Behavior..", ob. cit., pp. 77 y 78.

rencias entre el número de direcciones observadas y el que cabía esperar, en caso de aleatoriedad, para cada tipo de variación, estudiándose, en definitiva:

- el número de direcciones positivas,
- el número de direcciones negativas,
- y el número de direcciones nulas

Como hipótesis a contrastar se empleó la de que los signos de las variaciones de precios eran generados por un proceso de Bernoulli independiente con probabilidades " $P(+)$ ", " $P(-)$ " y " $P(0)$ " para los tres tipos de variaciones.

Más aún, es posible profundizar en los resultados y estudiar, como hizo Fama (1964), la distribución de las direcciones por su longitud (número de variaciones incluidas en las mismas).

---

(1964) Ibid., pp. 78-80.

Los estudios de direcciones se han utilizado, frecuentemente, acompañando, como test no paramétrico, a los análisis de autocorrelación. Así, fueron empleados, en general con resultados congruentes con los obtenidos en estos últimos, en los trabajos, ya mencionados, de Moore (1962) (11), Fama (1965) (12), Praetz (1969) (13), Dryden (1970) (14), Conrad y Jutter (1973) (15), Jennergren y Korsvold (1974) (16) y Leabo y Rogalski (1975) (17).

Junto a otros tests no paramétricos, como el test de

- 
- (11) A.B. Moore: "A Statistical Analysis of Common...", ob. cit.
  - (12) Ibid.
  - (13) P.D. Praetz: "Australian Share...", ob. cit.
  - (14) M.H. Dryden: "A Statistical Study of U.K...", ob. cit.
  - (15) R. Conrad y D.J. Jutter: "Recent Behavior of Stock Market Prices...", ob. cit.
  - (16) L.P. Jennergren y P.E. Korsvold: "Price Formation in the...", ob. cit.
  - (17) D.A. Leabo y R.J. Rogalski: "Warrant Price Movements and...", ob. cit.

ciclos de Wallis-Moore (54) y el de autocorrelación de Wald-Wolfowitz (55), el análisis de direcciones fué también empleado en un conocido trabajo de Kemp y Reid publicado en 1971 (56). Estos autores aplicaron tales análisis a series cortas, de periodicidad diaria, de cincuenta títulos ingleses, así como del "Financial Times Industrial Ordinary Index", concluyendo "que los movimientos de los precios de las acciones fueron consistentemente no aleatorios durante el periodo considerado" (57) (28 de octubre de 1968 a 10 de enero de 1969), para ter-

- 
- (54) W.A. Wallis y G.H. Moore: "A Significance Test for Time Series Analysis", Journal of the American Statistical Association, v. 30, 1941, pp. 401 y ss. Trabajo citado por A.G. Kemp y G.C. Reid en: "The Random Walk Hypothesis and the Recent Behavior of...", ob. cit., p. 39.
- (55) A. Wald y J. Wolfowitz: "An Exact Test for Randomness in the NonParametric Case Based on Serial Correlation", Annals of Mathematical Statistics, v. 14, 1943, pp. 378 y ss. Trabajo citado por A.G. Kemp y G.C. Reid en: "The Random Walk Hypothesis and the Recent Behavior of...", ob. cit., p. 42.
- (56) A.G. Kemp y G.C. Reid: "The Random Walk Hypothesis and the Recent Behavior of...", ob. cit.
- (57) Ibid., p. 47.

minar criticando a aquellos autores que utilizaron tests para métricos al señalar que "este resultado... debería constituir un aviso para aquellos ... Sus descubrimientos son, a menudo, como mucho, un resultado del método de análisis" (18) empleado.

Acompañando, en este caso, al análisis espectral, el estudio de direcciones fué también empleado por Sharma y Kennedy en 1977 (19). Estos autores lo aplicaron al estudio de tres índices bursátiles de periodicidad mensual; uno de ellos, del mercado de Bombay ("Bombay Variable Dividend Industrial Share Index"), otro, del de Londres ("Financial Times Actuaries 500 Stock Index") y otro, del de Nueva York ("Standard and Poor's 425 Stock Index"). Con base en los datos correspon-

---

(18) Ibid.

(19) J.L. Sharma y R.E. Kennedy: "A Comparative Analysis of Stock Price Behavior on the Bombay, London and New York Stock Exchanges", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 12, n° 3, septiembre 1977, pp. 391-413.

dientes al periodo 1963-1973, concluyeron que "los precios del mercado de Bombay siguen un recorrido aleatorio y son equivalentes, en este sentido, al comportamiento de los precios en los mercados de los países altamente industrializados examinados" ( 50 ).

Aún cuando a los tests de direcciones no se les pueden aplicar críticas relativas a supuesto alguno de distribución de las variaciones de precios, sí que se les ha trasladado alguna de las formuladas a los tests de autocorrelación. Así, Cheng y Deets señalaban que "los tests de mutua independencia, tales como los de direcciones o los de correlación serial, no son suficientes porque se refieren, tan solo, a la independencia de los pares de sucesivos movimientos de precios. El limitado número de intervalos de diferencia empleados por los investigadores para probar la independencia por pares no puede ser la base para establecer un test de mutua independencia" ( 51 ).

---

( 50 ) Ibid., p. 411.

( 51 ) P.L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns and the...", ob. cit., p. 26.

Otra crítica frecuentemente repetida es la formulada por Fama y Blume, quienes señalaban que "los tests de direcciones son demasiado rígidos al determinar la duración de los movimientos de subida y bajada de los precios. Se considera que una dirección ha terminado siempre que haya un cambio de signo en la secuencia de sucesivas variaciones de precios, no importa la magnitud del cambio de precio que causa el cambio de signo. El profesional de mercado requeriría un método más sofisticado para identificar los movimientos; un método que no siempre prediga la terminación del movimiento simplemente porque el nivel de precios ha variado temporalmente de sentido" (31). La determinación de un nivel mínimo de variación, por debajo del cual las variaciones no debieran ser tenidas en cuenta, conduciría a tests como los de filtros, que ya fueron considerados en el primer capítulo y a los que se volverá a hacer referencia.

---

(31) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and Stock...", ob. cit., p. 227.

Unas técnicas más complejas que las anteriormente expuestas que, aunque en contadas ocasiones, también se han aplicado a la contrastación de la hipótesis de independencia, han sido las del análisis espectral.

La propia complejidad metodológica de estas técnicas impide ofrecer aquí una exposición con pretensiones de exhaustividad. Ya existen, de otra parte, amplios volúmenes de dicados específicamente a ellas (13), así como diversas obras

---

(13) Pueden verse, por ejemplo, las obras:

- C.W.J. Granger y M. Hatanaka: "Spectral Analysis of Economic Time Series", Princeton University Press, New Jersey, 1964.
- B. Harris, ed.: "Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series", Wiley, Nueva York, 1967.
- G.M. Jenkins y D.G. Watts: "Spectral Analysis and its Applications", Holden Day, San Francisco, 1968.
- G.S. Fishman: "Spectral Methods in Econometrics", Harvard University Press, Cambridge, 1969.
- C. Granger: "Analyse spectrale des séries temporelles en économie", Dunod, Paris, 1969.
- L.H. Koopmans: "The Spectral Analysis of Time Series", Academic Press, Nueva York, 1974.



en las que son tratadas con mayor o menor extensión (34). A ellas puede acudir el lector interesado en profundizar en este tema.

Frente a los estudios que, como los de autocorrelación, se plantean en el "dominio temporal", el análisis espectral corresponde al "dominio de frecuencia", entendiéndose por frecuencia el número de veces que una función periódica de tiempo (35) se repite a sí misma en un periodo de tien-

---

(34) Pueden verse, por ejemplo:

- P.J. Dhrymes: "Econometrics", Harper and Row, Nueva York, 1970.
- T.W. Anderson: "The Statistical Analysis of Time Series", Wiley, Nueva York, 1971.
- C.R. Nelson: "Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting", Holden Day, San Francisco, 1973.
- C.W.J. Granger y P. Newbold: "Forecasting Economic Time Series", Academic Press, Nueva York, 1977.

(35) Se dice que una función " $f(x)$ " es periódica de periodo " $T$ " si, para todo " $x$ ":

$$f(x+T) = f(x)$$

siendo " $T$ " una constante positiva. Al mínimo valor de " $T$ " se le denomina "periodo mínimo" o, simplemente, "periodo" de " $f(x)$ ".

po (34).

El análisis espectral se basa en los análisis de Fourier, que permiten considerar a una serie estacionaria temporal como un conjunto de componentes, o funciones armónicas puras (periódicas), cada uno de los cuales con su propia frecuencia y varianza (34). Entonces, la varianza total de una serie se considera descompuesta entre las varianzas de sus componentes.

Del concepto de frecuencia es posible pasar, al considerar todos sus infinitos valores posibles, al de "banda de frecuencia" correspondiente a un intervalo de tales valores.

---

(34) La frecuencia será, por tanto, inversamente proporcional al periodo. Si el periodo de un componente de una serie es de "T" semanas, cuando se utilizan datos semanales, su frecuencia vale " $2\pi/T$ ".

(35) El componente "j" podría expresarse como:

$$x_{jt} = a_j \cdot \cos(w_j \cdot t + \theta_j)$$

dónde " $a_j$ " es su amplitud; " $w_j$ ", su frecuencia y

$$\varphi_{jt} = w_j \cdot t + \theta_j$$

su ángulo de fase. Su periodo valdrá, entonces, " $2\pi/w_j$ ".

En esta línea, toda serie de tiempo estacionaria se puede contemplar como la suma de un infinito número de componentes no correlacionados, cada uno de ellos asociado con una determinada frecuencia. La importancia de cualquier conjunto de componentes cuyas frecuencias se encuentren en una determinada banda, se mide por su varianza compuesta. Cuando esta varianza se dispone en relación a la frecuencia, el resultado es la función espectral de poder.

Así, se trata de ver la contribución que cada componente, correspondiente a una determinada frecuencia, hace a la varianza total. "Si el espectro de la muestra fluctúa violentamente, no es posible interpretación significativa alguna. Al mismo tiempo, si la varianza está concentrada en una frecuencia dada, se podrán hacer estimaciones razonables sobre el componente cíclico de la serie" (13). Evidentemente, al conside-

---

(13) J.L. Sharma y R.E. Kennedy: "A Comparative Analysis...", ob. cit., p. 403.

rar infinitos componentes e infinitos valores de la frecuencia, ninguno de ellos contribuirá en una cantidad finita a la varianza, pero el conjunto de todas las frecuencias existentes en un cierto intervalo (banda) contribuirá en una determinada cantidad positiva. "Si la banda de frecuencia  $(w, w+dw)$  contribuye en  $f(w) \cdot dw$  a la varianza total, a la función  $f(w)$  se le denominará "espectro de poder de la serie" (11).

El espectro de una secuencia de terminos independientes (esto es, de ruido blanco) es una linea horizontal paralela al eje de abscisas a lo largo de todo el rango de frecuencias  $(0, \infty)$ . Pero, en las series económicas, lo más corriente es que el espectro tenga un aspecto semejante al de la figura 2. "Tal espectro puede ser interpretado como que cuanto más largo sea el periodo del componente, más larga será su amplitud. Esto no es especialmente sorprendente dado que en el pasado

---

(11) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis of...", ob. cit., p. 5.

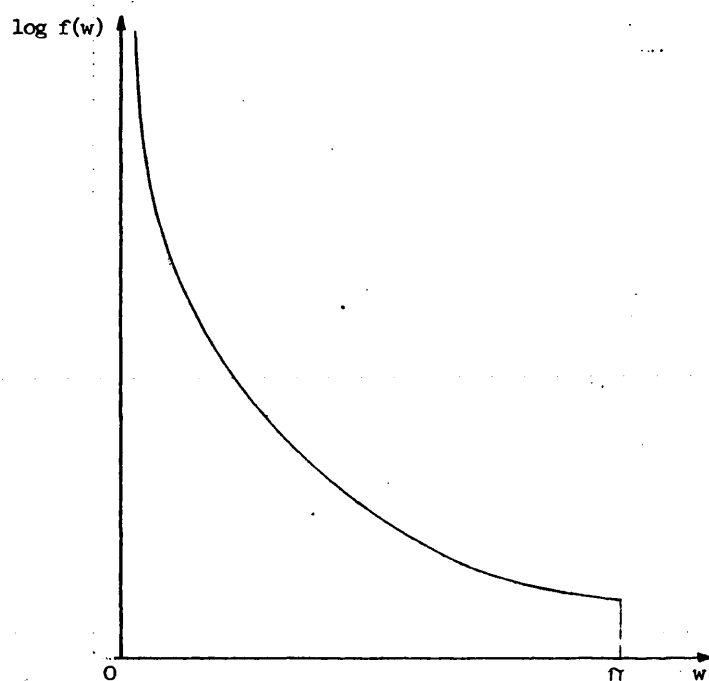


FIGURA 2: ASPECTO GENERAL DE UN ESPECTRO FRECUENTE EN LAS SERIES ECONOMICAS

los economistas han observado muchos ciclos en sus datos y, si tales ciclos no hubieran tenido una obvia importancia, no se les hubiera podido distinguir del ruido siempre existente" (180).

Uno de los principales problemas con que suele tropezar el análisis espectral, en su aplicación al campo económico es la posible falta de estacionariedad de las series. Así, la existencia de una tendencia en la media redundaría en un alto valor, en el espectro, para la banda de frecuencia nula, lo que afectaría también a las bandas cercanas a esta. Por ello, es necesario utilizar cualquiera de los procedimientos existentes para eliminar esa tendencia (181). Pero, "la existencia de una tendencia en la media es solo una vía por la que una serie de tiempo puede mostrar su carácter no-estacionario y es la más

---

(180) Ibid., p. 7.

(181) Un sencillo procedimiento, muy empleado, es el de la media móvil.

fácil de tratar. En el ámbito económico, también se producen, invariablemente, tendencias en la varianza o en la estructura subyacente, y estas no pueden ser eliminadas totalmente. Dado que los métodos espectrales suponen que las series son estacionarias y, virtualmente, ninguna serie económica lo es, podría parecer que los métodos espectrales no son apropiados para su utilización en economía. Sin embargo, ciertos estudios realizados en Princeton, tanto teóricos como experimentales, indican que, en la medida que la estructura subyacente de las series no varíe rápidamente con el tiempo, el análisis espectral podrá ser utilizado con confianza" (32).

Este tipo de análisis se ha generalizado al estudio de las series por pares (análisis coespectral) e incluso a mayor número de ellas (análisis multiespectral). Es posible analizar, así, la existencia de relaciones de causalidad entre los componentes de unas y otras series, lo que tiene un eviden

---

(32) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis of..." ob. cit., p. 9.

te interés en el ámbito que ahora importa.

En este campo, el primer trabajo en el que se utili  
zaron procedimientos propios del análisis espectral fué el rea  
lizado, en 1963, por Granger y Morgenstern (13). En él, estu  
diaron el mercado de Nueva York mediante el análisis de las va  
riaciones de los precios (14) semanales de dos empresas (1957-  
1961), los mensuales de otras seis (1946-1960), así como de las  
observadas en las series semanales de índices de la "Securities  
and Exchange Commission" (1939-1961), en el índice mensual  
"Standard and Poor" (1915-1961) y en el, también mensual, "Dow-  
Jones" (1915-1961).

Granger y Morgenstern comenzaron analizando el espec  
tro de las diferencias primeras de varios de los índices de la  
"Securities and Exchange Commission". Salvo por algunas frecuen

---

(13) Ibid.

(14) El estudio se refirió, no a las variaciones relativas ni  
a los movimientos de los logaritmos, sino a las variacio  
nes absolutas estrictas.



cias excepcionales, los espectros resultantes fueron, en todos los casos, muy llanos, lo que es congruente con la hipótesis de aleatoriedad. Para comprobar que tales resultados se mantenían en las bajas frecuencias, eliminaron la tendencia de la media, empleando largas medias móviles, y realizaron nuevos estudios de los espectros de los índices de la SEC, así como del "Standard and Poor" y del "Dow-Jones", encontrando que los componentes a largo plazo parecían tener mayor importancia que lo que cabría esperar de acuerdo con la hipótesis de aleatoriedad.

Estos autores, continuaron tratando de estudiar las relaciones existentes entre unas y otras series. Analizaron, así:

- Las relaciones entre los diversos índices de precios de la SEC, encontrando una fuerte conexión entre el índice de manufacturas y el de transportes. Sin embargo, subrayaron Granger y Morgenstern, "en ningún caso se encontró indicación alguna de

que una serie fuera conduciendo a otra" (137).

- Las relaciones existentes entre las series semanales de precios y los correspondientes volúmenes de ventas de los títulos, encontrando que, "al menos a corto plazo, y para el normal funcionamiento día a día, o semana a semana, del mercado de valores, los movimientos en las cantidades de ventas de títulos no están conectados con movimientos en los precios" (138).

En definitiva, aún cuando, en el campo económico, el análisis espectral estaba "todavía bajo un activo desarrollo" (137) y sus descubrimientos "podrían considerarse como

---

(137) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis of..", ob, cit., p. 15.

(138) Ibid., p. 16.

(139) Ibid., p. 17.

preliminares" (17), en conjunto, los resultados de este trabajo fueron ampliamente favorables a las hipótesis de la TPA.

En 1964, un año después de la aparición del anterior, estos mismos autores, junto con Godfrey, publicaron un nuevo trabajo (18) en el que ampliaron el estudio a la Bolsa de Londres. Utilizaron, para ello, en cuanto a este mercado, las series semanales del "Financial Times Industrial Index", del "Economic Indicator" y del "Bargains Market", y, en cuanto al de Nueva York, los índices -también semanales y referidos, como los anteriores, al periodo enero 1959-diciembre 1962- "Standard and Poor Industrial" y de bonos del Gobierno, así como series correspondientes a los títulos de tres empresas norteamericanas. Los análisis más interesantes realizados por estos autores, podrían sintetizarse en los siguientes puntos:

---

(17) Ibid.

(18) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk Hypothesis of...", ob. cit.

- Tras tomar logaritmos en los precios y eliminar la tendencia lineal mediante regresión, calcularon el espectro de las primeras diferencias de cada una de las series de logaritmos, resultando muy llano en ambos mercados.
  
- Se realizó un análisis coespectral entre los dos índices de precios del mercado de Londres ("Financial Times Industrial Index" y "Economist Indicator") no encontrándose, como era de esperar, que una dirigiera a la otra.
  
- Del análisis coespectral entre las series de precios del mercado británico y el volumen de ventas en el mismo ("Bargains Market"), no se dedujo apenas conexión, como tampoco se encontró en el realizado entre el volumen de ventas y los valores absolutos de las primeras diferencias de las series de precios de dicho mercado.

- El análisis coespectral entre las series de precios de ambos mercados, tampoco mostró apenas co-nexión entre las mismas, apareciendo, estas, co-mo prácticamente independientes.
  
- Trás un sencillo estudio, en base a histogramas de frecuencias, Godfrey, Granger y Morgenstern concluyeron, en contra de la hipótesis "pareto-estable", que, si bien "hay una tendencia a que el histograma sea ligeramente asimétrico a la derecha, de forma que la mediana sea algo mayor que la media, .... no se encontró ninguna evi-dencia de que, en ninguna de las series, el proceso generador se comportara como si poseyera una varianza infinita" (190).
  
- Mediante un análisis espectral de las series de

---

(190) Ibid., p. 12.

los precios de apertura y cierre de sesión, estudiaron la posibilidad de que, en los periodos de tiempo en que no hay transacciones en el mercado, existieran precios hipotéticos. Si no fuera así, "el precio de apertura de cada día habría de ser el mismo que el precio de cierre de la sesión previa" (191). Su conclusión fue que "el mecanismo generador de precios... continúa operando mientras el mercado está cerrado, pero a una "velocidad" menor" (192).

- Trás la aplicación de métodos espectrales a varios pares de series diarias, llegaron a la conclusión de que ninguno de los espectros de las primeras diferencias de las series de precios de apertura, cierre, más alto y más bajo de cada se

---

(191) Ibid., p. 13.

(192) Ibid.

Este problema fue plantado también por autores como B. Mandelbrot ("The Variation of Certain...", ob. cit.) y E.F. Fama ("The Behavior of...", ob. cit.).

sión, era significativamente diferente del espectro de una variable aleatoria, independiente. El análisis coespectral de las series diarias no puso de manifiesto, apenas, correlación alguna entre los valores absolutos de las primeras diferencias de los precios y las series de volúmenes de contratación. Pero "el resultado más importante de este análisis es que la única correlación fuerte fué la observada entre las series de volumen de contratación y las de las diferencias entre las cotizaciones más altas y más bajas. Esto constituye evidencia a añadir a favor de la idea .... de que la fijación de precios continua, en un sentido hipotético, durante el tiempo en que el mercado está formalmente cerrado" (53).

---

(53) Ibid., p. 20.

- Finalmente, Godfrey, Granger y Morgenstern pasaron a estudiar las series de precios y volúmenes de las transacciones habidas durante las sucesivas medias sesiones de la Bolsa de Nueva York (194). El espectro de las primeras diferencias de las series de precios de las transacciones individuales, no resultó significativamente diferente del esperado de una variable aleatoria independiente que tuviera la misma naturaleza discreta de las series de precios. La coherencia (195) entre las series de precios y volúmenes, rara vez resultó superior a 0,1 y un valor típico fué el de 0,02. Tales valores de la coherencia son consistentes con la hipótesis nula de correlación igual a cero.

---

(194) Dividieron las listas de transacciones en dos partes: las habidas durante las mañanas y las producidas en las tardes.

(195) La coherencia mide el grado de relación existente entre los componentes de la misma frecuencia de dos series. Es semejante al cuadrado del coeficiente de correlación entre los componentes de la misma frecuencia.



Godfrey, Granger y Morgenstern concluyeron "en forma de ley" que el de recorrido aleatorio "es el único mecanismo que es consistente con la irrefrenable persecución de beneficios por parte de los participantes en el mercado" (14), para continuar señalando que "la validez lógica de esta ley puede ser establecida mediante una investigación de la naturaleza adaptativa del mercado. Si el mecanismo fuera tal que el valor matemáticamente esperado del precio en momentos futuros difiriera del precio corriente, entonces un inversor podría establecer una regla de decisión predictiva que redundase en un beneficio neto cuando se utilizara en el mercado. Sin embargo, dado que todos los inversores operan sobre la base de un motivo de beneficio, el hecho de que exista una oportunidad de beneficio, dará lugar a una modificación del mecanismo que eliminará esta oportunidad" (15).

---

(14) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk Hypothesis of...", ob. cit., p. 22.

(15) Ibid., p. 23.

Sin embargo, la ley no pareció aplicable a la zona de las frecuencias correspondientes al límite inferior, incluyendo la frecuencia igual a cero. Pero, sobre todo, lo que importa ahora destacar es que este tipo de análisis no tiene implicación alguna para la forma fuerte de eficiencia. Esto quedó claro con las siguientes palabras de los autores:

"La ley no prejuzga el posible valor de la información interna.... definida como aquella de que dispone solo un pequeño segmento del mercado y que, si fuera de conocimiento general, produciría una variación predecible de precios. La utilización con beneficios de la información interna consiste, entonces, en actuar sobre la base de la predicción y entonces anunciar la información interna o esperar su realización general" (598).

---

(598) Ibid.

Si Granger y Morgenstern aplicaron el análisis espectral a la Bolsa de Nueva York y estos mismos autores, en unión de Godfrey, lo ampliaron a la de Londres, Sharma y Kennedy fueron quienes, en 1977, lo extendieron al mercado de un país no desarrollado como la India (599), con objeto de comparar los resultados obtenidos en unos y otros. Este trabajo se inscribe así, al igual que otros mencionados al exponer los estudios realizados mediante los coeficientes de autocorrelación y los de direcciones, en la línea consistente en repetir, en otros mercados, algunos de los tests realizados en el mercado de Nueva York, que parece ser, hoy por hoy, el que tiene un mayor grado de eficiencia, además de ser, sin duda, el más ampliamente estudiado.

Los índices -todos ellos mensuales- utilizados por Sharma y Kennedy fueron:

---

(599) J.L. Sharma y R.E. Kennedy: "A Comparative Analysis of Stock Price Behavior on the Bombay...", ob. cit.

- El "Bombay Variable Dividend Industrial Share Index".
- El "London Financial Times Actuaries 500 Stock Index".
- El "New York Standard and Poor s 425 Stock Index".

El periodo estudiado fueron los once años (132 observaciones, mensuales, por índice) comprendidas entre 1963 y 1973. El análisis se basó en los espectros de las series originales y de las primeras diferencias de los logaritmos de las mismas. En cuanto a las primeras, Sharma y Kennedy observaron que, como, según se dijo, es corriente en las series económicas, la mayor importancia correspondía, en los tres índices, a las frecuencias más bajas, lo que "sugiere que sólo existen largas fluctuaciones y no fluctuaciones cíclicas a corto" (60). En cuanto a la serie de las primeras diferen-

---

(60) Ibid., p. 404.

cias en los logaritmos, los espectros resultantes, "en conjunto, resultaron llanos, confirmandose la hipótesis del recorrido aleatorio" (601) en los tres mercados.

A partir de los resultados que estos autores obtuvieron mediante el análisis espectral y el de direcciones, que fué comentado anteriormente, Sharma y Kennedy concluyeron que si algún mercado parecía tener un comportamiento ligeramente diferente del de los otros dos, era el de Londres, pero no el de Bombay en el que los precios, al igual que en los otros dos mercados, parecían seguir un recorrido aleatorio (602).

Los resultados obtenidos, en relación a la Bolsa de Londres, por Godfrey, Granger y Morgenstern, así, como, en parte, los encontrados, también para dicho mercado, por Shar

---

(601) Ibid.

(602) Ibid., p. 411.

ma y Kennedy, parecen contradecirse con los que alcanzó Hey en 1968 (603) quién, al decir de Granger (604), utilizando los precios diarios de los títulos de catorce empresas del Reino Unido, encontró comportamientos no aleatorios cuando aplicó el análisis espectral.

También Niarchos (605), al extender este tipo de análisis a la contrastación de la hipótesis de independencia en el mercado griego, encontró comportamientos no aleatorios en los títulos de baja contratación. Una posible explicación de estos resultados podría ser, según Granger, "que los títulos de poca frecuencia de contratación pueden no seguir un re corrido aleatorio" (606).

---

(603) J.D. Hey: "Spectral Analysis of Stock Market Prices", Tesis no publicada, Universidad de Edimburgo, octubre 1968. Obra citada por C.W.J. Granger en: "A Survey of...", ob. cit., p. 11.

(604) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 11.

(605) N.A. Niarchos: "Statistical Analysis of Transactions of the Athens Stock Exchange", Tesis no publicada, Nottingham, 1971. Obra citada por C.W.J. Granger en: "A Survey of...", ob. cit., p. 11.

(606) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 11.

Las diversas críticas que han sido formuladas al análisis espectral, en su aplicación al estudio de la hipótesis de independencia, pueden sintetizarse en las siguientes palabras de Cootner:

"Con las limitaciones de los datos disponibles, el espectro da una figura completa de la autocorrelación en un proceso estocástico estacionario con varianza finita. También determina el mejor predictor lineal para tal serie de tiempo. Sin embargo, si la serie no es estacionaria o si su varianza no existe, ... los resultados pueden ser ambiguos o incorrectos. Además, el fallo en encontrar cualquier relación predictiva lineal no elimina la posibilidad... de que exista una relación no lineal" (63).

---

(63) P.H. Cootner: "The Random Character of Stock...", ob. cit., p. 83.

Junto a los ya mencionados, en el contraste de la hipótesis de independencia de los movimientos de precios, cabe emplear otros procedimientos matemáticos a los que no se ha dedicado un apartado específico, no porque tengan menor importancia en sí, sino, bien porque apenas han sido utilizados en este ámbito, o bien porque serán objeto de mayor atención en los capítulos siguientes.

Entre los procedimientos más prometedores, se encuentran, sin duda, los recogidos dentro del denominado "enfoque Box-Jenkins" (408). Estos, aunque poco empleados en este cam

---

(408) Sobre el enfoque Box-Jenkins, pueden verse:

- G.E.P. Box y G.M. Jenkins: "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Holden Day, San Francisco, 1970.
- L.R. Nelson: "Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting", ob. cit.
- O.D. Anderson: "Time Series Analysis and Forecasting: The Box-Jenkins Approach", Butterworths, Londres, 1976.
- C.W.J. Granger y P. Newbold: "Forecasting Economic...", ob. cit.

Una breve síntesis en español puede encontrarse en el trabajo de A. Treadway: "Sobre la modelización estadística de la balanza de pagos española", Información Comercial Española, nº 536, abril 1978, pp. 24-46.



po concreto (609), han demostrado su utilidad en diversos análisis de series cronológicas económicas y, dentro de un ánbito muy relacionado con el que aquí importa, en el estudio de la aleatoriedad de las series de beneficios empresariales (610).

Otro tipo de análisis, de gran interés, desarrollado por Theil y Leenders (611) y aplicado en los más diversos mercados, es el basado en la Teoría de la Información. Tanto este, como el llamado "enfoque markoviano", consistente en el

---

(609) Puede verse, de Ke-Young Chu: "Short-Run Forecasting of Commodity Prices: An Application of Autoregressive Moving Average Models", International Monetary Funds-Staff Papers, marzo 1978.

(610) Pueden verse:

- R.L. Watts y R.W. Leftwich: "The Time Series of Annual Accounting Earnings", Journal of Accounting Research, otoño 1977, pp. 253-271.

- W.S. Albrecht, L.L. Lookabill y J.C. McKeown: "The Time-Series Properties of Annual Earnings", Journal of Accounting Research, otoño 1977, pp. 226-244.

En este último trabajo pueden encontrarse ulteriores referencias bibliográficas.

(611) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow on the Amsterdam Stock Exchange", Journal of Business, v. 38, nº 3, julio 1965, pp. 227-284.

estudio de la denominada "matriz transición de los movimientos bursátiles", se basa en unos datos primarios (las series del total de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, suben, bajan o repiten su cotización previa) que no han sido de frecuente utilización en el estudio de la evolución de los precios en los mercados de valores y que, sin embargo, permiten la obtención de interesantes conclusiones. Ambas formas de análisis son utilizadas en el estudio comparativo, realizado para el mercado de valores español, que se presenta en los tres últimos capítulos. En ese lugar, serán expuestas con cierta amplitud, por lo que no queda, aquí, sino remitirse al mismo.

#### 4- LA HIPOTESIS DEBIL DEL MERCADO EFICIENTE Y LAS REGLAS DE FILTROS.

##### 4.1- Consideraciones generales

Como se recordará (<sup>611</sup>), la forma débil de eficiencia sería la correspondiente a un mercado cuyos precios reflejaran, de forma insesgada, en todo momento, toda la información derivada de las series históricas de precios. Consecuentemente, en un mercado eficiente a nivel débil, ningún procedimiento de inversión basado en tal información podría generar unos resultados consistentemente superiores a los que se obtendrían siguiendo una estrategia aleatoria de inversión como la que se denominó "de compra y mantenimiento". Constituye, así, la comparación entre los resultados que hubieran generado, en el pasado, diversas reglas técnicas y los que habrían correspondido a tal estrategia de inversión, una vía de contrastación de dicho nivel de eficiencia.

---

(<sup>612</sup>) Apartado 5 del capítulo 2.

Debe mencionarse que, sin embargo, no fué esa la línea de pensamiento seguida en los primeros trabajos realizados en este ámbito. Estos se produjeron cuando, ante los primeros estudios que, basados, especialmente en los coeficientes de autocorrelación, resultaron favorables a la hipótesis de independencia, los analistas técnicos señalaron que ellos, con sus procedimientos de selección de inversiones, eran capaces de encontrar formas de dependencia mucho más complejas que las que se podrían descubrir mediante tales procedimientos estadísticos. La línea de investigación más lógica pareció, entonces, desde este punto de vista, la consistente en calcular la "performance" de las reglas mecánicas de inversión empleadas por tales analistas para compararlas con la correspondiente a un procedimiento aleatorio de inversión que, desde los primeros estudios, se identificó con la estrategia de compra y mantenimiento (ECM, en lo que sigue).

Al margen de las que puedan corresponder a cada uno de los análisis concretos, como críticas generales a este ti

po de tests cabe apuntar:

- Que, en general, al comparar los resultados de las reglas técnicas y los de la estrategia aleatoria, no se hizo consideración del riesgo soportado en las inversiones que se hubieran realizado siguiendo aquellas y esta. Especial énfasis, en este aspecto, puso Jensen, en 1967 (613), comentando un trabajo de Levy (614).

- Que, en cuanto a la interpretación de los resultados, debe tenerse especial cuidado, lo que no siempre se hizo. El que una determinada regla genere consistentemente unos resultados superiores a los

---

(613) M.C. Jensen: "Random Walks: Reality or Myth-Comment", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre, 1967, pp. 77-85.

(614) R.A. Levy: "Random Walks: Reality or Myth", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre, 1967, pp. 69-76.

de la estrategia aleatoria, podría ser definitivo, en cuanto a la ineficiencia del mercado, siempre que el test se haya realizado con pulcritud e incluyendo, en la medida de tales resultados ("performance"), la consideración del riesgo. Sin embargo, el que los resultados de la ECM resulten consistentemente superiores a los de una regla técnica concreta no constituye una prueba definitiva de eficiencia, en tanto siempre cabe la posibilidad de que exista otra regla, no contras- tada, capaz de "batir" a tal estrategia.

#### 4.2- La regla de los filtros.

Uno de primeros tests del análisis técnico, fué el realizado en 1961, por Sidney S. Alexander (615), en EEUU, basándose en la regla mecánica de decisión, denominada, "regla de los filtros", consistente, en esencia, en adquirir el título analizado cuando su precio asciende en un porcentaje igual o superior al filtro previamente determinado y venderlo cuando, desde un máximo subsiguiente, se produzca un descenso que iguale o supere a dicho filtro. Como se recordará (616), sus resultados, favorables a la superioridad de esta regla frente a la ECM, fueron contestados por Mandelbrot en 1963, lo que provocó que, al año siguiente, Alexander publicará un nuevo trabajo (617) en el que, tras realizar diversas correcciones en su anterior

---

(615) S.S. Alexander: "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks", ob. cit.

(616) Capítulo 2, apartado 3.

(617) S.S. Alexander: "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks, nº 2", ob. cit.

análisis, observó que pocas eran las ocasiones en que los fil  
tros resultaban más favorables que la simple ECM.

La transcendencia del cómputo de los dividendos y, especialmente, de la consideración de los costes de las transacciones, fueron destacados por Fama (618) y por Fama y Blume (619). El primero señaló que, al no haberse tenido en cuenta los dividendos en los cálculos de rentabilidad, los resultados de Alexander estaban sesgados en contra de la ECM. Fama y Blume, por su parte, comprobaron empíricamente tal apreciación en el mercado norteamericano (620) y llegaron a la conclusión de que solo los filtros muy pequeños podrían generar una rentabilidad mayor que la correspondiente a la ECM. Más aún, tales filtros provocaban numerosas transacciones y, al tener en cuenta sus

---

(618) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit.

(619) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and...", ob. cit.

(620) En el trabajo de Fama ("The Behavior...", ob. cit.) se adelantaron algunos de tales resultados empíricos, (pp. 83 y 84).



costes, el posible exceso de rentabilidad se reducía sustancialmente, lo que les llevó a concluir que, a efectos prácticos, la TRA proporcionaba una adecuada descripción del comportamiento de los precios.

En 1970, Dryden (41) trasladó este tipo de estudio al mercado londinense, alcanzando resultados contradictorios. La conclusión que cabría obtener, en cuanto al mercado de Londres, es que, si bien el exceso de rentabilidad de los filtros, sobre el correspondiente a la ECM, es alto cuando se aplican a índices, al utilizarlos con títulos individuales se reduce sustancialmente. Al igual que en el de Estados Unidos, en el mercado británico los mayores suplementos de rentabilidad parecen corresponder a los filtros más pequeños. Cabe la posibilidad, sin embargo, de que, al tener en cuenta los costes de las transacciones, tales suplementos

---

(41) M.M. Dryden: "Filter Tests of U.K. Share Prices", Applied Economics, v. 1, 1970, pp. 261-275. También, del mismo autor: "A Statistical Study of...", ob. cit.

tos desaparecieran también en este mercado.

También Jennergren (42) aplicó al análisis basado en la regla de los filtros al mercado sueco, concluyendo, cautelosamente, que la cuestión de si este "es débilmente ineficiente todavía permanece abierta" (43) pues "parecen existir reglas mecánicas de negociación provechosas para ciertos inversores institucionales, bajo el supuesto de que los precios no resulten afectados por las transacciones producidas por las reglas" (44).

Señalaba Fama (45), que los tests de este tipo pueden ser enfocados como contrastaciones de eficiencia bajo el supuesto de que el modelo de equilibrio del mercado es el de rentabilidades esperadas positivas. Según este modo

---

(42) L.P. Jennergren: "Filter Tests of Swedish Share Prices", en la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International Capital...", ob. cit., pp. 55-67.

(43) Ibid., p. 66.

(44) Ibid.

(45) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., pp. 137-142.

lo, el mercado, en cada momento " $t-1$ ", fija el precio de cada título " $j$ " (" $p_{j,t-1}$ ") de modo que la rentabilidad esperada, para dicho título, entre los momentos " $t-1$ " y " $t$ " (" $E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m)$ ") sea positiva, esto es, de forma que:

$$E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m) = \frac{E_m(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m) - p_{j,t-1}}{p_{j,t-1}} > 0 \quad (3.1)$$

Dada la información " $I_{t-1}^m$ ", el mercado fija una determinada función de distribución conjunta para los precios de los títulos en " $t$ " (" $f_m(p_t/I_{t-1}^m)$ ") que implicará una determinada distribución marginal para el precio en " $t$ " del título genérico " $j$ " (" $f_m(p_{jt}/I_{t-1}^m)$ "), a la que corresponderá un valor esperado " $E_m(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m)$ ". La distribución de la rentabilidad " $\tilde{R}_{jt}$ " no se define hasta que el mercado fija " $p_{j,t-1}$ ", lo que hará de modo que la media, de la distribución de " $\tilde{R}_{jt}$ " resultante, sea estrictamente positiva. En definitiva, el mercado fija " $p_{j,t-1}$ " a un nivel inferior que el precio esperado " $E_m(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m)$ ".

Pero, como se expuso en el segundo capítulo (44), la eficiencia del mercado significa que este utiliza toda la información y que la utiliza correctamente, por lo que, para todo "t-1" y "j":

$$f_m(P_t/I_{t-1}^m) = f(P_t/I_{t-1}) \quad (3.2)$$

$$f_m(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m) = f(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}) \quad (3.3)$$

lo que implica que, en cualquier momento "t-1" y para todo "j":

$$E_m(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}^m) = E(\tilde{p}_{jt}/I_{t-1}) \quad (3.4)$$

$$E_m(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m) = E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}) \quad (3.5)$$

Es decir, si el mercado es eficiente, la rentabilidad es

---

(44) Tercer apartado.

perada por él asignada, a cada título, será su verdadera rentabilidad esperada (la correctamente derivada de toda la información disponible). Esto, combinado con el supuesto de rentabilidades esperadas estrictamente positivas (expresión (3.1)), implica que la verdadera tasa de rentabilidad esperada de cualquier título "j" y en cualquier momento "t-1", debe ser positiva:

$$E(\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}) > 0 \quad (3.6)$$

Si tanto el supuesto de eficiencia del mercado como el de equilibrio del mercado, de acuerdo con ese modelo, se dan en la realidad, cualquier analista o inversor que asigne una rentabilidad esperada negativa a un título estará equivocado y para que cometa tal error no es preciso que no crea en el modelo de equilibrio expuesto ("E<sub>m</sub> ( $\tilde{R}_{jt}/I_{t-1}^m$ ) > 0"); bastaría con que pensase que el mercado no es eficiente y que, por tanto, al determinar los precios, puede olvidar información importante o no utilizar

la correctamente, con lo que las verdaderas rentabilidades esperadas podrían resultar negativas. Si sus apreciaciones fueran ciertas y dispusiera de información relevante que el mercado no emplea o de reglas o procedimientos que le permitieran utilizarla con mayor corrección, este analista podría "batir" al mercado.

La regla de los filtros se basa en que los movimientos al alza tienden a persistir y a ser seguidos por movimientos a la baja, que también tienden a persistir y a ser seguidos por nuevos movimientos al alza, y así sucesivamente. Entonces, si el mercado fuera eficiente y fijara los precios de modo que las rentabilidades esperadas fueran siempre positivas, las reglas de filtros no tendrían sentido. En tal caso, sería mejor estrategia la ECM que tendrá una mayor rentabilidad esperada que aquellas que implican la existencia de periodos en los que no se mantiene el título o en los que se vende a corto.

Si, por el contrario, siendo el modelo de equilibrio de rentabilidades esperadas positivas, el mercado no es eficiente, y, por tanto, no siempre utiliza correctamente toda la información disponible, habrá periodos en los que las verdaderas rentabilidades esperadas sean negativas y podrán existir estrategias de negociación, como los filtros, que tengan unas rentabilidades esperadas superiores a las de la ECM.

A la vista de los resultados comentados anteriormente, cabe afirmar que, cuando menos en el mercado estadounidense, el modelo expuesto "constituye una aproximación razonable de la realidad, que puede ser considerada como verdadera, al menos hasta que se consiga una aproximación mejor. Lo que se considere como una aproximación razonable dependerá del uso a que se destine el modelo. Por ejemplo, dado que los inversores no pueden utilizar los filtros para batir a la ECM, es razonable para ellos considerar que deberán comportarse como si el mercado fuera eficiente, cuando menos a efectos de decidir

sobre la base de la información relativa a los precios pasados" (42).

Al margen de las dificultades que acompañan a la consideración de los gastos de las transacciones, como las comisiones, y de los impuestos, y aparte de los supuestos propios de cada tipo de test y de la difícil fijación del nivel de exceso de rentabilidad que, sobre la correspondiente a la ECM, debe generar una estrategia de inversión para ser considerada como provechosa, a los estudios basados en los filtros se les ha criticado la falta de una medida de dispersión. Si esta no se presenta, señalaba Praetz, "no sabremos si ha habido diferencias significativas respecto a la ECM, la hipótesis nula de independencia,... Para utilizar los filtros ... se necesita la distribución muestral de una medida estandarizada. De momento, no existe tal medida. Dadas estas debilidades estadísticas, sería sensato evitar, por ahora, la utilización de

---

(42) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 142.



los filtros" (628).

Resta destacar, en fin, la congruencia observada entre los resultados alcanzados cuando se empleó la regla de los filtros, y los que se obtuvieron cuando se utilizaron las técnicas estadísticas más tradicionales. Así, Fama y Blume observaron que, frente a la posición que señala que "no hay relación obvia entre la magnitud de un coeficiente de correlación serial y los beneficios esperados de una regla mecánica de negociación" (629), y que "las simples relaciones lineales que subyacen en el modelo de correlación serial son demasiado poco sofisticadas para identificar las complicadas pautas que los técnicos ven en los precios de un valor" (630), la baja dependencia encontrada por sus filtros resultó congruente con

---

(628) P.D. Praetz: "On the Methodology of Testing for Independence in Future Prices: Comment", *Journal of Finance*, v. 31, nº 3, junio 1976, pp. 977-979.

(629) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and ...", ob. cit., p. 227.

(630) Ibid.

la poca correlación serial encontrada por Fama en 1965 (631), por lo que "para medir la dirección y tamaño de la dependencia en las variaciones de precios, los métodos estadísticos son, probablemente, tan poderosos como los filtros de Alexander" (632).

---

(631) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit.

(632) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules and...", ob. cit., p. 241.

#### 4.3- Filtros sobre medias móviles.

Una de las reglas más extendidas entre los analistas técnicos es la que podría denominarse "filtros sobre medias móviles". La idea consiste en aislar las variaciones de dirección producidas en las tendencias básicas. Fijando un filtro igual a "x", en general, el procedimiento consistiría en adquirir el título siempre que su precio se situara un "x" por cien, o más, por encima de su media móvil, vendiéndolo cuando se colocara por debajo de la misma en un porcentaje superior a "x". Para concretar la regla que se debe aplicar a un título concreto, el analista estudia sus precios pasados probando, en ellos, distintos periodos de cálculo de la media y diferentes tamaños de filtro hasta localizar el intervalo y el nivel de "x" a los que corresponde la mayor rentabilidad.

El primer estudio de amplia difusión dedicado a comprobar la capacidad generadora de rentabilidad de este tipo

de reglas, fué realizado por Cootner en 1962 (43) con los datos semanales, de cuarenta y cinco títulos, correspondientes al periodo 1956-1960. La regla estudiada fué la basada en un filtro de un cinco por ciento, utilizando un periodo de cálculo de la media móvil de cuarenta semanas. Para el periodo completo, Cootner observó que los resultados netos de la regla eran inferiores que los que hubieran correspondido a la ECM, lo que resulta congruente con la hipótesis de eficiencia (44).

En 1967, Van Horne y Parker publicaron un trabajo (45) que, en unión de otro aparecido en 1968 (46) y del

---

(43) P.H. Cootner: "Stock Prices: Random vs. Systematic...", ob. cit.

(44) Los resultados de Cootner fueron, sin embargo, ambiguos dado que, en el promedio por semana (especialmente cuando tal promedio se calculaba sobre largos periodos), la regla basada en las medias móviles parecía generar una rentabilidad superior a la de la ECM.

(45) J.C. Van Horne y G.G.C. Parker: "The Random Walk Theory: An Empirical Test", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre 1967, pp. 87-92.

(46) J.C. Van Horne y G.G.C. Parker: "Technical Trading Rules: A Comment", Financial Analysts Journal, v. 24, nº 4, julio-agosto 1968, pp. 128-132.

que, junto con Seelenfreund, realizaron en este último año (43), constituyen una trilogía dedicada al análisis de la rentabilidad de este tipo de reglas. Estos autores tomaron una muestra aleatoria de treinta títulos del mercado de Nueva York y sus precios diarios en el periodo 1960-1966, probando, con ella, tres tipos de reglas:

- En primer lugar, filtros del 0, 2, 5, 10 y 15 por cien sobre la media aritmética móvil simple. Los periodos empleados para su cálculo fueron 100, 150 y 200 días.

- En segundo lugar, emplearon las mismas reglas pero utilizando medias ponderadas, concediendo mayor peso a los precios más recientes.

---

(43) A. Seelenfreund, G.G.C. Parker y J.C. Van Horne: "Stock Price Behavior and Trading", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, nº 3, septiembre 1968, pp. 263-281.

- Abundando en el estudio, utilizaron una regla basada en un modelo de predicción cuadrático, cuyos coeficientes se revisaban diariamente mediante un alisado exponencial, para estimar el precio.

En los tres análisis, llegaron a la conclusión de que, se tomaran, o no, en cuenta los costes de comisiones, las reglas generaban una rentabilidad inferior que la correspondiente a la ECM. Sus resultados fueron, por tanto, congruentes con la hipótesis de eficiencia.

También James, en 1968 (68), aplicó reglas de medias móviles, asignando mayor ponderación a las observaciones más recientes, al estudio de los precios de varios cientos de títulos americanos a lo largo de los meses habidos entre 1926

---

(68) F.E. James: "Monthly Moving Averages --An Effective Investment Tool?", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, n° 3, septiembre 1968, pp. 315-326.

y 1960 (49). El procedimiento consistió en comprar o vender según que el precio se encontrará por encima o por debajo de la media en cantidades superiores a unos límites máximo y mínimo. Ninguna de las reglas tuvo un éxito superior que la ECM.

---

(49) El número de meses tomados varió para los distintos títulos.

## 5- OTROS CONTRASTES BASADOS EN LOS PROCEDIMIENTOS TÉCNICOS.

### 5.1- Las reglas de fuerza relativa.

En 1967, Levy desarrolló uno de los trabajos que más polémica han originado en este ámbito (40), basándose en la denominada "regla de fuerza relativa" ("relative strength"). A partir de las explicaciones de Levy, esta regla puede ser expuesta como sigue. Siendo " $\bar{P}_{jt}$ " el precio medio del título "j" en las veintisiete semanas anteriores al momento "t" y

$$R_{jt} = \frac{P_{jt}}{\bar{P}_{jt}} \quad (5.1)$$

el tanto por uno que representa el precio, en el momento "t",

---

(40) R.A. Levy: "Random Walks, Reality or Myth", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre 1967, pp. 69-76; También de R.A. Levy: "Relative Strength as a Criterion for Investment Selection", Journal of Finance, v. 22, nº 6, dic. 1967, pp. 595-610.



de la media, se fija un cierto porcentaje " $x$ " y un orden de rechazo " $F$ ", invirtiéndose una cantidad igual en cada uno de los títulos que, representando un " $x$ " por cien del total, tan gan los mayores valores de " $R_{jt}$ " en dicho momento " $t$ ". En las semanas siguientes ( $t+k$ ,  $k=1, 2, \dots$ ), se calcula el ratio " $R_{jt}$ " para todos los títulos, se les ordena y se venden todos aquellos cuyo número de orden sea superior a " $F$ ". Automáticamente, se reinvierte todo lo obtenido con estas ventas en el " $x$ " por cien de los títulos, que en el momento " $t+k$ ", tengan los mayo res valores de " $R_{jt}$ ".

Levy, basándose en una muestra formada por los precios de descientos títulos del mercado de Nueva York en el pe ríodo 1960-1965, concluyó que este tipo de reglas tenían una alta capacidad generadora de rentabilidad (64).

---

( 64 ) Las dos reglas de mayor potencia fueron las consistentes en hacer:

- $x = 10\%$  y  $F = 160$ , generando una rentabilidad del 20%.
- $x = 5\%$  y  $F = 140$ , a la que correspondió una rentabilidad del 26,1%.

La rentabilidad de la ECM fué del 13,4%.

Los resultados de Levy fueron contestados por Jensen (42) quien le criticó:

- La utilización de medias geométricas, por estar sesgadas a la baja.
- La definición del riesgo de una cartera (43).
- El supuesto implícito de que todas las transacciones podían realizarse al precio empleado en los cálculos de compra-venta.

Jensen, además, corrigió estos errores y observó que, aún entonces, alguna de las reglas generaban unos resultados sustancialmente superiores a los de la EGM, lo que

---

(42) H.C. Jensen: "Random Walks: Reality or Myth-Comment", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre 1967, pp. 77-85.

(43) Para ajustar por el riesgo de las diversas carteras, Levy utilizó un procedimiento denominado "plan de ratio variable"..

atribuyó a la existencia de sesgos de selección. Más todavía, Jensen comentó que cuantas más técnicas se probaran sobre un mismo conjunto de datos, más posibilidades habría de que, eventualmente, alguna técnica, por azar, resultara rentable. Si se dispone de tiempo suficiente para ello, vino a decir es te autor, es seguro que se podrá encontrar una regla que "fun cione" en una tabla de números aleatorios, siempre, desde lue go, que sea posible testar la regla sobre la misma tabla que se utilizó para descubrirla. Sin embargo, evidentemente, tal regla no será útil si se emplea sobre cualquier tabla diferen te.

Levy, en 1968 (44), replicó a Jensen señalando que una de sus reglas había generado, sobre un conjunto de datos diferente (los precios de cierre diarios de 625 títulos del mercado de Nueva York en el periodo comprendido entre julio

---

(44) R.A. Levy: "Random Walks: Reality or Myth -Reply", Fi nancial Analysts Journal, v. 24, nº 1, enero-febrero 1968, pp. 129-132.

de 1962 y noviembre de 1966), una rentabilidad del 31 por cien anual. Si bien no presentó las rentabilidades correspondientes a la ECM, Levy señaló que la rentabilidad anual, medida sobre el índice "Standard and Poor", en el mismo periodo, había sido inferior al 10 por cien y que la de la regla, una vez ajustada a un nivel de riesgo igual al del índice, había resultado igual a un 16 por cien, aproximadamente.

Jensen y Benington en 1970 (45), contestaron de nuevo a Levy con base en un análisis en el que utilizaron las dos reglas más potentes de Levy, sobre 29 muestras independientes, de 200 títulos cada una, en cinco intervalos sucesivos y comprendidos en el periodo 1931-1965. Su conclusión fue

---

(45) M.C. Jensen y G.A. Benington: "Random Walks and Technical Theories: Some Additional Evidence", Journal of Finance, v. 25, nº 2, mayo 1970, pp. 469-482.

que:

"Trás la introducción de los costes de las transac  
ciones, las reglas de negociación no generaron, en  
la media, unas ganancias significativamente superio  
res que las de la ECM. Más aún, dado que las carte-  
ras obtenidas siguiendo las reglas resultaron tener,  
en la media, un mayor riesgo que las derivadas me-  
diante la ECM, esta simple comparación de rentabili  
dades está sesgada a favor de las reglas de negocia  
ción. Trás realizar un explícito ajuste por el nivel  
de riesgo, se demostró que, una vez descontados los  
costes de las transacciones, las dos reglas de nego  
ciación estudiadas generaron, en la media, unas ren  
tabilidades un -0,31% y un -2,36% menores que la  
ECM de riesgo equivalente. Dados estos resultados,  
concluimos que, con relación a la "performance" de  
las reglas de negociación de fuerza relativa de Le-  
vy, el comportamiento de los precios de los títulos

en el mercado de Nueva York es remarcablemente cercano al predicho por las teorías del mercado eficiente... y que la conclusión de Levy... de que "la teoría del recorrido aleatorio ha sido refutada", no tiene fundamento" (46).

La polémica mantenida en torno a los trabajos de Levy, permitió destacar la necesidad de incluir el riesgo en la medición de los resultados, aspecto este de suma importancia y que, como se vió, no fué tenido en cuenta en la mayor parte de los trabajos realizados en el ámbito del análisis de las reglas técnicas en relación a la ECM.

---

(46) Ibid., p. 481.

## 5.2- Relaciones precio-volumen.

Una de las ideas más arraigadas en el análisis técnico es la de que "la mayor parte de los signos.... deben confirmarse mediante la observación del volumen de transacciones" (41). El que este sea alto, vienen a señalar estos analistas, significa que la tendencia observada, sea al alza o a la baja, es fuerte y persistente. Más aún, es obvio que si, como algunos de los técnicos vienen a propugnar, los movimientos de volumen van delante de los de precios, o más precisamente, si aquellos "causan" estos, será posible establecer reglas mecánicas útiles, basándose en tales relaciones.

Dos estudios ya comentados, en los que se utilizó el análisis espectral para la contrastación de la posible

---

(41) P.Freeman: "Some Aspects of Technical...", ob. cit., p. 96.

conexión existente entre precio y volumen -sin que se encontrara apenas conexión alguna- fueron los realizados por Granger y Morgenstern (44) y por estos mismos autores en unión de Godfrey (45).

A esos trabajos cabe añadir el llevado a cabo por Ying en 1966 (46). Este autor estudió los precios y volúmenes de contratación diarios de los 500 títulos incluidos en el "Standard and Poor's Composite Index" en el periodo 1957-1962, mediante una serie de tablas de contingencia entre ambas magnitudes encontrando ciertas relaciones (47).

---

(44) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis of...", ob. cit., p. 15.

(45) M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walks Hypothesis of...", ob. cit.

(46) C.C. Ying: "Stock Market Prices and Volume of Sales", *Econometrica*, v. 34, nº 3, julio 1966, pp. 676-685.

(47) Ying observó que los pequeños volúmenes de contratación iban acompañados, normalmente, por una caída o una pequeña variación en los precios; que los grandes volúmenes solían ir acompañados por un alza en los mismos; y que los grandes incrementos de volúmenes solían acompañar a las grandes variaciones, positivas o negativas de cotizaciones.



Posteriormente, utilizó un análisis de varianza para comprobar la influencia de los movimientos de precios y volúmenes, de los diversos días, sobre los precios de los días siguientes. Más aún, puesto que los resultados que obtuvo en este último test parecían contrarios a los encontrados por Granger y Morgenstern, Ying pasó a utilizar el análisis coespectral para comprobar si era posible detectar relaciones de causalidad en sus datos diarios. Tras este test y nuevos análisis de varianza, vino a concluir que:

- Los pequeños (grandes) volúmenes de contratación están, normalmente, acompañados, por una caída (alza) de precios.
- Los grandes volúmenes van seguidos, normalmente, de una reducción de precios.
- Los grandes incrementos en los volúmenes de contratación suelen ir acompañados por una gran va-

riación, al alza o a la baja, de las cotizaciones.

- Si el volumen de contratación ha estado reduciéndose (incrementándose) durante cinco sesiones bursátiles, habrá una tendencia a que también el precio se reduzca (incremente) en las cuatro sesiones siguientes.

Al trabajo de Ying siguieron otros también favorables a la existencia de relaciones entre variaciones de precios y volúmenes (41). Uno de los más recientemente realizados en este ámbito es el publicado por Rogalski en 1978

---

(42) Pueden verse:

- R.L. Crouch: "The Volume of Transactions and Price Changes on the New York Stock Exchange", Financial Analysts Journal, v. 26, nº 4, julio-agosto 1970, pp. 104-109.
- P.K. Clark: "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices", Econometrica, v. 41, nº 1, enero 1973, pp. 135-155.
- T.W. Epps y H.L. Epps: "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volume: Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis", Econometrica, v. 44, nº 2, marzo 1976, pp. 305-321.

(63). Este autor tomó las series de precios y volúmenes de diez acciones americanas y de sus correspondientes "warrants" y aplicó una moderna metodología propuesta por Haugh en 1976 (64) para la contrastación de la independencia entre dos series de covarianzas estacionarias, basada en los modelos ARMA. Si bien la muestra utilizada fué relativamente pequeña, Rogalski concluyó "que el conocimiento del comportamiento del volumen puede mejorar marginalmente las predicciones condicionales de precios sobre las que corresponderían si se utilizaran, tan solo, para realizarlas, los precios pasados" (65).

---

(63) R.J. Rogalski: "The Dependence of Prices and Volume", The Review of Economics and Statistics, v. 60, n° 2, mayo 1978, pp. 268-274.

(64) L.D. Haugh: "Checking the Independence of two Covariance Stationary Time Series: A Univariate Residual Cross-Correlation Approach", Journal of the American Statistical Association, v. 71, junio 1976, pp. 378-385.

(65) R.J. Rogalski: "The Dependence of Prices and ....", ob. cit., p. 274.

### 5.3- La estrategia del reequilibrio.

Otra de las estrategias de inversión cuyos resultados se han comparado con los de la ECI<sup>1</sup> para contrastar la eficiencia del mercado y la hipótesis de independencia de la TRA, ha sido la "rebalancing strategy" o "estrategia del reequilibrio" (ER en lo que sigue), definida por Evans, en 1968, (66) y consistente en distribuir el presupuesto de inversión, en el momento inicial, en la misma proporción para todos los títulos, revisando las ponderaciones, al final de cada uno de los sucesivos periodos, de modo que se mantengan fijas al comienzo de cada intervalo, lo que se realiza mediante la venta de parte de los títulos que obtuvieron una rentabilidad comparativamente alta y la adquisición de parte de aquellos que la tuvieron relativamente baja.

---

(66) J.L. Evans: "The Random Walk Hypothesis, Portfolio Analysis, and the Buy-and-Hold Criterion", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, nº 3, septiembre 1968, pp. 327-342.

La ER fué comparada, en cuanto a su capacidad de ge  
neración de resultados, con otras reglas y, entre ellas, con  
la ECM, por diversos autores (47). La línea más controvertid  
da en las investigaciones relativas a esta estrategia fué,  
sin embargo, la defendida por Cheng y Deets (48) quienes, a  
nalíticamente, mostraron que, bajo el supuesto de independenc  
cia de los movimientos porcentuales de precios, la rentabilidad  
esperada de la cartera formada siguiendo la ECM sería siempre  
no inferior que la esperada de la construida de acuerdo con  
la ER. Más aún, señalaron que cuanto mayor fuera la frecuenc  
cia de revisión de las ponderaciones, mayor sería la diferenc  
cia entre ambas rentabilidades, siendo menor a medida que se

---

(47) Pueden verse:

- J.L. Evans: "The Random Walk...", ob. cit.
- J.L. Evans: "An Analysis of Portfolio Maintenance Strategies", Journal of Finance, v. 25, nº 3, junio 1970, pp. 561-571.
- H.A. Latane y W.E. Young: "Test of Portfolio Building Rules", Journal of Finance, v. 24, nº 4, septiembre 1969, pp. 595-612.

(48) P.L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns and...", ob. cit.

aumentara el número de títulos considerados en las carteras. También el horizonte de decisión tendría influencia, afirman, aumentando la superioridad de la ECM a medida que aquel se ampliara (69).

Posteriormente, Cheng y Deets utilizaron las variaciones relativas semanales de los precios de los treinta títulos componentes del índice "Dow Jones Industrials", en el periodo comprendido entre diciembre de 1937 y febrero de 1969, para contrastar la hipótesis, encontrando que la ER había "batido" a la ECM, lo que confirmó los resultados ya obtenidos anteriormente por Evans (60) y les condujo a con-

---

(69) Por ello, Cheng y Deets consideraron que la comparación realizada por Latane y Young ("Test of Portfolio...", ob. cit.) entre una ER, en la que se empleaba un horizonte de decisión de 85 años y un intervalo de revisión de ponderaciones de un año, y otra, utilizada por Evans ("The Random Walk...", ob. cit.) en la que se empleó un horizonte de nueve años y medio y un intervalo de medio año, era algo "análogo a comparar un plátano con una manzana" ("Portfolio Returns...", ob. cit., nota 17 al pie de la p. 27).

(60) J.L. Evans: "The Random Walk....", y "An Analysis of...", ob. cit.

cluir que "el supuesto de que las variaciones relativas de los precios de los títulos se pueden considerar como variables aleatorias mutuamente independientes, no es apoyado por los resultados empíricos" (41).

El trabajo de Cheng y Deets fué criticado, entre otros, por Jen (42) y Goldman (43). El primero señaló que "si bien es posible que su conclusión fuera válida, las evidencias presentadas fallan al considerar la forma de la distribución de probabilidad de la renta futura. Incluso si el valor esperado de la ECI es superior que el de la ER, eso no significa que, para una muestra de una observación, el resultado deba seguir necesariamente la ordenación en términos de valores esperados. En verdad, si las distribuciones de probabilidad de las carteras derivadas por las ECI y ER tienen al

---

(41) P.L. Cheng y M.K. Deets: "Portfolio Returns and...", o  
ob. cit., p. 26.

(42) F.C. Jen: "Multi-Period Portfolio Strategies", en J.L. Bicksler, ed.: "Methodology in Finance-Investments", Lexington Books, Londres, 1972, pp. 207-227.

(43) M.B. Goldman: "Portfolio Returns and the Random Walk Theory: Comment", Journal of Finance, v. 31, nº 1, marzo 1976, pp. 153-156.

tas asimetrías positivas, es posible que para una muestra unitaria, el valor de la muestra que represente el valor final de la renta, no siga el mismo orden que los valores esperados. La razón es que, para las distribuciones altamente asimétricas..., el valor esperado no es la mejor estimación de una y solo una tirada de la distribución" (44).

A la crítica reseñada por Jen, añadió Goldman que uno de los tests estaba formulado incorrectamente y que la muestra utilizada por Cheng y Deets estaba sesgada a favor de los resultados observados. A su juicio, además de no haberse considerado los dividendos, "la utilización de los títulos del índice "Dow Jones" corriente, induce a una correlación serial negativa (favoreciendo a la ER en perjuicio de la ECM) por la sistemática exclusión de aquellas empresas

---

(44) F.C. Jen: "Multi-Period...", ob. cit., p. 208.



que tienen una rentabilidad por dólar consistentemente alta o consistentemente baja" (45).

En su dura respuesta a Goldman, Cheng y Deets (46) reconocieron que uno de sus tests estaba formulado incorrectamente pero que ello, "irónicamente", venía a añadir mayor significancia a su trabajo. Si anteriormente habían señalado que "la relación positiva entre la rentabilidad de la ER y el tamaño de la cartera no contradice la hipótesis del recorrido aleatorio" (47), en su réplica a Goldman afirmaron que sus "cuatro proposiciones, deducidas de la hipótesis del recorrido aleatorio, se contradijeron con los hechos" (48).

Cheng y Deets negaron que la posible asimetría, de

---

(45) H.B. Goldman: "Portfolio Returns...", ob. cit., p. 155.

(46) P.L. Cheng y H.K. Deets: "Portfolio Returns and the Random Walk Theory: Replay", Journal of Finance, v. 31, nº 1, marzo, 1976, pp. 157-161.

(47) P.L. Cheng y H.K. Deets: "Portfolio Returns and...", ob. cit., p. 23.

(48) P.L. Cheng y H.K. Deets: "Portfolio Returns and...Reply", ob. cit., p. 159.

las distribuciones de probabilidad, pudiera tener importancia, y, en cuanto a la crítica referente a la muestra empleada, se refirieron a otros estudios previos en los que se habían obtenido resultados congruentes con los suyos estudiando todos los títulos del mercado de Nueva York (41).

---

(41) Se refirieron, concretamente, a los resultados encontrados por L. Fisher ("Some New York Stock Indexes", Journal of Business, v. 39, nº 1, junio 1966, pp. 191-225) en relación a los que el propio L. Fisher y J.H. Lorie, obtuvieron en sus trabajos:

- "Rates of Return on Investments in Common Stock: The Year-by-Year Record, 1926-1965", Journal of Business, v. 41, nº 3, julio 1968, pp. 291-316.
- Y "Rates of Return on Investments in Common Stock", Journal of Business, v. 37, nº 1, enero 1964, pp. 1-21.

#### 5.4- Otros análisis

Junto a los ya comentados, se han utilizado otras muchas vías de contrastación relacionadas con los procedimientos propios del análisis técnico. Más aún, junto a los tests derivados de las reglas mecánicas de decisión, cabe incluir, en este ámbito, a los basados en el propio estudio del éxito obtenido por los analistas que las utilizan, en sus recomendaciones públicas ( 60 ), y otros que, como el realizado por Roberts en 1959 ( 61 ), trataron de mostrar la ingenuidad implícita en estas técnicas, comparando las series de precios con otras de números aleatorios acumulados.

Un trabajo ampliamente difundido es el que, basándose en la denominada línea "ascensos-descensos" ("advance-de

---

( 60 ) Entre estos, cabe recordar aquí los trabajos de Cowles comentados en el primer capítulo ("Can Stock Market..." y "Stock Market Forecasting", ob. cit.).

( 61 ) H.V. Roberts: "Stock Market...", ob.cit.; véase el apartado 3 del primer capítulo.

cline line"), realizaron Zakon y Pennypacker en 1968 (672), para contrastar mediante regresiones, sobre datos diarios y mensuales, la creencia de que la diferencia entre el número de títulos que ascienden de valor y el de los que descienden es un índice de la tendencia del mercado, sin que sus resultados fueran favorables a tal hipótesis.

Kewley y Stevenson (673) contrastaron la idea, defendida por algunos técnicos, de que las compras y ventas de pequeños volúmenes de títulos podrían proporcionar indicaciones sobre los cálculos de tendencias en la evolución de los precios.

---

(672) A. J. Zakon y J.C. Pennypacker: "An Analysis of the Advance-Decline Line as a Stock Market Indicator", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, n° 3, septiembre 1968, pp. 299-314.

(673) T.J. Kewley y R.A. Stevenson: "The-Odd-Lot Theory as Revealed by Purchase and Sale Statistics for Individual Stocks", Financial Analysts Journal, v. 23, n° 5, septiembre-octubre 1967, pp. 103-106. Este trabajo, fué completado en el titulado "The Odd-Lot Theory for Individual Stocks: A Reply" (Financial Analysts Journal, v. 25, n° 1, enero-febrero 1969, pp. 99-104) para recoger algunas sugerencias realizadas por G.A. Drew en: "A Clarification of the Odd-Lot Theory", Financial Analysts Journal, v. 23, n° 4, septiembre-octubre 1967, pp. 107-108.

Otro trabajo de interés fué el realizado, en 1973, por J.T. Emery (64) quien obtuvo conclusiones favorables a la hipótesis de eficiencia mediante la evaluación de una regla derivada utilizando el análisis factorial. Su estudio fué "ampliado y cualificado, en sus conclusiones", por Dennis (65).

Valgan los mencionados, como muestra de la gran cantidad de trabajos destinados, bien, en sí, a la contrastación de la eficiencia del mercado, o bien a la participación, en uno u otro sentido, en la polémica abierta en torno al análisis técnico, desde que, en la década de los treinta, surgieron, de forma más o menos definitiva, el análisis fundamental y la TRA. El estudio empírico en este área ha sido, y continúa siendo, ingente.

---

(64) J.T. Emery: "The Information Content...", ob. cit.

(65) C.B. Dennis: "Comment: The Information Content of Daily Market Indicators", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, nº 2, marzo 1973, pp. 193-194.

**CAPITULO 5:**

**LAS CONTRASTACIONES DE LAS HIPOTESIS INTERMEDIA Y FUERTE**

## 1- INTRODUCCION

Si se considera que un mercado es eficiente a nivel intermedio cuando los precios reflejan total y correctamente -de forma insesgada- toda la información publicamente disponible, una vía indirecta de contrastar tal eficiencia consistirá en la observación de la forma en que los precios reaccionan ante la publicación de nuevos "bits" de información relevante para los mismos. Si, ante la publicación de una noticia específicamente referida a una empresa, sus precios responden de forma instantánea e insesgada, cabrá afirmar que, cuando menos, en tal ocasión, el mercado se comportó eficientemente (a nivel intermedio) y, mediante la acumulación de este tipo de evidencias, se podrá llegar a afirmar la eficiencia del mismo con cierto grado de confianza.

Pues bien, tal ha sido la línea seguida en la mayor parte de los contrastes realizados en este campo, que se expondrán en los epígrafes 3 y 4 de este capítulo. Pero, previa

mente, en el apartado tercero, se recogen los principales modelos de equilibrio utilizados en aquellos, y es que, como se dijo, todo test de eficiencia parte de una serie de supuestos concernientes al equilibrio del mercado y, más concretamente, a las tasas de rentabilidad que aplica para asignar los precios corrientes de los distintos títulos.

En el epígrafe quinto, se presentan los principales contrastes realizados en el ámbito de la hipótesis fuerte de eficiencia. Como se verá, entre estos, destacan los dirigidos a comprobar la capacidad de las personas presumiblemente bien informadas, para obtener unos resultados medios superiores a los considerados "normales". La idea es que, si el mercado fuera eficiente a este nivel, nadie podría, basándose en cualquier información ("interna" o no), obtener unos resultados consistentemente superiores a la "media". Para realizar tales contrastes, es precisa una medida de "resultados" que incluya tanto la rentabilidad como el riesgo de las distintas inversiones. Pues bien, las medidas de "performance" utilizadas, han sido



derivadas de los modelos de equilibrio que se presentan en el epígrafe segundo.

Evidentemente, nadie espera que ningún mercado sea perfectamente eficiente en la forma fuerte y, de hecho, como se verá, ninguno en el mundo parece serlo. Lo que importa, entonces, es determinar el grado de eficiencia de cada mercado; de ahí el interés de la distinción entre diversos niveles. Más aún, ante las disparidades en los distintos tests, especialmente a nivel intermedio, parece que los mercados se comportan de forma diferente frente a los distintos tipos de noticias que reciben. De ahí que haya quien defina la eficiencia de los mercados con referencia a cada clase de información. Así, Rozeff ( 66 ) considera que "un mercado es eficiente con respecto al subconjunto de datos " $B_t$ " si el precio en el momento " $t$ " refleja totalmente " $B_t$ ". . . " $B_t$ " se refle

---

( 66 ) M.S. Rozeff: "Money and Stock Prices", Journal of Financial Economics, v. 1, nº 3, septiembre 1974, pp. 245-302; trabajo recogido en la obra citada de J.L. Bicksler, ed.: "Capital Market Equilibrium and Efficiency", D.C. Heath and Company, Lexington, 1977, (pp. 517-579).

re a un subconjunto de cualesquiera datos, en el momento "t", que pueden ser utilizados.... para proveer información relevante sobre el valor de mercado. El "precio" se refiere, bien al precio de un solo activo, o a un índice de precios de varios activos" ( 44 ).

Como se pudo notar en el capítulo anterior, y se volverá a observar en este, se va imponiendo, además, una línea consistente en la determinación del grado de eficiencia de los mercados en relación a otro tomado como "ideal", que suele ser el de Nueva York. En diversos mercados, se han venido repitiendo, así, algunos de los numerosísimos tests aplicados en aquel, para posteriormente, por relación entre los resultados obtenidos en los mismos y los correspondientes a dicho mercado americano, jerarquizar los mercados por su grado de eficiencia.

Resta hacer referencia a la dificultad de delimitar

---

( 44 ) Ibid., p. 520.

qué tests se refieren a la hipótesis intermedia y cuáles a la fuerte. Aquí, se ha seguido la línea más tradicional, consistente en considerar como propios de esta última los contrastes referidos al estudio de la "performance" obtenida por los activos gestionados por profesionales presumiblemente "enterados", y encuadrar como relativos, en general, a la hipótesis intermedia a la inmensa mayoría de los restantes no referidos directamente a la hipótesis débil ( 43 ). Sin embargo, en algunos de los tests dirigidos a la observación de la reacción de los precios a la nueva información, pueden hallarse consecuencias de evidente interés en relación a la hipótesis fuerte. Tales son aquellos en los que sus autores encontraron ajustes de precios anteriores a la publicación de la información y congruentes con la misma, y otros en los que se puso de manifiesto la existencia de individuos que disponen de información relevante que el mercado no descuenta hasta tanto le "avierten" las acciones de

---

( 43 ) Aún entre los recogidos como referidos a la hipótesis débil habrían podido observarse algunos con claras implicaciones para los otros niveles.

compra-venta de tales personas. Pero a estas y a otras cues  
tiones, se hará referencia en las páginas que siguen.

Por último, en el epígrafe sexto se hace referencia  
a los tests relativos a las distintas hipótesis, que se han  
realizado con respecto al mercado de valores español.

## 2- LOS MODELOS DE EQUILIBRIO DE DOS PARAMETROS Y LA CONTRASTACION DE LA EFICIENCIA DEL MERCADO.

Como ya se expuso en el capítulo 2, en buena parte de los contrastes empíricos, el concepto de eficiencia del mercado se hace operativo mediante un modelo de equilibrio; más precisamente, se suele suponer que las condiciones de equilibrio del mercado pueden establecerse en términos de rendimientos esperados. Pues bien, entre tales modelos, han tenido una gran transcendencia, tanto en lo que a este ámbito específico se refiere, como, en general, en toda la moderna teoría financiera, los denominados modelos de equilibrio de dos parámetros.

Un supuesto bastante generalizado al establecer estos modelos es el de que las rentabilidades de los títulos y carteras tienen distribuciones normales y que, por tanto, tales distribuciones pueden ser caracterizadas perfectamente con el solo conocimiento de su esperanza mate-

mática y de su varianza o desviación típica ( ). Consecuentemente, el conocimiento de estos dos parámetros, referidos a un conjunto de activos, es suficiente para realizar comparaciones entre los mismos. A un mundo en el que las decisiones se pueden basar en el único conocimiento de esperanzas matemáticas y varianzas (o desviaciones típicas), se le suele calificar como "mundo de dos parámetros".

Se considera, además, que todos los inversores son racionales, en el sentido de preferir mayor rentabilidad que menor rentabilidad y menos riesgo que más riesgo, lo que, dados los supuestos anteriores, significa que la utilidad de los inversores aumenta al incrementarse la esperanza de rentabilidad y/o reducirse la varianza de la misma, y que se reduce al decrecer tal esperanza y/o aumentar dicha va-

---

(41) Las más importantes posiciones en torno a la forma de la distribución de las variaciones relativas de precios (por las que se suelen aproximar las rentabilidades) fueron presentadas en el primer capítulo.

rianza.

Los supuestos anteriores constituyen la base mínima de los denominados "modelos de equilibrio de dos parámetros", que pueden considerarse como intentos de generalización, a un mundo de incertidumbre, del trabajo de Fisher en la teoría del interés. Otros intentos de generalización del trabajo de Fisher, son los realizados mediante los denominados "modelos de estado de preferencia", debidos, originalmente, a Arrow (40) y DeBreu (41). Estos "son quizás más generales que el enfoque media-varianza, y ofrecen un elegante medio para investigar aspectos teóricos, pero es difícil darles contenido empírico" (42) y, aunque "pos

---

(40) J.K. Arrow: "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing", Review of Economic Studies, v. 31, n° 2, abril 1964, pp. 91-96.

(41) G. DeBreu: "Theory of Value", J. Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1959, capítulo 7.

(42) H.C. Jensen: "Capital Markets: Theory and Evidence", en J.L. Bicksler; ed.: "Capital Market Equilibrium..." ob. cit., (pp. 111-164), p. 111.

tulan una vía en la que los mercados financieros pueden definir una asignación intertemporal eficiente con incertidumbre, no son muy útiles como teoría que pueda aplicarse al mundo real" (43).

En lo referente a la contrastación empírica de la eficiencia del mercado (sustancialmente, en sus hipótesis intermedia y fuerte), los modelos empleados han sido, fundamentalmente:

- El desarrollado, en esencia, por Sharpe (44), y Lintner (45), sin que quepa olvidar las im\_

- 
- (43) G.W. Douglas: "Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency", Yale Economic Essays, v. 9, nº 1, primavera 1969, (pp. 3-45), p. 9.
- (44) W. F. Sharpe: "Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", Journal of Finance, v. 19, nº 3, septiembre 1964, pp. 425-442.
- (45) J. Lintner: "Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification", Journal of Finance, v. 20, nº 4, diciembre 1965, pp. 587-615. También, de este autor: "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", Review of Economics and Statistics, v. 47, febrero 1965, pp. 13-37.



portantes aportaciones de Fama (44) -quien demostró la equivalencia, en lo sustancial, entre los enfoques de los dos autores anteriores- ni las de Treynor (45) y Mossin (46). En adelante, se le denominará "modelo de Sharpe-Lintner" o, simplemente, "MS-L".

- El que, tras algunos contrastes empíricos del modelo anterior, desarrolló Black en 1972 (47) ("MB", en lo que sigue).

- 
- (44) E.F. Fama: "Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments", *Journal of Finance*, v. 23, nº 1, marzo 1968, pp. 29-40.
- (45) J.L. Treynor: "How to Rate Management of Investment Funds", *Harvard Business Review*, v. 43, nº 1, enero-febrero 1965, pp. 63-75.
- (46) J.L. Mossin: "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, v. 34, nº 4, octubre 1966, pp. 768-783.
- (47) F. Black: "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, v. 45, nº 3, julio 1972, pp. 444-455.

El origen de los modelos de equilibrio se suele situar en los trabajos realizados por Markowitz (40) en el campo de la que se denominaría "moderna teoría de gestión de carteras", "teoría de la selección de carteras" o, simplemente, "teoría de carteras". En ellos, vino a destacar el papel del riesgo en la toma de decisiones y las ventajas de la diversificación.

Un paso fundamental fué el dado con el desarrollo del denominado "modelo diagonal" de Sharpe (41) o "línea característica" de Treynor (42), que relaciona la rentabilidad de un título con la de la cartera de mercado. El "mode

---

(40) H. Markowitz: "Portfolio Selection", Journal of Finance, v. 7, nº 2, marzo 1952, pp. 77-91. También de este autor: "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1959.

(41) W.F. Sharpe: "A Simplified Model for Portfolio Analysis", Management Science, v. 9, nº 2, enero 1963, pp. 277-293.

(42) J.L. Treynor: "How to Rate...", ob. cit.

lo de mercado", como le denominó Fama (63), correspondiente al título "i", se ajusta a la expresión:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot R_{Mt} + \epsilon_{it} \quad (2.1)$$

donde " $R_{it}$ " es la tasa de rentabilidad del título "i" en el periodo "t":

$$R_{it} = \frac{p_{it} + p_{i,t-1} + D_{it}}{p_{i,t-1}} \quad (2.2)$$

siendo " $p_{it}$ " el valor final del título, " $p_{i,t-1}$ " su valor inicial, y " $D_{it}$ " las rentas líquidas generadas por el mismo en el mencionado periodo (intereses, dividendos, derechos de suscripción, que se supondrán vendidos, etc.) (64). Frecuentemente, la rentabilidad de la cartera de mercado,

---

(63) E.F. Fama: "Risk, Return and Equilibrium: Some ....", ob. cit.

(64) Se considera que " $D_{it}$ " se genera en el momento "t" o que se mantiene en forma líquida hasta dicho momento.

" $R_{Mt}$ ", se calcula a través de un índice general de bolsa con reinversión de rentas líquidas, de la siguiente forma:

$$R_{Mt} = \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}}$$

donde " $I_t$ " e " $I_{t-1}$ " son los valores tomados por el índice al final y al comienzo, respectivamente, del periodo de tiempo " $t$ " al que la rentabilidad se refiere ( $r$ ).

Los parámetros " $\alpha_1$ " y " $\beta_1$ ", supuestos constantes en el tiempo, se estiman mediante regresión siguiendo, por ejemplo, el procedimiento de mínimos cuadrados.

( $r$ ) Una cartera viene definida por los tantos por uno que, del presupuesto de inversión, se dedican a cada uno de los " $N$ " títulos que cotizan en el mercado. En el caso de la cartera de mercado, algunos autores toman, para definirla, la misma ponderación para todos los títulos; otros ponderan de acuerdo con la capitalización bursátil de cada uno. Los primeros tomarán, para el cálculo de su rentabilidad, un índice no ponderado; los otros elegirán un índice en el que el precio de cada título se pondere según su capitalización.



En cuanto a la variable aleatoria residual " $\epsilon_{it}$ ",  
se supone que:

- a) Es independiente de la correspondiente a cualquier otro título, así como de la rentabilidad del mercado, es decir:

$$\text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0 \quad \text{para todo } i, j=1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

$$\text{cov}(\epsilon_i, R_{it}) = 0 \quad \text{para todo } i=1, 2, \dots, N \quad (2.5)$$

donde "cov" denota covarianza.

- b) Sigue una distribución normal centrada en cero, con varianza finita y diferente para cada título, esto es:

$$E(\epsilon_i) = 0 \quad \text{para todo } i=1, 2, \dots, N \quad (2.6)$$

$$\sigma_{\epsilon_i}^2 \neq \sigma_{\epsilon_j}^2 \quad \text{para todo } i, j=1, 2, \dots, N \quad i \neq j \quad (2.7)$$

$$\xi_i \rightarrow \text{Normal } (0, \sigma_{\xi_i}^2) \text{ para todo } i=1,2,\dots,I \quad (2.8)$$

donde "E" es el operador de "esperanza matemática" y " $\sigma_{\xi_i}^2$ " es la varianza de la variable " $\xi_{it}$ ", siendo " $\sigma_{\xi_i}$ " su desviación típica. El número de títulos que cotizan en el mercado es "I" (44).

En la figura número 1, se ha representado gráficamente la línea característica del título "i". El coeficiente " $\alpha_i$ ", que puede ser positivo, nulo o negativo, recoge la rentabilidad que cabe esperar del título "i" cuando la cartera de mercado no ofrezca rentabilidad alguna. El parámetro " $\beta_i$ ", denominado "coeficiente de volatilidad", refleja la relación existente entre las variaciones de la rentabilidad de "i" y

---

(44) Ciertas críticas a alguno de estos supuestos, pueden encontrarse en el trabajo de E.F. Fama: "Risk, Return, and Equilibrium: Some....", ob. cit., pp. 37 y 33.

Como supuesto general, se toma el de que la distribución conjunta de las rentabilidades de todos los títulos, es una normal multivariante.

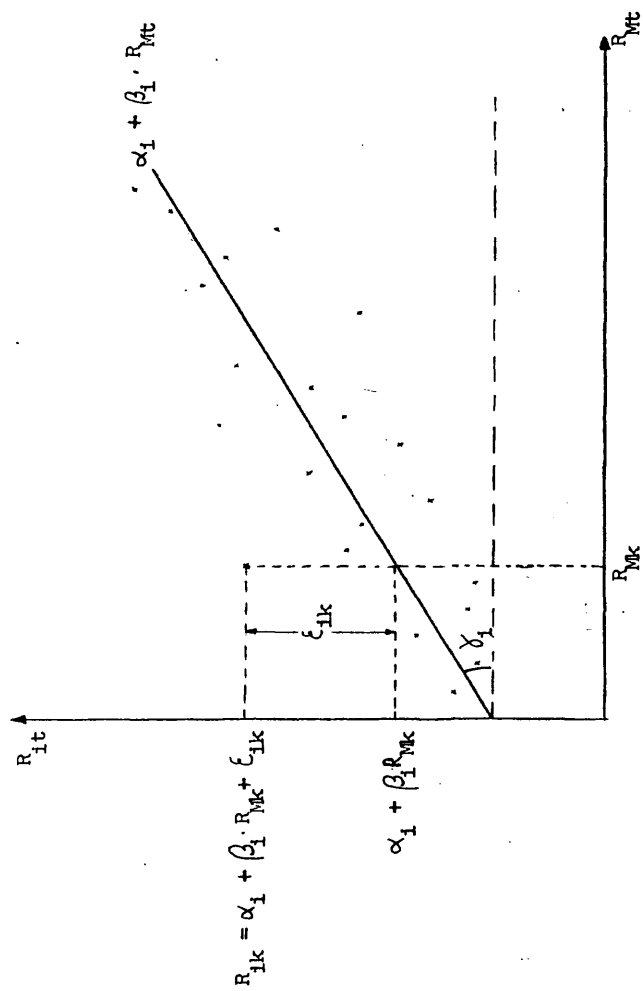


FIGURA 1: LINEA CARACTERISTICA DEL TITULO "I".

las de la rentabilidad de "i". La expresión (2.1) equivale a señalar que la esperanza de rentabilidad del título "i" en el periodo "k", supuesto que se conoce la rentabilidad correspondiente a la cartera de mercado en dicho intervalo, vale (49):

$$E(R_{ik}/R_{ik}) = \alpha_i + \beta_i R_{ik} \quad (2.9)$$

es decir que:

$$\beta_i = \frac{E(R_{ik}/R_{ik}) - \alpha_i}{R_{ik}} \quad (2.10)$$

y, por tanto, observando la figura 1:

$$\beta_i = \operatorname{tg} \gamma_i \quad (2.11)$$

---

(49) Dados los supuestos anteriores,

$$E(\xi_{ik}/R_{ik}) = E(\xi_i) = 0$$



El coeficiente de volatilidad es igual al cociente:

$$\beta_1 = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (2.12)$$

donde:

" $\sigma_{iM}$ " es la covarianza entre la rentabilidad del título "i" y la de la cartera de mercado.

" $\sigma_M^2$ " es la varianza de la rentabilidad de dicha cartera.

La variable aleatoria residual " $\xi_{it}$ ", recoge las perturbaciones consideradas aleatorias, es decir, todos aquellos factores que influyen en la rentabilidad del título "i" y que no se han incluido expresamente en el modelo. Su valor, en un periodo cualquiera "k", será:

$$\xi_{ik} = R_{ik} - E(R_{ik}) = R_{ik} - \alpha - \beta_1 \cdot R_{1k} \quad (2.13)$$

También la rentabilidad de una cartera cualquiera "p" puede relacionarse con la rentabilidad general del mercado mediante un modelo de mercado semejante al (2.1). Tal sería el siguiente:

$$R_{pt} = \alpha_p + \beta_p \cdot R_{mt} + \epsilon_{pt} \quad (2.14)$$

donde, siendo " $x_{ip}$ ", " $x_{2p}$ ", " $x_{3p}$ ", ..., " $x_{Np}$ " los tantos por uno que, del propio presupuesto de inversión, se han invertido en cada uno de los "N" títulos del mercado (49),

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^N x_{ip} R_{it} \quad (2.15)$$

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^N x_{ip} \alpha_i \quad (2.16)$$

---

(49)  $\sum_{i=1}^N x_{ip} = 1$  y  $x_{ip} \geq 0$  para todo  $i=1,2,\dots,N$

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N x_{ip} \cdot \beta_i \quad (2.17)$$

$$\xi_{pt} = \sum_{i=1}^N x_{ip} \cdot \xi_{it} \quad (2.18)$$

En cuanto a la cartera de mercado, cabe observar que,

$$\beta_M = \frac{\sigma_{MM}}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2} = 1 \quad (2.19)$$

$$\alpha_M = E(R_{Mt}) - \beta_M \cdot E(R_{Mt}) = 0 \quad (2.20)$$

$$\xi_{Mt} = R_{Mt} - \alpha_M - \beta_M \cdot R_{Mt} = 0 \text{ para todo "t"} \quad (2.21)$$

Se considera que un activo mobiliario entraña un ma  
yor o menor riesgo segun sea más o menos posible que, la ren-  
tabilidad que realmente genere, sea inferior a la esperada del  
mismo. De ahí, que el riesgo de una inversión mobiliaria se

pueda medir por la variabilidad de sus rentabilidades bajo el valor esperado de las mismas y que Markowitz (699) propusiera, como medida del riesgo, la semivarianza de las rentabilidades.

Sin embargo, como reconoció el propio Markowitz (700), este tipo de medidas son difíciles de manejar en los estudios "ex ante" y, además, "son innecesarias en tanto la distribución de las futuras rentabilidades sea razonablemente simétrica en torno al valor esperado" (701). Si, como parecen concluir la mayor parte de los estudios realizados, en especial en los mercados de Norteamérica (702), la distribución de las rentabilidades es aproximadamente simétri-

---

(699) H.M. Markowitz: "Portfolio Selection...", ob. cit., pp. 188-201.

(700) Ibid.

(701) F. Modigliani y G.A. Pogue: "An Introduction to Risk and Return. Part I", Financial Analysts Journal, v. 30, nº 2, marzo-abril 1974, (pp. 68-80), p. 71.

(702) Véase el capítulo primero.

ca -casi normal-, la dispersión de las mismas puede considerarse igual a ambos lados del valor esperado y, por tanto, la variabilidad total será el doble de la existente bajo la rentabilidad esperada. En consecuencia, "si se utiliza la variabilidad total como sustituto del riesgo, la jerarquización de un conjunto de carteras por su riesgo, será la misma que si se emplea la variabilidad bajo el rendimiento esperado" (70).

Definido, así, el riesgo de un activo mobiliario como la variabilidad de sus rentabilidades periódicas, y continuando con el supuesto de que las tasas de retorno siguen distribuciones normales, dicho riesgo podrá medirse, como es usual dentro de las teorías de selección de carteras y de equilibrio en el mercado de capitales, mediante la varianza de la rentabilidad del activo de que se trate.

---

(70) F. Modigliani y G.A. Pogue: "An Introduction to...", ob. cit., p. 71.

Tratándose de un título "i", y recordando la expresión del modelo de mercado, su riesgo total, medido por la varianza de su rentabilidad (" $\sigma_i^2$ "), podrá descomponerse como sigue:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2 \quad (2.22)$$

Si se trata, en general, de un activo "p", sea título o cartera, la expresión correspondiente será:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon_p}^2 \quad (2.23)$$

Al primer sumando (" $\beta_p^2 \cdot \sigma_M^2$ ") se le denomina riesgo "sistemático" o "de mercado", pues depende de la variabilidad de la rentabilidad de la cartera de mercado. Al segundo (" $\sigma_{\epsilon_p}^2$ ") se le denomina "riesgo específico" y no depende sino de las características intrínsecas del activo de que se trata; esto es, de las de los títulos que lo integran y de las

proporciones en que lo hacen. Al riesgo específico también se le llama "diversificable", pues puede ser reducido mediante el adecuado reparto del presupuesto de inversión ( $\sigma_M^2$ ), de manera que, en la cartera de mercado, formada por todos los títulos, todo el riesgo es sistemático ( $\sigma^2$ ).

Dado que " $\sigma_M^2$ " es independiente de " $p$ ", a efectos de comparación entre distintos activos, si, como es el caso prácticamente general, sus coeficientes de volatilidad son positivos, tales coeficientes podrán emplearse como medida del riesgo sistemático. Si los activos están, además, perfectamente diversificados (su riesgo específico vale cero), a tales efectos, dichos coeficientes podrán utilizarse para medir el riesgo total.

El modelo de mercado y, más concretamente, el aná-

---

(304) Puede verse, de W.F. Sharpe: "Portfolio Theory and Capital Markets", McGraw-Hill Book Company, Nueva York, pp. 128-131.

(305) Recuérdese que, en virtud de la expresión (2.21), " $\epsilon_M$ " es una constante, por lo que su varianza vale cero.

lisis de sus residuos, ha sido empleado por diversos autores para la contrastación de la hipótesis intermedia de la eficiencia del mercado de valores. Pero también importante ha sido, en este ámbito, el modelo de equilibrio de Sharpe-Lintner (MS-L). En su exposición, junto a los supuestos generales referentes a un mundo de dos parámetros y a la racionalidad de los inversores, que fueron presentados anteriormente, irán, en lo que sigue, apareciendo, implícita o explícitamente, otros. Así, se considera, en cuanto al mercado, que todos los activos son perfectamente divisibles y perfectamente líquidos, no existiendo costes de transacciones ni impuestos, y que están dadas las cantidades de todos los activos, sin que ningún inversor pueda influir, con sus transacciones, en los niveles de los precios. En cuanto a los inversores, se supone que tratan de maximizar la utilidad esperada, en un único periodo, de su renta final, mediante la selección de los activos en base a la esperanza matemática de sus rentabilidades y a las varianzas de las mismas (rentabilidad y riesgo), así como que pueden prestar y tomar prestada cualquier cantidad a una tasa de interés libre de riesgo, " $R_f$ ", -idéntica para ambos tipos de operaciones- y que todos ellos coinciden en



sus estimaciones de las medias, varianzas y covarianzas entre las rentabilidades de todos los títulos, y en la determinación del horizonte temporal de inversión.

Combinando dos activos, "q" y "r", es posible formar un nuevo activo "p" cuya rentabilidad será igual a la media ponderada (76):

$$R_p = x_{rp} R_r + x_{qp} R_q \quad (2.24)$$

donde " $x_{rp}$ " y " $x_{qp}$ " son no negativos y totalizan la unidad, por lo que su rentabilidad esperada valdrá, denominando " $x$ " a " $x_{rp}$ ", para simplificar:

$$E_p = x E_r + (1-x) E_q \quad (2.25)$$

siendo la desviación típica de su rentabilidad, medida de riesgo alternativa de la varianza:

$$\sigma_p = \left[ x^2 \sigma_r^2 + (1-x)^2 \sigma_q^2 + 2 x (1-x) \cdot \sigma_{rq} \right]^{1/2} \quad (2.26)$$

(76) Dado que se va a hacer referencia a un único periodo de tiempo, se prescindirá del subíndice relativo al mismo.

Obsérvese que, a diferencia de " $E_p$ ", que depende tan solo de los valores correspondientes a los dos activos que se combinan (al margen, obviamente del valor de " $x$ "), el parámetro " $\sigma_p$ " depende, además, de la relación existente entre sus rentabilidades (a través de la covarianza " $\sigma_{rq}$ "). La expresión (2.26) puede, también, escribirse como:

$$\sigma_p = \left[ x^2 \cdot \sigma_r^2 + (1-x)^2 \cdot \sigma_q^2 + 2x(1-x) \cdot \rho_{rq} \cdot \sigma_r \cdot \sigma_q \right]^{1/2} \quad (2.27)$$

Tomando un valor de " $x$ " y obtenidos los de " $\sigma_r$ " y " $\sigma_q$ ", para cada valor del coeficiente de correlación entre " $R_r$ " y " $R_q$ " (" $\rho_{rq}$ "), se tendrá un valor diferente de " $\sigma_p$ ". El coeficiente de correlación varía, como se sabe, entre -1 (correlación perfecta pero negativa) y 1 (correlación perfecta y positiva). El riesgo del activo " $p$ " medido por " $\sigma_p$ ", se reducirá, desde un valor máximo que se dará cuando

$$\rho_{rq} = 1,$$

hasta un valor mínimo que corresponderá a

$$\rho_{rq} = -1,$$

a medida que el coeficiente de correlación se vaya reduciendo. Pues bien, se puede comprobar fácilmente que, siendo

$$0 \leq x \leq 1$$

las distintas combinaciones de " $E_p$ " y " $\sigma_p$ " que, para cada valor de " $\rho_{rq}$ ", se obtienen haciendo variar " $x$ ", se encontrarán en las líneas que, correspondiendo una a cada valor del coeficiente de correlación, se presentan en la figura 2. Lo destacable es que ninguna combinación de rentabilidad esperada y riesgo podrá encontrarse a la derecha de la recta que une los puntos representativos de las combinaciones referentes a los activos " $r$ " y " $q$ ". Dicha recta corresponde al caso en que la correlación es perfecta y positiva por lo

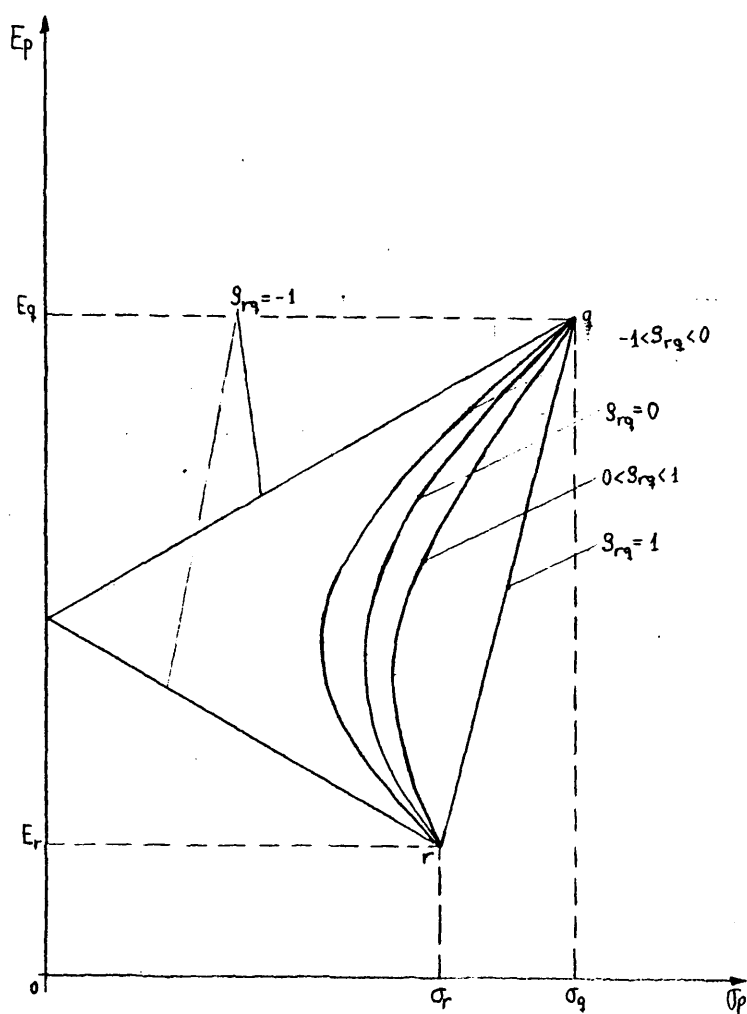


FIGURA 2: COMBINACIONES POSIBLES DE DOS ACTIVOS SEGUN ESTEN CORRELACIONADAS SUS RENTABILIDADES.

que

$$\sigma_p = \left[ x^2 \cdot \sigma_r^2 + (1-x)^2 \cdot \sigma_q^2 + 2x(1-x) \cdot \sigma_r \cdot \sigma_q \right]^{1/2} = x \cdot \sigma_r + (1-x) \cdot \sigma_q \quad (2.28)$$

esto es, al caso en que, no ya solo "E" sino también " $\sigma_p$ " resulta de una combinación lineal de los valores de los parámetros correspondientes a los activos mezclados.

Para cualquier otro valor de " $\sigma_{rq}$ ", si bien la expresión (2.25) continuará siendo válida y, consecuentemente, la esperanza matemática de rentabilidad de la combinación, se encontrará entre " $E_r$ " y " $E_q$ " ( 34 ), la desviación típica de la misma será inferior por serlo el valor de " $\sigma_{rq}$ ".

Los resultados sintetizados en la figura 2 tienen

---

( 34 ) Recuérdese que  $0 \leq x \leq 1$

importantes consecuencias en relación al establecimiento de la forma del contorno de las infinitas posibles combinaciones de riesgo y esperanza de rentabilidad que ofrece el mercado. El perfil del denominado "conjunto de carteras posibles" ha de ser semejante al presentado en la figura 3 (14), en el sentido de que no pueden existir "entradas" como la "vls", pues combinando las carteras "v" y "s", por ejemplo, aparecerían una serie de puntos distribuidos en la recta "vs" (si  $\rho_{vs} = 1$ ) o a su izquierda (en otro caso).

Existe un concepto importante ahora. Se dice que un activo pertenece al "conjunto de carteras de mínimo riesgo" si no es posible encontrar otro que, ofreciendo su misma rentabilidad esperada, genere un riesgo inferior. Basta atender a la figura 3 para observar que solo pertenecen a este conjunto las carteras cuyas combinaciones de riesgo y ren-

---

( 14 ) En dicha figura se ha adicionado el supuesto de que no existen títulos ni carteras cuyas rentabilidades estén perfectamente correlacionadas. De otro modo, podrían aparecer rectas (correlación perfecta y positiva) y/o algún activo de riesgo nulo (correlación perfecta y negativa).

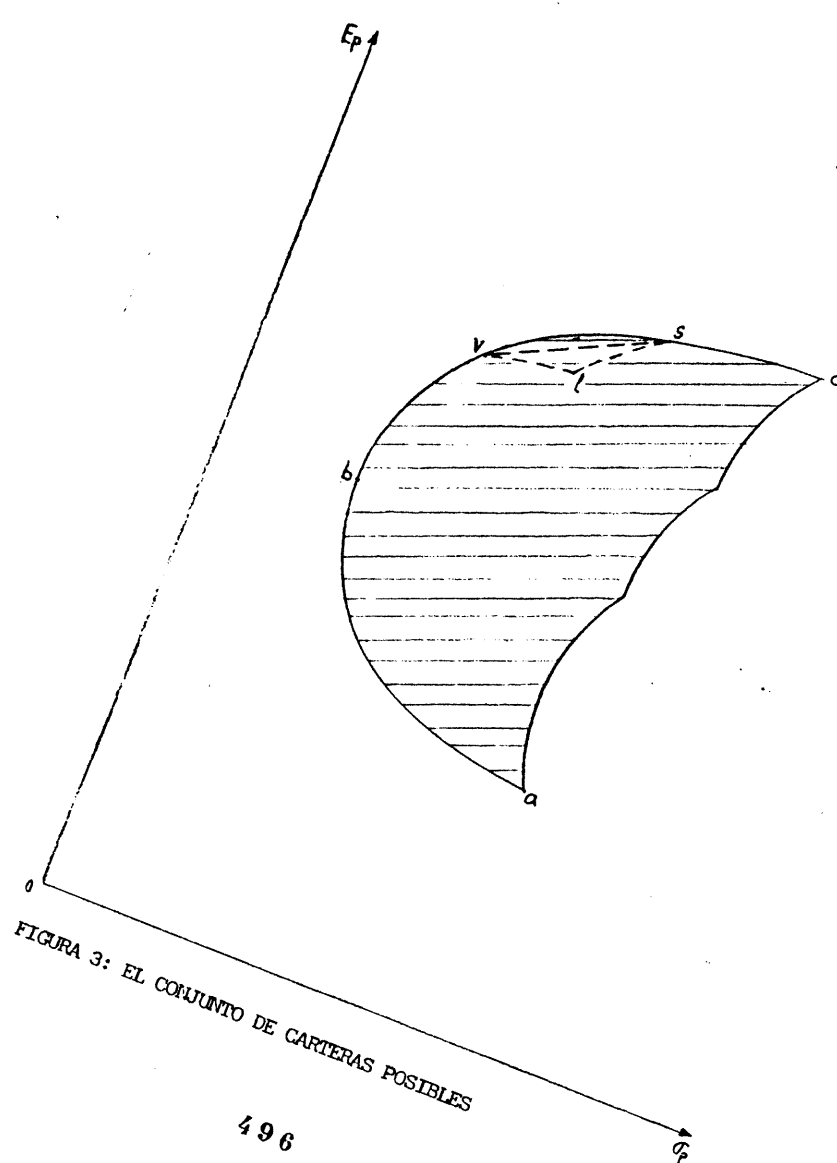


FIGURA 3: EL CONJUNTO DE CARTERAS POSIBLES

tabilidad esperada estén situadas en la frontera izquierda del conjunto de carteras posibles, esto es, en el arco "abc", al que se denomina "frontera de mínimo riesgo".

Obsérvese que, en general, cada punto de la frontera de mínimo riesgo corresponde a una única cartera. Si, por ejemplo, hubiera dos carteras "g" y "h", cuyas combinaciones de rentabilidad esperada y riesgo se encontraran en un mismo lugar de dicha frontera, habría de cumplirse, evidentemente,

$$E_g = E_h$$

$$\text{y } \sigma_g = \sigma_h$$

pero además:

$$\rho_{gh} = 1$$

pues si tal coeficiente de correlación fuera inferior a la



unidad, "g" y "h" no podrían encontrarse sobre la frontera de mínimo riesgo, ya que los activos formados combinando ambas carteras en proporciones superiores a cero (tómese, por ejemplo, la combinación genérica "p") tendrían su misma esperanza de rentabilidad:

$$E_p = x_{gp} \cdot E_g + x_{hp} \cdot E_h = E_g (x_{gp} + x_{hp}) = E_g = E_h$$

pero, como se sabe, con una desviación típica inferior. Para que un punto de la frontera de mínimo riesgo pueda ser alcanzado con dos carteras diferentes, es preciso, por tanto, no sólo que tales carteras tengan la misma esperanza de rentabilidad y con la misma desviación típica, sino que, además, sus rentabilidades estén perfectamente correlacionadas, en cuyo caso:

$$\sigma_p = x_{gp} \sigma_g + (1-x_{gp}) \sigma_h = \sigma_g = \sigma_h$$

Otro concepto importante es el que sigue. Se dice que un activo es eficiente ( 79 ) si, perteneciendo al conjunto de los de mínima desviación, no existe otro, que teniendo su mismo nivel de riesgo total, ofrezca una esperanza de rentabilidad superior. En la figura 3, puede observarse que el conjunto de carteras eficientes estará formado por todas aquellas cuyas combinaciones de riesgo y rentabilidad esperada, se encuentren en el arco "bc", al que se denomina "frontera eficiente" y pertenece a la frontera de mínimo riesgo.

Como se vió anteriormente, la frontera eficiente es cóncava respecto al eje de abscisas, y creciente en el sentido de que, producido un desplazamiento cualquiera a la derecha (izquierda) en la misma, de manera que el riesgo aumente (se reduzca), se incrementará (reducirá), también, la ren

---

( 79 ) No se debe confundir el concepto de "eficiencia de las carteras" o activos, con el de "eficiencia de los mercados".

tabilidad esperada. Entre las carteras eficientes no se producen, por tanto, situaciones de "dominio", de unas respecto a otras, como las que se pueden encontrar entre el conjunto de carteras posibles.

Cualquier inversor racional eligirá una determinada cartera eficiente. No tomará una que no lo sea pues, cualquiera que fuera esta, resultaría dominada por otra que lo fuera. Cual sea la cartera óptima para cada inversor es algo que dependerá de sus preferencias individuales, pero, en cualquier caso, tal cartera se encontrará siempre sobre la frontera eficiente.

Lo que ahora importa, sin embargo, es introducir el denominado "activo sin riesgo" ("f") que se suele identificar con diversas formas de deuda pública de rentabilidad (" $R_f$ ") supuesta constante ( <sup>10</sup> ) y, por tanto, no correlacionada con

---

( <sup>10</sup> ) El que su rentabilidad sea conocida con certeza y no varíe, esto es, el que su desviación típica sea nula, es lo que permite afirmar que el activo "f" no tiene riesgo.

la de ningún otro activo. La combinación de rentabilidad esperada y riesgo de este activo se encontrará sobre el eje de ordenadas a una altura, respecto al origen, igual a " $R_f$ ", como se ha representado en la figura 4. Combinando " $f$ " con cualquiera de las carteras posibles —por ejemplo, la cartera " $q$ " de la figura— es posible obtener otra serie de activos " $p$ " cuya rentabilidad y riesgo dependerán de la proporción " $x$ " invertida en " $f$ " conforme a las expresiones:

$$R_p = x R_f + (1-x) \cdot R_q \quad (2.29)$$

$$E_p = x R_f + (1-x) E_q \quad (2.30)$$

$$\sigma_p = (1-x) \cdot \sigma_q \quad (2.31)$$

siendo

$$0 \leq x \leq 1$$

Las combinaciones de riesgo y rentabilidad esperada de estas

carteras, formadas reuniendo "f" y "q" en distintas proporciones no negativas, recaeran sobre el segmento "fq" de la figura 4, pues responderán a la expresión ( III ):

$$E_p = \sigma_p \cdot \frac{E_q - R_f}{\sigma_q} + R_f \quad (2.32)$$

Para cada valor de " $\sigma_p$ ", es decir, para cada nivel de riesgo que se tome, la rentabilidad esperada " $E_p$ " dependerá del cociente " $(E_q - R_f)/\sigma_q$ ", tangente del ángulo " $\theta_q$ " que forma, con el eje de abscisas, la recta que recoge todas las combinaciones " $(E_p, \sigma_p)$ ". Ese cociente es, por tanto, el precio que el mercado paga por unidad de riesgo añadida. Los mayores valores de " $E_p$ " para cada valor de " $\sigma_p$ " serán, por tanto, los relativos a las combinaciones realizadas entre

---

( III ) Basta, para obtener esta expresión, con observar que, según (2.30) y (2.31):

$$x = (E_p - E_q)/(R_f - E_q)$$

$$x = (\sigma_q - \sigma_p)/\sigma_q$$

Igualando ambos valores de "x" y operando, se llega a (2.32).

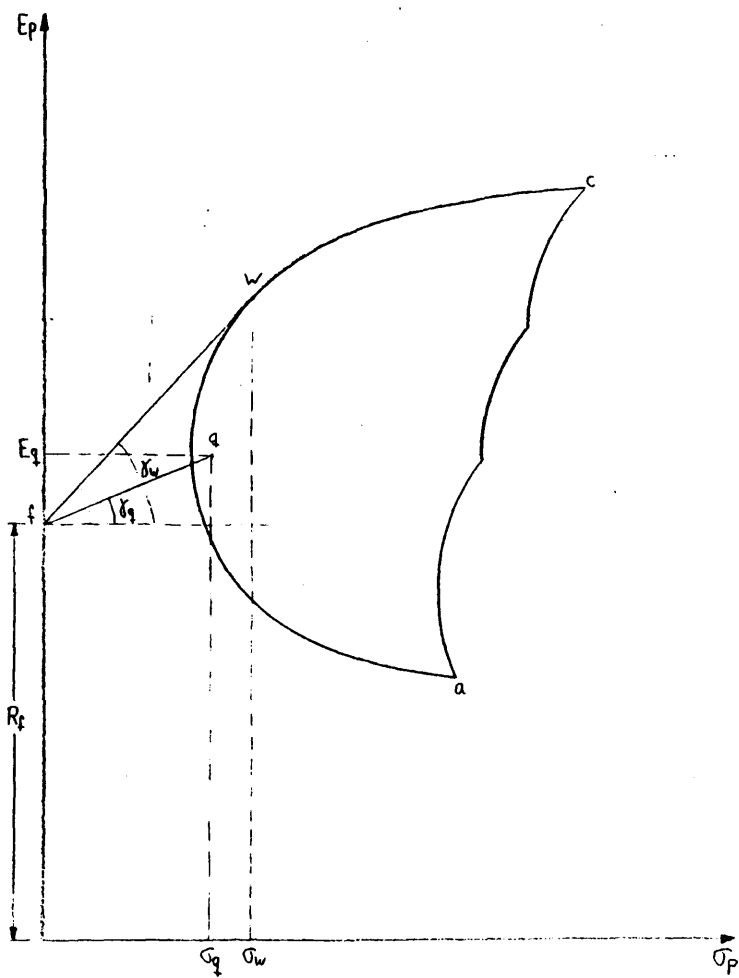


FIGURA 4: INTRODUCCION DE UN ACTIVO SIN RIESGO

" $R_f$ " y aquel activo " $w$ " al que corresponde el mayor " $\sigma_w$ " de entre todas las posibilidades que ofrece el mercado. El activo " $w$ " será, en consecuencia (véase la figura 4), aquel cuya combinación de rentabilidad esperada y riesgo se encuentre en el punto en el que una recta trazada desde  $(R_f, 0)$  es tangente a la frontera eficiente.

Como puede comprobarse en la figura 4, los activos formados combinando " $f$ " y " $w$ ", en distintas proporciones, dominan a todas las carteras cuyo riesgo sea inferior al de " $w$ " (" $\sigma_w$ "), por lo que la nueva frontera eficiente que surge al introducir el activo sin riesgo, es la " $fw$ ", donde el segmento " $fw$ " responderá a la expresión:

$$E_e = \sigma_e \frac{E_w - R_f}{\sigma_w} + R_f \quad (2.33)$$

siendo:

$$E_e = x R_f + (1-x) E_w \quad (2.34)$$

$$\sigma_e = (1-x) \sigma_w \quad (2.35)$$

$$y \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2.36)$$

Considérese, ahora, una nueva posibilidad consistente, no ya en prestar (que no otra cosa significa invertir, en un tanto por uno, " $x$ ", positivo, en el activo sin riesgo), sino en tomar prestado, ampliando, con ello, el presupuesto de inversión. Más aun, supóngase que el tipo al que se presta es igual al tipo al que se toma prestado (" $R_f$ "). Entonces, la proporción que, del presupuesto propio, se podrá invertir en un activo con riesgo " $q$ ", será superior a la unidad (pues la cantidad invertida en " $q$ " incluye el presupuesto propio y la cantidad tomada a préstamo); esto es:

$$(1-x) > 1$$

siendo " $x$ " la proporción que, del presupuesto propio, repre-



senta la parte tomada a prestamo. Así, se deduce que, en caso de endeudamiento:

$$x < 0$$

La rentabilidad del activo "p" -formado prestando o tomando a prestamo- su esperanza matemática y su desviación típica, responderán a las ya conocidas expresiones (2.29) a (2.31), pero con la única restricción, ahora, de que:

$$x \leq 1$$

Sin embargo, en este caso, nada impide que

- cuando  $E_q > R_f$

ocurra que, siendo  $x < 0$ ,

$$E_p > E_q$$

$$\text{y } \sigma_p > \sigma_q$$

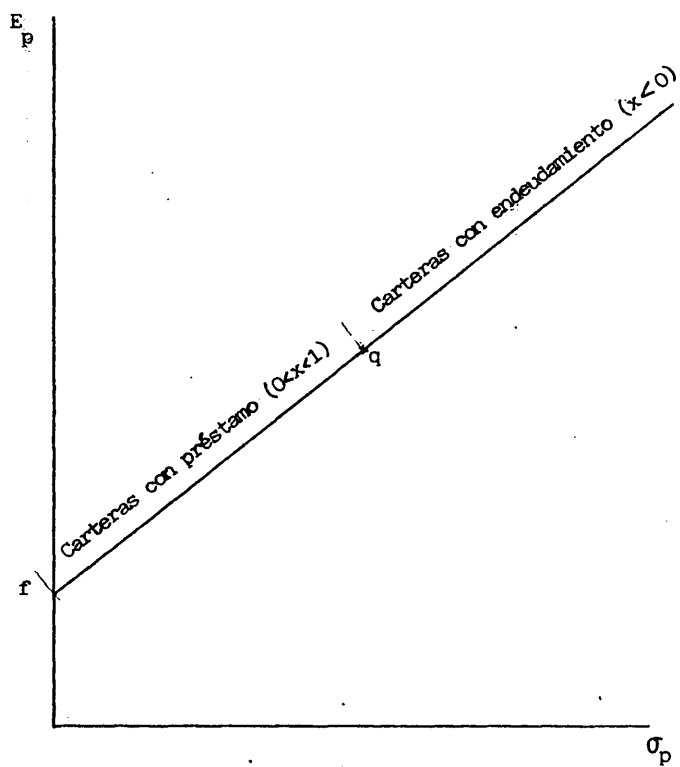


FIGURA 5: COMBINACIONES POSIBLES ENTRE EL ACTIVO SIN RIESGO ("r") Y UN ACTIVO CON RIESGO ("q") CUANDO SE ADMITEN PRESTAMO Y ENDEUDAMIENTO A LA MISMA TASA.

- o que, cuando  $E_q < R_f$

se produzca que, siendo  $x < 0$ ,

$$E_p < E_q$$

aún cuando también ocurrirá aquí que:

$$\sigma_p > \sigma_q$$

Dado que las ecuaciones (2.29) y (2.31) continúan siendo aplicables, también lo será la (2.32), derivada de aquellas. Pero ahora, en virtud de las conclusiones anteriores, no tiene que limitarse al segmento que va del punto  $(R_f, 0)$  al  $(E_q, \sigma_q)$ , sino que puede continuar más allá de este último conforme a la figura 5.

Aplicando semejantes razonamientos a los anteriormente expuestos, es posible observar que, cuando se admiten tanto el préstamo como el endeudamiento, y ambos a la misma tasa, la frontera de carteras eficientes corresponderá al segmento "fwd" de la figura 6, siendo "w" el punto en que

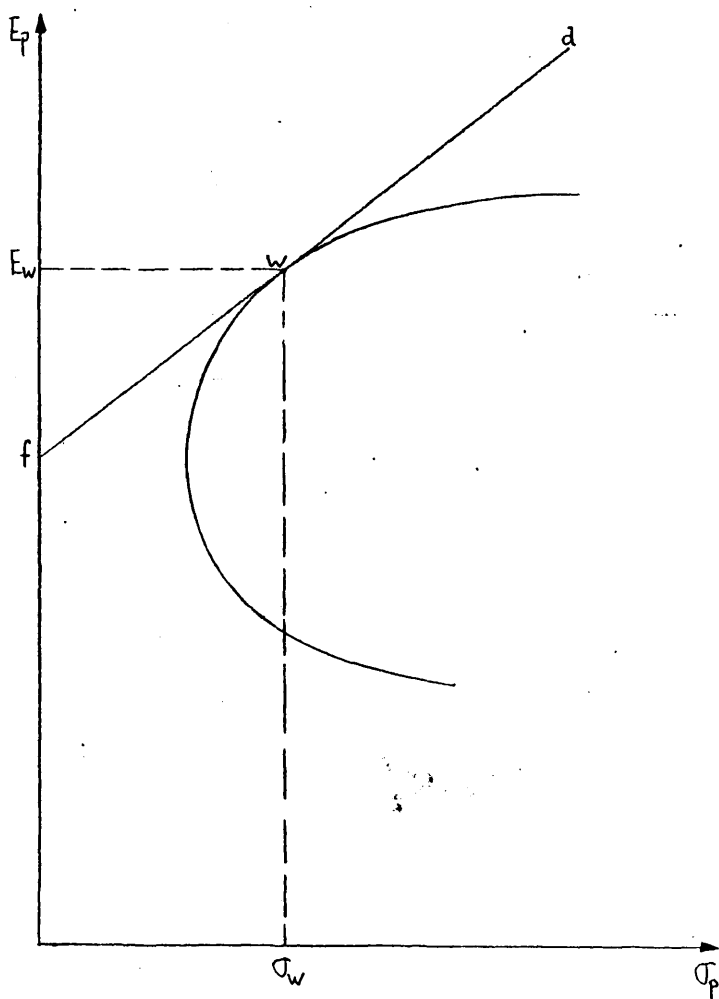


FIGURA 6: LA FRONTERA EFICIENTE CUANDO SE ADMITEN EL PRESTAMO Y EL ENDEUDAMIENTO A UNA MISMA TASA.

una recta trazada desde "f" es tangente a la antigua frontera eficiente, teniendo por ecuación la correspondiente a la expresión (2.33) con las especificaciones (2.34) y (2.35) pero eliminando la condición de no negatividad en (2.36).

En este nuevo contexto (préstamo y endeudamiento a una misma tasa), como en los anteriores, cada individuo racional elegirá, en función de sus preferencias (curvas de in diferencia) uno u otro activo de los infinitos que se encuentran en la frontera eficiente. Sin embargo, si, dados los precios de todos los títulos en el momento 1 (comienzo del horizonte de inversión), se cumplen los supuestos anteriormente mencionados (horizonte común, expectativas homogéneas en cuanto a la distribución de los precios en el momento 2 o final de dicho horizonte, etc...), dado, también, un determinado valor de " $R_f$ ", todos los inversores, supuesto que son racionales, elegirán el mismo activo "w" pues todos con templarán la misma frontera eficiente. Unos elegirán una com binación de riesgo y rentabilidad esperada situada a la iz-

quiera de " $w$ " (cartera con préstamo;  $x > 0$ ), otros una colocada sobre " $w$ " (cartera sin préstamo ni endeudamiento;  $x = 0$ ) y otros una situada a su derecha (cartera con endeudamiento;  $x < 0$ ); pero el activo " $w$ ", que combinarán con el activo sin riesgo, será el mismo para todos ellos.

Puesto que, según se ha venido considerando, una cartera viene definida, no por su valor, sino por el tanto por uno que cada uno de los títulos representa dentro de ella, en situación de equilibrio, esto es, bajo el supuesto de acuerdo y homogeneidad en el comportamiento de los inversores, dado que todos asignarán el mismo tanto a cada título con riesgo (todos elegirán la misma cartera " $w$ "), esa será la proporción que dicho título representará dentro de la propia cartera de mercado. Dicha cartera " $w$ " será, por tanto, una cartera eficiente.

Consecuentemente, si el mercado se encuentra en equilibrio, cabrá sustituir " $w$ " por " $F$ " en la ecuación (2.33) que,

como se sabe, relaciona la rentabilidad esperada y el riesgo de toda cartera eficiente, resultando:

$$E_e = \sigma_e \cdot \frac{E_H - R_f}{\sigma_H} + R_f \quad (2.37)$$

expresión, esta, que también podría haberse obtenido teniendo en cuenta que toda cartera eficiente esto es, toda cartera formada combinando "H" con "f", tendrá una rentabilidad igual a:

$$R_e = x \cdot R_f + (1-x) \cdot R_H \quad (2.38)$$

y, por tanto, una esperanza de rentabilidad como:

$$E_e = x \cdot R_f + (1-x) \cdot E_H \quad (2.39)$$

y un riesgo de:

$$\sigma_e = (1-x) \cdot \sigma_{M} \quad (2.40)$$

siendo  $x \leq 1$

A la recta correspondiente a la expresión (2.37), se le denomina "capital market line", "línea del mercado de capitales" o, simplemente, CML, y su representación será la realizada en la figura 7.

Dado que ni el activo sin riesgo, ni la cartera de mercado, tienen riesgo específico, tampoco lo tendrán las carteras eficientes, pues estas se forman, en equilibrio, combinando dichos activos. Formalmente, de (2.38) se deduce que:

$$\sigma_e^2 = (1-x)^2 \cdot \sigma_M^2 \quad (2.41)$$

---

( 2.42 ) Para obtener (2.37), hubiera bastado, como se sabe, con igualar los valores de "x" obtenidos a partir de (2.39) y (2.41).



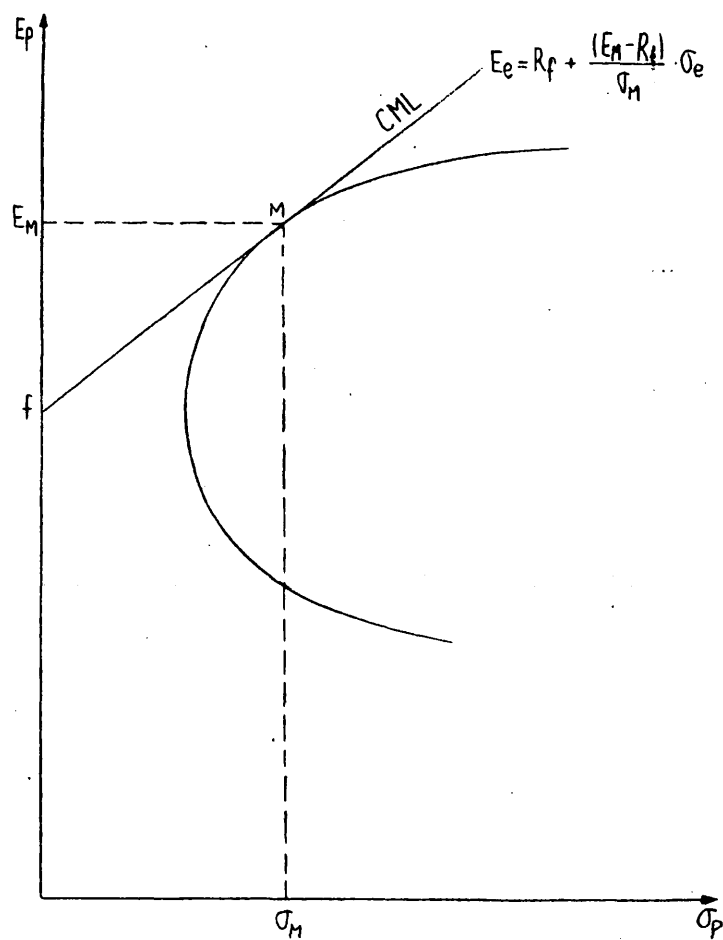


FIGURA 7: LA "CAPITAL MARKET LINE".

y, de otra parte, al aplicar la expresión (2.23) a una cartera eficiente resulta:

$$\sigma_e^2 = \beta_e^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon_e}^2 \quad (2.42)$$

De (2.41) y (2.42) se obtiene, en fin, que:

$$\beta_e = (1-x) \quad (2.43)$$

$$\sigma_{\epsilon_e}^2 = 0 \quad (2.44)$$

Esta conclusión es interesante pues permite observar que, para toda cartera eficiente "e":

$$\beta_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_M} \quad (2.45)$$

y, sustituyendo (2.45) en la ecuación de la C.L., resulta:

$$E_e = \beta_e \cdot (E_M - R_f) + R_f \quad (2.46)$$

Pero, estando el mercado en equilibrio, la expresión (2.46), a diferencia de la (2.37), es aplicable, no ya sólo a las carteras eficientes, sino también a cualquier otra, e, incluso, a los títulos individuales. Una rápida vía de demostración de esta circunstancia es la que, debida a Sharpe (713), puede sintetizarse como sigue. Sea "i" un título cualquiera de los "n" que cotizan en el mercado. La línea "II" de la figura 8, recoge todas las combinaciones de riesgo y rentabilidad esperada, que pueden obtenerse mezclando dicho título con la cartera de mercado ( $x_i + x_M = 1$ ). La esperanza matemática en cualquiera de tales combinaciones, responderá a la expresión:

$$E_Z = x_i \cdot E_i + (1-x_i) \cdot E_M \quad (2.47)$$

siendo su riesgo:

---

(713) W.F. Sharpe: "Portfolio Theory...", ob. cit., pp. 86-89.

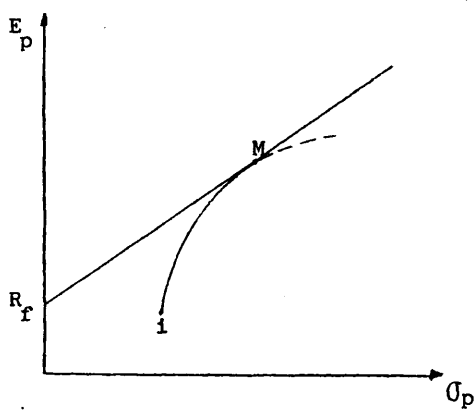


FIGURA 8: COMBINACIONES POSIBLES DE UN TITULO CON LA CARTERA DE MERCADO.

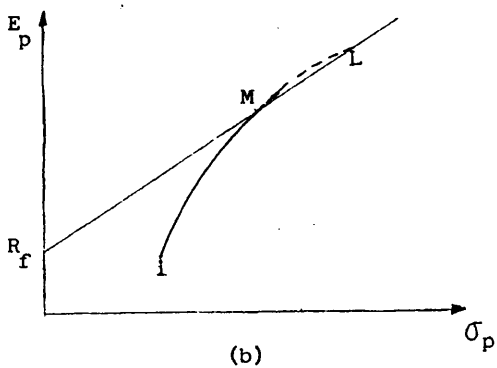
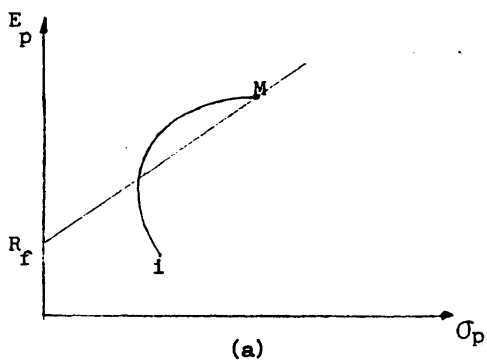


FIGURA 9: COMBINACIONES IMPOSIBLES DE UN TITULO CON LA CARTERA DE MERCADO CUANDO EXISTE EQUILIBRIO.

$$\sigma_z = \left[ x_1^2 \cdot \sigma_1^2 + (1-x_1)^2 \cdot \sigma_M^2 + 2 x_1 \cdot (1-x_1) \sigma_{1M} \right]^{1/2} \quad (2.48)$$

La línea "IT" ha de ser tangente en "M" a la CML.

Una situación como la recogida en la figura 9a no es posible si el mercado está en equilibrio, pues todas las combinaciones de la cartera de mercado con el activo sin riesgo que se encuentran bajo la curva "IT" serían ineficientes por resultar "batidas" por los activos de dicha curva. Si cabe tomar a préstamo el título "i" (es decir, si  $x_1$  puede ser negativo) será posible alcanzar, en la figura 9b, la zona "ML" de la curva (14), por lo que, siguiendo el mismo razona-

(14) En efecto, dado que

$$E_z = x_1 E_1 + (1-x_1) E_M$$

cuando  $0 \leq x_1 \leq 1$ , "E" será un valor intermedio entre " $E_1$ " y " $E_M$ ". Sin embargo, cuando se elimina la restricción de no negatividad de " $x_1$ " podrá ocurrir que " $E_z$ " sea superior a " $E_1$ ". Para ello, cabría tomar prestado "i" en una proporción del presupuesto propio igual a " $|x_1|$ ", venderlo en el mercado y, con su importe, adquirir mayor cantidad de "M" (en total, se adquiriría "M" en proporción " $1+|x_1|$ "). Llegado el momento de devolver los títulos, se adquirirían, de nuevo, en el mercado, perdiéndose la rentabilidad " $|x_1| \cdot E_1$ " compensada con " $|x_1| \cdot E_M$ ".

miento realizado anteriormente, cabe observar que tampoco es ta situación podría darse en un mercado en equilibrio. Más aún, incluso si no fuera posible tomar los títulos a presta mo, se podrían alcanzar algunos puntos de la zona "IL" (los más cercanos a "IT"). Es decir, cabe que un activo esté formado por un " $x_i$ " negativo y un " $x_{it}$ " superior a 1, y que la fracción neta de "i" (" $x_{it} \cdot x_{it} - x_i$ ", siendo " $x_{it}$ " el tanto por uno, de la inversión en "IT", dedicado al título "i") sea positiva.

Por lo tanto, en equilibrio, solo es posible la si tuación mostrada en la figura 8. La curva que recoge las com binaciones posibles de "i" y "IT", debe ser tangente a la GIL en "IT". En otras palabras, las pendientes de ambas líneas deben ser iguales en dicho punto.

Derivando, respecto a " $x_i$ ", en las expresiones (2.47) y (2.48), resulta:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x_1} = E_1 - E_M \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial x_1} = \frac{x_1 (\sigma_1^2 + \sigma_M^2 - 2 \sigma_{1M}) + \sigma_{1M} - \sigma_M^2}{\sigma_z} \quad (2.50)$$

por lo que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial \sigma_z} &= \frac{\partial E_z / \partial x_1}{\partial \sigma_z / \partial x_1} = \\ &= \frac{E_1 - E_M}{[x_1 (\sigma_1^2 + \sigma_M^2 - 2 \sigma_{1M}) + \sigma_{1M} - \sigma_M^2] / \sigma_z} \end{aligned} \quad (2.51)$$

En consecuencia, la pendiente de la curva "II" en el punto

"I" (" $x_1 = 0$ " y " $\sigma_z = \sigma_M$ ") valdrá:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \sigma_z} \bigg|_{x=0} = (E_1 - E_M) \frac{\sigma_M}{\sigma_{1M} - \sigma_M^2} \quad (2.52)$$

Pero, en equilibrio, tal pendiente ha de ser igual a la de la CL; es decir:

$$(E_i - E_f) \frac{\sigma_M}{\sigma_{iM} - \sigma_M^2} = \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \quad (2.53)$$

y, operando en (2.53), resulta:

$$E_i = \frac{(E_M - R_f)}{\sigma_M^2} \cdot \sigma_{iM} + R_f \quad (2.54)$$

o, recordando (2.12):

$$E_i = (E_M - R_f) \cdot \beta_i + R_f \quad (2.55)$$

La relación existente entre rentabilidad esperada y volatilidad, aplicable, como se vió en la ecuación (2.46), a las carteras eficientes, lo es también a cualquier título del mercado en equilibrio.

Más aún, según se dijo, si existe tal equilibrio, dicha relación será igualmente aplicable a cualquier carte-



ra, sea o no eficiente. Para demostrarlo, bastaría escribir las "N" ecuaciones de la forma (2.55) correspondientes a los respectivos títulos del mercado, y multiplicar, a ambos lados de cada una de las igualdades, por las proporciones " $x_{ip}$ " ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) en que cada uno de dichos títulos participa en una cartera genérica "p", obteniéndose:

$$x_{ip} E_i = x_{ip} R_f + (E_M - R_f) x_{ip} \beta_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (2.56)$$

donde  $\sum_{i=1}^N x_{ip} = 1$  y  $x_{ip} \geq 0$  para todo  $i=1,2,\dots,N$

Sumando ahora las "N" ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^N x_{ip} E_i = R_f + (E_M - R_f) \cdot \sum_{i=1}^N x_{ip} \beta_i \quad (2.57)$$

y recordando (2.15) y (2.17), cabe concluir que:

$$E_p = R_f + (E_M - R_f) \beta_p \quad (2.58)$$

Quando, en un contexto en el que sean posibles tanto el préstamo como el endeudamiento, y ambos a una misma ta

sa de interés, el mercado esté en equilibrio, "la rentabilidad esperada de cualquier activo será igual a la tasa libre de riesgo más una prima de riesgo dada por el producto del riesgo sistemático del activo y la prima de riesgo de la cartera de mercado. La prima de riesgo de la cartera de mercado es la diferencia entre la rentabilidad esperada de dicha cartera y la tasa libre de riesgo" (315 ).

A la línea (2.58), que se ha representado en la figura 10a, se le denomina "security market line", "línea del mercado de títulos", o, sencillamente, SML. Otra expresión de dicha línea será, recordando que  $\beta_p = \sigma_{pM} / \sigma_M^2$ :

$$E_p = \frac{(E_M - R_f)}{\sigma_M^2} \sigma_{pM} + R_f \quad (2.59)$$

---

( 315 ) H.C. Jensen: "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-64", Journal of Finance, v. 23, nº 2, mayo 1968, (pp. 389-416) p. 391.

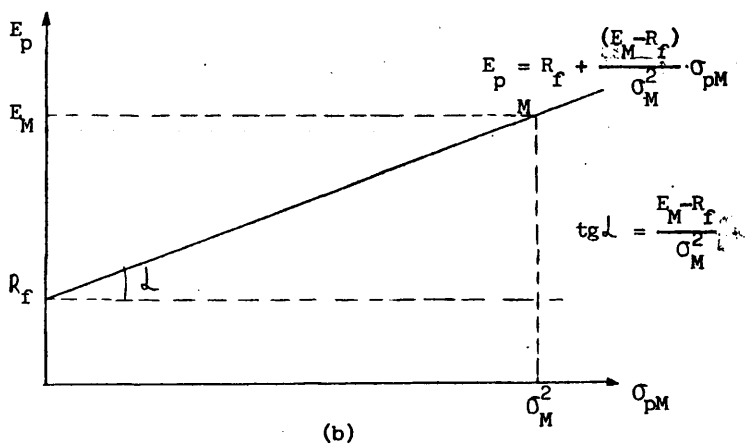
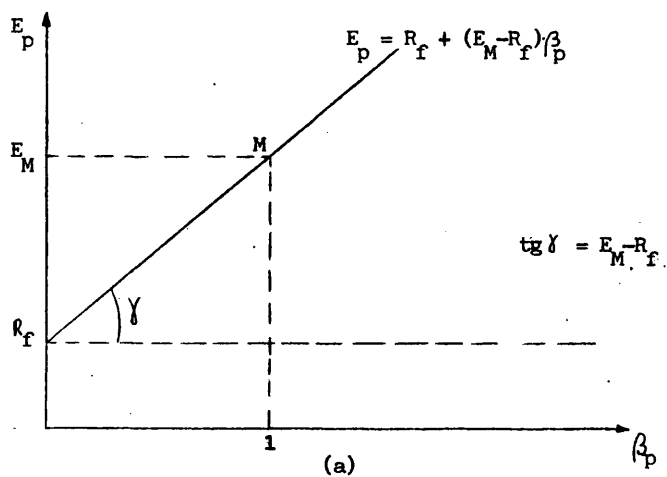


FIGURA 10: LA "SECURITY MARKET LINE".

y, en tal caso, la representación correspondiente será la realizada en la figura 10b.

Importa destacar, aunque ya pueda resultar redundante, las diferencias existentes entre la C.M. y la S.M. La primera responde a la ecuación de la línea de carteras eficientes en este contexto. "Solo las carteras eficientes se situarán a lo largo de la línea del mercado de capitales. Las demás se situarán debajo" ( 716 ). "En equilibrio, el mercado de capitales se puede caracterizar por una línea que muestra la relación existente entre rentabilidad esperada y riesgo en las carteras eficientes, utilizándose la desviación típica de la rentabilidad como medida del riesgo" ( 717 ). Tal línea es la C.M., que responde a la ecuación (2.37) y se representó en la figura 7.

---

( 716 ) W.F. Sharpe: "Portfolio Theory and Capital...", ob. cit., p. 84.

( 717 ) Ibid.

La SEL corresponde, no ya solo a las carteras eficientes, sino, también, a cualesquiera otros activos. Su aplicabilidad a las carteras resulta, sin embargo, del hecho de que los títulos individuales se adaptan a la misma, y es en relación con estos, donde radica su mayor interés desde el punto de vista de su interpretación económica. "Aunque los inversores toman la varianza (o, equivalentemente, la desviación típica) de las rentabilidades de sus carteras, como medida apropiada del riesgo, estos resultados (los relativos a la SEL) implican que la medida apropiada del riesgo de un activo individual, es su covarianza con la cartera de mercado.... y no su propia varianza. La diversificación puede eliminar la mayor parte de los efectos de la varianza propia de un activo, sobre la varianza (o desviación típica) de una cartera, pero no puede eliminar los efectos de las covarianzas de un activo con los otros activos de la cartera" ( 718 ).

---

( 718 ) H.C. Jensen: "Capital Markets...", ob. cit., p. 117.

Al modelo de equilibrio expuesto, se le suele llamar "Capital Assets Pricing Model" o CAPM, aunque, dadas sus connotaciones excluyentes respecto a otros modelos, no será esa la denominación que se utilizará aquí.

Entre esos "otros modelos", aunque, ciertamente, en mucha menor medida que el MS-L, ha sido también utilizado, en este ámbito, el de Black ( 719 ) (1E). Este autor eliminó el supuesto referente a la posibilidad de préstamo y endeudamiento y demostró que, aún en este contexto, es posible alcanzar una relación de equilibrio entre rentabilidad esperada y riesgo, para todos los activos del mercado, siempre que sea posible, en cambio, tomar a préstamo los títulos-valores y, por consiguiente, cualquier activo formado mediante su combinación ilimitadamente. La idea fundamental en el desarrollo de este modelo es que, como demostró Sharpe ( 720 ),

---

( 719 ) F. Black: "Capital Market Equilibrium..", ob. cit.

( 720 ) W.F. Sharpe: "Portfolio Theory...", ob. cit., pp. 64-56.

en estas circunstancias, en equilibrio, todas las carteras eficientes, esto es, todas las que tendrán los inversores, resultarán de una combinación lineal de dos carteras básicas ("corner portfolios"). Sin embargo, Black fué más allá al demostrar que, como tales carteras básicas, podrían tomarse la de mercado y la de coeficiente de volatilidad nulo (cartera "Z" en la figura 11); aquella perteneciente, en equilibrio, a la frontera eficiente, y ambas a la de mínimo riesgo (71).

En la figura 11, puede observarse la disposición de las combinaciones de riesgo y esperanza de rentabilidad, co-

---

( 71 ) Merton demostró, además, que, en estas circunstancias, si ninguna cartera tiene un riesgo (desviación típica) igual a cero, la frontera de mínimo riesgo es una hipérbola. Véase, de R.C. Merton: "An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 7, nº 3, septiembre 1972, pp. 1151-1172.

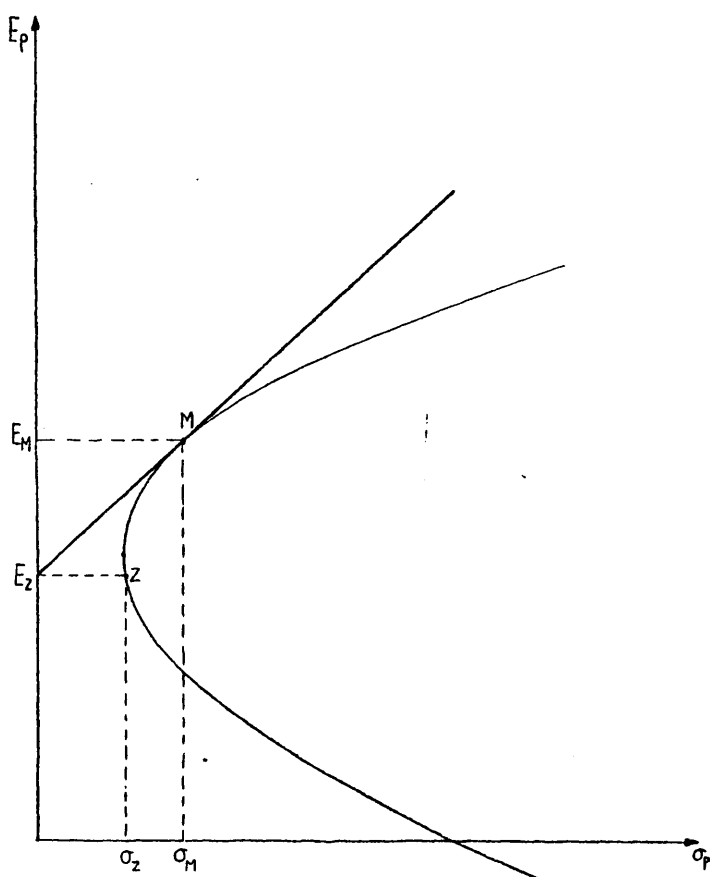


FIGURA 11: EL EQUILIBRIO DEL MERCADO CUANDO NO SON POSIBLES EL PRESTAMO Y EL ENDEUDAMIENTO A UNA TASA LIBRE DE RIESGO.



respondientes a los activos "M" y "Z" (72). Cuando, sin tomar activo alguno a préstamo, todo el presupuesto se invierte en "M" ("Z"), esto es, cuando la proporción correspondiente a esta cartera, "x" ("1-x"), vale uno, el inversor se situará en el punto "M" ("Z"). Invirtiendo proporciones positivas

( 72 ) Como apuntó Sharpe a Jensen (M.C. Jensen: "Capital Markets..", ob. cit., nota 60 al pie de la p. 133), "E" debe situarse en la intersección, con el eje de ordenadas, de una línea tangente a la frontera en "M". Para demostrarlo, basta observar que, siendo "p" una cartera formada combinando "M" y "Z", en las proporciones "x" y "1-x", respectivamente:

$$E_p = x E_M + (1-x) E_Z$$

$$\sigma_p = \left[ x^2 \sigma_M^2 + (1-x)^2 \sigma_Z^2 \right]^{1/2}$$

$$\text{dado que } \sigma_{zM} = \beta_Z \sigma_M^2 = 0$$

La pendiente de la línea tangente en "M" (x=1) valdrá:

$$\frac{d E_p}{d \sigma_p} = \frac{\partial E_p / \partial x}{\partial \sigma_p / \partial x} \bigg|_{x=1} = \frac{E_M - E_Z}{\sigma_M}$$

y, dado que la línea ha de pasar por el punto  $(E_M, \sigma_M)$ , la intersección de la misma, con el eje de ordenadas debe producirse a una altura igual a "E<sub>Z</sub>".

en ambos activos, se alcanzan los puntos comprendidos entre "M" y "Z". Para situarse en los puntos de la frontera de riesgo mínimo que se encuentran por encima de "M" (por debajo de "Z") habrá que tomar prestado el activo "Z" ("M"), en la proporción correspondiente al punto de que se trate, e invertir el producto de su venta en "M" ("Z"). Las condiciones de equilibrio (y, singularmente, el que todos los inversores tendrán expectativas homogéneas y se comportarán racionalmente eligiendo carteras eficientes) implican que "M" será una cartera eficiente y " $E_z$ " será inferior a " $E_M$ ".

Puesto que, de acuerdo con lo expuesto, siendo "e" una cartera eficiente cualquiera y "x" la proporción de inversión en "M" que le corresponde (según su situación en la frontera de mínimo riesgo),

$$E_e = x E_M + (1-x) E_z \quad (2.60)$$

$$y \quad \beta_e = x \cdot \beta_M + (1-x) \cdot \beta_z = x \quad (2.61)$$

cabe concluir que:

$$E_e = \beta_e \cdot E_M + (1 - \beta_e) \cdot E_z \quad (2.62)$$

expresión, esta última, que también puede escribirse como:

$$E_e = (E_M - E_z) \cdot \beta_e + E_z \quad (2.63)$$

y que sintetiza las relaciones existentes, entre esperanza de rentabilidad y riesgo sistemático, en las carteras eficientes, cuando el mercado está en equilibrio sin que sea posible la adquisición y venta del activo sin riesgo (endeudamiento y préstamo).

Cabría seguir ahora un razonamiento semejante al realizado en la exposición del MS-L, y, concretamente, de la SML, para concluir que la relación (2.63) es aplicable, en este contexto, no ya solo a las carteras eficientes, si no también a cualquier otra e incluso a los títulos indivi

duales. Por ello, la expresión más general que caracteriza al equilibrio ahora, es:

$$E_p = (E_M - E_Z) \cdot \beta_p + E_Z \quad (2.64)$$

donde "p" es un activo cualquiera del mercado. "En consecuencia, la rentabilidad esperada de cualquier activo, incluso cuando no hay activo sin riesgo y no se permite el endeudamiento sin riesgo, es una función lineal de su " $\beta$ " " ( 723 ).

Los supuestos del MB parecen demasiado lejanos de la realidad. La existencia de activos (como algunos títulos públicos) que no contienen apenas riesgo, permite que, cuando menos, exista siempre la oportunidad de préstamo a un tipo fijo. Por ello, tiene gran interés el modelo de Vasicek

---

( 723 ) F. Black: "Capital Market Equilibrium...", ob. cit., p. 450.

( 124 ), ampliamente recogido por Black ( 125 ), en el que se considera que es posible el préstamo a una tasa libre de riesgo, aunque no el endeudamiento, y que también cabe tomar a préstamo los activos con riesgo. Vasicek demostró que la rentabilidad esperada de cualquier activo continuará siendo una función lineal de su coeficiente de volatilidad, si bien la frontera eficiente tendrá ahora dos partes, conforme a la figura 12. Una corresponderá a las combinaciones de las carteras "T" y "z" (zona "AC" en la figura) y la otra a las obtenidas combinando el activo sin riesgo con una cartera, formada solo por activos con riesgo, a la que se puede denominar "w" (segmento "R<sub>f</sub>W" en la figura). Si todos los inversores eligieran carteras con préstamo (esto es, si todos se situarían en la zona "R<sub>f</sub>W") la cartera "W" sería la cartera del mercado "T". A medida que los inversores vayan situándose por

---

( 124 ) O.A. Vasicek: "Capital Market Equilibrium with No Riskless Borrowing", trabajo no publicado, Wells Fargo Bank, marzo 1971.

( 125 ) F. Black: "Capital Market Equilibrium...", ob. cit., pp. 452 y ss.

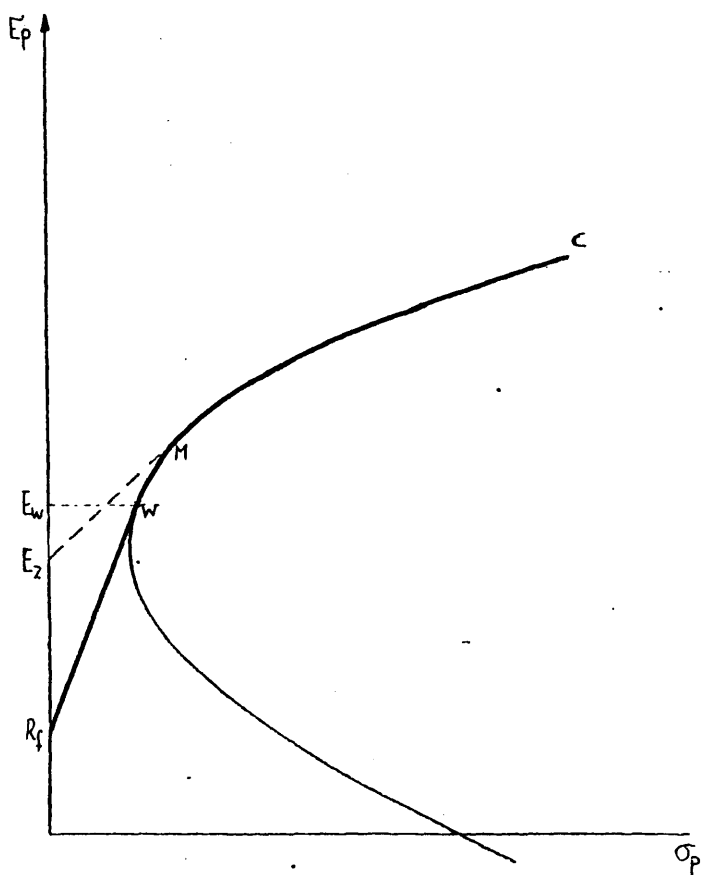


FIGURA 12: EL EQUILIBRIO DEL MERCADO CUANDO NO ES POSIBLE EL ENDEUDAMIENTO, AUNQUE SI EL PRESTAMO, A UNA TASA LIBRE DE RIESGO.

encina de " $E_f$ ", la cartera de mercado se colocará también en esa zona. Por ello:

$$R_f \leq E_z < E_H$$

La igualdad entre " $E_z$ " y " $R_f$ " se producirá, obviamente, cuando " $E_f$ " coincida con " $E_f$ " (cuando todos los inversores prestan parte del presupuesto a la tasa libre de riesgo " $R_f$ ").

En este contexto, la relación entre rentabilidades esperadas y volatilidad en las carteras eficientes, vendrá dada por los dos segmentos rectos " $R_f$ " y " $ME$ " de la figura 13. Sin embargo, de acuerdo con lo expuesto en el MB, los títulos individuales y las carteras no eficientes se situarán sobre la recta " $E_z$ ". Los activos situados en " $E_z$ " parecen "batir" a las carteras eficientes, colocadas en puntos de " $R_f$ ", en el plano  $(E_p, \beta_p)$ , pero no así en el  $(E_p, \sigma_p)$  donde se consideran tanto el riesgo sistemático como el específico.

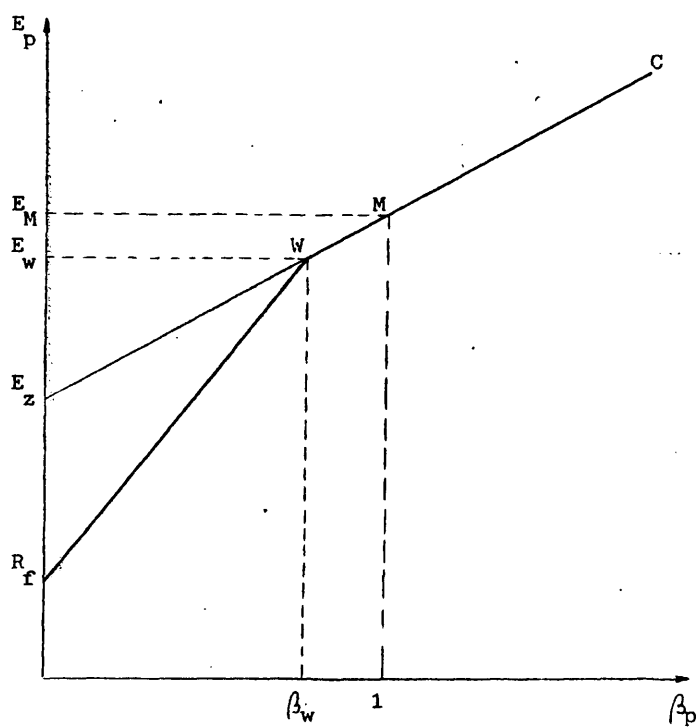


FIGURA 13: LA RELACION ENTRE RENTABILIDAD ESPERADA Y VOLATILIDAD CUANDO ES POSIBLE EL PRESTAMO, PERO NO EL ENDEUDAMIENTO, A UNA TASA LIBRE DE RIESGO.



"En suma, la introducción de oportunidades de préstamos sin riesgo, varía la naturaleza del equilibrio del marcado solo en un sentido. Ahora, hay dos clases de carteras eficientes. Las carteras eficientes de menor riesgo son combinaciones de la cartera "1" y el activo sin riesgo. Las de mayor riesgo continúan siendo combinaciones de las carteras "1" y "2". La rentabilidad esperada de la cartera "2" debe ser superior que la del activo sin riesgo. La rentabilidad esperada de un título, debe ser una función lineal de su  $\beta$  " ( 14 ).

Tiene, también, cierto interés, el modelo de equilibrio, desarrollado por Brennan ( 12 ), para el caso en que son posibles tanto el préstamo como el endeudamiento, a tasas de interés libres de riesgo, pero diferentes para ambas

---

( 14 ) Ibid., p. 454.

( 12 ) M.J. Brennan: "Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v.6, n° 4, diciembre 1971, pp. 1197-1205.

operaciones. Tras la elaboración de diversos supuestos, Brennan concluyó, que, tanto cuando las tasas fueran idénticas para todos los inversores, como cuando difirieran para cada uno de ellos, en equilibrio, la relación entre rentabilidad esperada y volatilidad, sintetizada en la expresión (2.64), continuaría siendo aplicable a todos los activos. También en este caso, "la tasa de rentabilidad esperada de un título, en equilibrio, es una función lineal de la covarianza de la tasa de rentabilidad del título con la rentabilidad de la cartera de mercado.... En el caso especial en que las tasas de préstamo y endeudamiento sean iguales, aparece la bien conocida línea del mercado de capitales" ( 728 ).

Si bien se han desarrollado otros muchos, estos -los modelos de equilibrio sintetizados en las expresiones (2.58) y (2.64)- han sido los más utilizados en el análisis

---

( 728 ) Ibid., p. 1203.

de la eficiencia de los mercados de valores. La descripción concreta de los más importantes contrastes realizados, se contiene en los epígrafes que restan de este capítulo. Lo que sí importa destacar ahora es que los modelos se han establecido en términos de rentabilidades esperadas. Cabe, por tanto, esperar que, aún cuando cualquiera de los modelos constituya una descripción adecuada de la realidad, en cada periodo concreto "t", se observen desviaciones respecto a los valores esperados. Precisamente, el análisis de tales desviaciones ha sido, como se verá, la vía de estudio más empleada.

3- LOS ESTUDIOS SOBRE LA REACCION DE LOS PRECIOS DE LOS TITULOS  
A LA NUEVA INFORMACION ESPECIFICAMENTE REFERENTE A LOS MIS-  
MOS O A LA ENTIDAD EMISORA.

3.1 Consideraciones previas.

En los tests de la forma intermedia de eficiencia, se trata de comprobar si la publicación de nueva información provoca un rápido y correcto ajuste de los precios. Si así ocurre, por implicación, se afirma que los precios reflejan, en todo momento, toda la información pública disponible.

Como se verá en las siguientes páginas, los contrastes realizados se han venido refiriendo a la influencia, sobre los precios, de determinados tipos de información. Y aquí surge, precisamente, una de las críticas generales más repetidas entre todas las que se han formulado a estos tests. El que una determinada clase de información (por ejemplo, la referente a los beneficios anuales de las empresas) sea desconocida instantánea y correctamente, no significa que otros tipos de datos, de más difícil interpretación por el mercado,

lo sean igualmente. Para asegurar la eficiencia a este nivel, sería preciso estudiar el comportamiento de los precios ante la publicación de todos los tipos de datos relevantes para los inversores. "Cada test trae, tan solo, evidencia favorable al modelo, con la idea de que, acumulando tal evidencia, se establezca la validez del mismo" (171).

Existe otra crítica general a algunos de estos tests que tratan de observar la reacción de los precios a la nueva información, esto es, a la información que, hasta entonces, podría considerarse "interna". Tal crítica radica, precisamente, en la dificultad de afirmar el carácter novedoso de dicha información. En palabras de Gonedes, si alguien dispone de información interna y trata de venderla o la publica y el mercado "no compra la información ni reacciona a su publicación, los poseedores de la misma podrían concluir que

---

(171) E.F. Fama: "Efficient Capital...", ob. cit., p. 404.

el mercado es ineficiente. Pero hay otra conclusión alternativa. ¿La supuesta información "interna" puede no haber sido información interna!"(10).

Los tests que a continuación se recogen, se han clasificado según el tipo de información cuya influencia en los precios estudian. Con referencia a los mismos, interesa resaltar que no se agotan en la selección aquí realizada todos los contrastes llevados a cabo. Se ha procurado, esto sí, presentar los más importantes y/o repetidos en la literatura. Pero la labor realizada en este campo, especialmente en relación con los mercados estadounidenses, ha sido ingente y aún hoy continua siéndolo. Por otra parte, aunque con referencia a diversos tipos de información, en muchos de tales contrastes se empleó la misma metodología. Interesa, pues, reseñar, con especial atención, aquellos tests en los que la metodología empleada fué realmente novedosa. Y, entre estos, tiene

---

(10) H.J. Gonedes: "Efficient Capital Markets and...", ob. cit., p.19.

especial interés el realizado por Fama, Fisher, Jensen y Roll para estudiar el efecto sobre las cotizaciones de los dobles de acciones ("stock splits"). A éste se hará referencia, pues, en primer lugar.

### 3.2- Los desdobles de acciones.

Los anglosajones denominan "stock split" a la operación consistente en canjear las antiguas acciones por otras nuevas, cuyo número y valor unitario serán diferentes, aunque sea idéntico su valor total.

Dado que el único efecto del "stock split", o desdoble, es la multiplicación del número de acciones en circulación, no parece que tenga que conllevar, necesariamente, información alguna de interés para el accionista, cuyos derechos permanecen inalterados. La idea de Fama, Fisher, Jensen y Roll, (FFJR, en lo que sigue), en su trabajo publicado en 1969 (731), fué, sin embargo, la de comprobar si el anuncio de los desdobles daba lugar a un comportamiento anormal de los precios para, si así ocurría, pasar a pregun

---

( 731 ) E.F. Fama, L. Fisher, H.C. Jensen y R. Roll: "The Adjustment of Stock Prices to New Information", *International Economic Review*, v. 10, nº 1, febrero 1969, pp. 1-21.



tarse hasta qué medida tal comportamiento podría deberse a las relaciones que, presumiblemente, podrían existir (aunque también habría que comprobarlas) entre los desdobles y otras variables de carácter fundamental para los inversores.

Como vino a señalar Fama (1972), FFJR supusieron, implícitamente, que las tasas de retorno se ajustaban al modelo de mercado, es decir, que, en todo periodo "t":

$$E(\tilde{R}_{it}/I_{t-1}, R_{Mt}) = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} \quad (3.1)$$

para todo  $i = 1, 2, \dots, N$

siendo:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (3.2)$$

$$y \quad \alpha_i = E(\tilde{R}_{it}/I_{t-1}) - \beta_i E(\tilde{R}_{Mt}/I_{t-1}) \quad (3.3)$$

---

(1972) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., pp. 151 y ss.

El modelo de mercado, así establecido, se refiere a esperanzas matemáticas; no afirma que la rentabilidad de cualquier título "i", en un periodo "t", deba ser igual a su valor esperado conforme a (3.1). Denominando " $\tilde{\epsilon}_{it}$ " a la desviación de " $\tilde{R}_{it}$ " respecto a su valor esperado, se tendría:

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mit} + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (3.4)$$

siendo, según implica (3.1):

$$E(\tilde{\epsilon}_{it} / I_{t-1}, R_{mit}) = 0 \quad (3.5)$$

Las ecuaciones (3.1) a (3.5) describen las propiedades de la verdadera función conjunta normal bivalente:

$$f(R_{it}, R_{mit} / I_{t-1}) \quad (3.6)$$

implicada por el supuesto de que la distribución conjunta de los precios de los títulos en el momento "t",

$$f(P_t/I_{t-1}) \quad (3.)$$

es normal multivariante, y dados los precios fijados por el mercado en "t-1" ( 33 ).

Se supone que el mercado, con base en un conjunto de información " $I_{t-1}^m$ ", asigna una distribución conjunta para los precios del momento "t":

$$f_m(P_t/I_{t-1}^m) \quad (3.)$$

y, a partir de ella, fija los precios de equilibrio en t-1". Si la distribución de probabilidad a que corresponde la función de densidad (3.3) es normal multivariante,

$$f_m(R_{it}, R_{it}/I_{t-1}^m) \quad (3.)$$

---

( 33 ) La rentabilidad de un título "i" en el periodo "t", " $R_{it}$ ", es tan solo una transformación lineal de " $P_{it}$ ".

será la función de densidad de una distribución normal biva-  
riante, lo que implicará el modelo de mercado correspondien-  
te a las ecuaciones:

$$E_m(\tilde{R}_{it}/I_{t-1}^m, R_{lit}) = \alpha_i^{(m)} + \beta_i^{(m)} \cdot R_{lit} \quad (3.10)$$

$$\beta_i^{(m)} = \sigma_{im}^{(m)} / (\sigma_{li}^{(m)})^2 \quad (3.11)$$

$$\alpha_i^{(m)} = E_m(\tilde{R}_{it}/I_{t-1}^m) - \beta_i^{(m)} E_m(R_{lit}/I_{t-1}^m) \quad (3.12)$$

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i^{(m)} + \beta_i^{(m)} R_{lit} + \tilde{\epsilon}_{it}^{(m)} \quad (3.13)$$

$$E_m(\tilde{\epsilon}_{it}^{(m)}/I_{t-1}^m, R_{lit}) = 0 \quad (3.14)$$

donde la "m", colocada como subíndice o superíndice, denota  
que las ecuaciones (3.10) a (3.14) se refieren al modelo tal  
como el mercado lo ve. Si el mercado es eficiente, tal vi-  
sión será la correcta y, en tal caso:

$$I_{t-1}^m = I_{t-1} \quad (3.15)$$

$$f_m(p_t/I_{t-1}^m) = f(p_t/I_{t-1}) \quad (3.16)$$

y los parámetros de las ecuaciones (3.10) a (3.14) coinciden con los de las (3.1) a (3.5) ( 34 ).

En términos económicos, se supone que ( 35 ):

- " $P_{it}$ " refleja la información que resulta disponible en el momento "t" y que, en mayor o menor medida, según sus respectivos coeficientes de volatilidad, afecta a las rentabilidades de todos los títulos.
- " $f(P_{it}/I_{t-1})$ " recoge la incertidumbre que existe, en "t-1", sobre la información que, afectando a las rentabilidades de todos los títulos, resultará disponible en "t".
- " $\xi_{it}$ " refleja la información específica del título

---

( 34 ) E.F. Fama: "Foundations...", ob. cit., p. 152.

( 35 ) Ibid., p. 153.

lo "i", que resultará públicamente disponible en "t".

- " $f(\xi_{it}/I_{t-1}, R_{it})$ " resume la incertidumbre que existe, en "t-1", en relación con la información específicamente referida al título "i" (o a la empresa que lo emitió) que resultará disponible en "t".

En el test de FFJR, como en otros muchos a los que se hará referencia más adelante, la información considerada (realización de desdobles) es específica del título a que se refiere. Por ello, se concentraron en el comportamiento de " $\xi_{it}$ " (o, más concretamente, en el de sus valores estimados).

Otros supuestos realizados en este y en otros tests en los que se empleó la misma metodología fueron que (34):

- Durante cada periodo, el mercado fija los precios

---

(34) Ibid.

de modo que " $f_m(R_{it}, R_{it}/I_{t-1}^m)$ " sea constante en el tiempo, por lo que también lo serán " $\alpha_i^{(m)}$ ", " $\beta_i^{(m)}$ " y la distribución que el mercado perciba para " $\epsilon_{it}$ ".

- Es posible, para el mercado, fijar los precios de forma que la verdadera distribución conjunta " $f(R_{it}, R_{it}/I_{t-1})$ " sea constante en el tiempo, lo que significa que " $\alpha_i$ ", " $\beta_i$ " y la verdadera distribución de " $\epsilon_{it}$ " sean la misma, periodo tras periodo.

Supóngase, ahora, que el mercado es eficiente, de modo que:

$$f_m(R_{it}, R_{it}/I_{t-1}^m) = f(R_{it}, R_{it}/I_{t-1}) \quad (3.17)$$

Si la distribución conjunta de las rentabilidades de los títulos es estacionaria en el tiempo, se podrá estimar el mo

delo de mercado a partir de las series de tiempo de " $\tilde{R}_{it}$ " y " $\tilde{R}_{it}$ " utilizando los procedimientos de mínimos cuadrados, obteniéndose la versión estimada de (3.4):

$$\tilde{R}_{it} = \tilde{\alpha}_1 + \tilde{\beta}_1 \tilde{R}_{it} + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (3.18)$$

donde " $\tilde{\alpha}_1$ ", " $\tilde{\beta}_1$ " y " $\tilde{\epsilon}_{it}$ " son los estimadores insesgados de " $\alpha_1 = \alpha_1^{(m)}$ ", " $\beta_1 = \beta_1^{(m)}$ " y " $\tilde{\epsilon}_{it} = \tilde{\epsilon}_{it}^{(m)}$ " en (3.4) y (3.13). Así, cuando el mercado sea eficiente y la distribución conjunta de las rentabilidades de los títulos sea constante en el tiempo, ocurrirá que:

$$\begin{aligned} E(\tilde{\epsilon}_{it}/I_{t-1}, R_{it}) &= E(\tilde{\epsilon}_{it}/I_{t-1}, R_{it}) = \\ &= E_m(\tilde{\epsilon}_{it}^{(m)}/I_{t-1}^{(m)}, R_{it}) = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

"En palabras, cuando el mercado sea eficiente y las distribuciones de rentabilidad sean estacionarias, la desviación de " $\tilde{\epsilon}_{it}$ " respecto de cero, resultará únicamente de la nueva in



formación que pase a ser disponible en "t"; no habrá forma de utilizar la información disponible en "t-1", como base para una correcta fijación, diferente de cero, del valor esperado de  $\tilde{\epsilon}_{it}$ .... Por otra parte, si el mercado fuera ineficiente, y, en particular, si existiera algún retraso en el ajuste de los precios a la nueva información específica de la empresa, el residuo del periodo "t" sería predecible, en alguna medida, por la información disponible en "t-1"; esto es, " $I_{t-1}$ " e " $I_{t-1}^m$ " no coincidirían" ( 74 ), de forma que

$$E(\tilde{\epsilon}_{it} / I_{t-1}, R_{it}) \neq 0 \quad (3.20)$$

El primer trabajo en el que se utilizó el modelo de mercado, para testar la eficiencia, fué el de FJR. Estos autores tomaron una muestra de 940 desdobles referentes a 622 empresas distintas, del mercado de Nueva York. Todos los desdobles incluidos en dicha muestra se produjeron en el pe

---

( 74 ) Ibid., p. 154.

riodo 1927-1959 y se consideraron, tan solo, aquellos en los que, cuando menos, se entregaran cinco acciones nuevas por cada cuatro antiguas. Se eliminaron, también, los realizados con aquellos títulos que no hubieran cotizado, al menos, los doce meses anteriores y los doce siguientes al desdoble.

Con base en las rentabilidades mensuales de cada uno de los 622 títulos, en el período 1927-1959, estimaron, por mínimos cuadrados, sus coeficientes " $\alpha_i$ " y " $\beta_i$ " ( $i=1, 2, 3, \dots, 622$ ) (38). Posteriormente, calcularon los residuos del modelo de mercado, para cada título, en los 29 meses anteriores y los 30 posteriores a cada desdoble.

Con este tipo de estudio "no se intenta determinar los efectos de los desdobles para las empresas individuales. Mas bien, interesa ver si el proceso de desdoble está asociado

---

( 38 ) Para calcular las rentabilidades de la cartera de mercado en los distintos meses, utilizaron el "Combination Investment Performance Index" de Fisher (L.Fisher: "Some New York...", ob. cit.).

do, en general, con tipos específicos de comportamientos de la rentabilidad. Para hacer abstracción de las excentricidades de los casos específicos, es posible apoyarse en el simple proceso de la promediación; concentraremos, pues, nuestra atención en el comportamiento de las medias "cross-section" de los residuos de regresión estimados, en los meses cercanos a las fechas del desdoble" ( 731 ).

El procedimiento empleado puede ser descrito en los siguientes puntos:

- Para un desdoble dado, se define el mes 0 como aquel en el que se encuentra la fecha del desdoble. El mes 1 será el que sigue al del desdoble, el -1 será el precedente, etc..

- El residuo medio en el mes "m" (medido siempre en

---

( 731 ) E.F. Fama, L. Fisher, M.C. Jensen y R. Roll: "The Adjustment..", ob. cit., p. 7.

relación al del desdoble) se define como:

$$\bar{e}_m = \frac{\sum_{j=1}^{N_m} e_{jm}}{N_m} \quad (3.21)$$

donde " $e_{jm}$ " es el residuo correspondiente al título " $j$ " en el mes " $m$ " y " $N_m$ " es el número de desdobles para los que se dispone de datos en el mes " $m$ " (40). El objetivo principal fué el examen del comportamiento de " $\bar{e}_m$ " en el intervalo:

$$-29 \leq m \leq 30$$

esto es, en los sesenta meses comprendidos en el entorno del mes del desdoble.

- El residuo medio acumulativo en el mes " $m$ " se de

fine como:

$$u_m = \sum_{k=-29}^m \bar{e}_k$$

y "puede ser interpretado como la desviación media (en el mes " $m$ " con relación al del desdoble)

---

( 40 ) Ibid., p.3.

de las rentabilidades de los títulos sometidos a  
desdoble, respecto a sus relaciones normales con  
el mercado" ( 741 ).

- Dado que la hipótesis realizada por FFJR fué que,  
si algún comportamiento anormal se observaba en  
los precios en torno a la fecha de los desdobles,  
sería por la posible relación existente entre e-  
sas operaciones y las posteriores variaciones en  
los dividendos de los títulos desdoblados ( 742 ),  
pasaron a examinar separadamente los desdobles  
que resultaron asociados con incrementos de divi-  
dendos y los que lo fueron con reducciones de los  
mismos. "Para eliminar los efectos de las variacio-  
nes generales de dividendos en el mercado, los di

---

( 741 ) Ibid.

( 742 ) Tal hipótesis fué apuntada ya, en 1953, por C.A. Barier  
en "Effective Stock Splits", Harvard Business Review,  
v. 34, nº 1, enero-febrero 1956, pp. 101-106.

dividendos "aumentados" o "reducidos" se miden en relación a los dividendos medios pagados por todos los títulos de la Bolsa de Nueva York durante los periodos de tiempo relevantes. Los dividendos se clasifican como sigue: defínase el ratio de variación del dividendo como el total de dividendos (por acción equivalente no desdoblada) pagados en los doce meses posteriores al desdoble, dividido por los dividendos totales pagados durante los doce meses anteriores al mismo. Los incrementos... se definen, entonces, como aquellos casos en los que el ratio de variación del dividendo de la acción desdoblada es superior al del mercado en su conjunto, en tanto que las reducciones ... incluyen todos aquellos casos de disminución relativa del dividendo" ( 743 ). Entonces, FFJR denominaron " $\bar{e}_m^+$ ", " $\bar{e}_m^-$ ", " $u_m^+$ " y " $u_m^-$ " a los "resi-

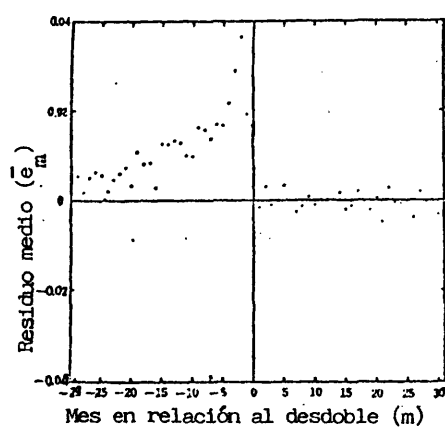
---

( 743 ) E.F. Fama, L. Fisher, M.C. Jensen y R. Roll: "The Adjustment...", ob. cit., p. 8.

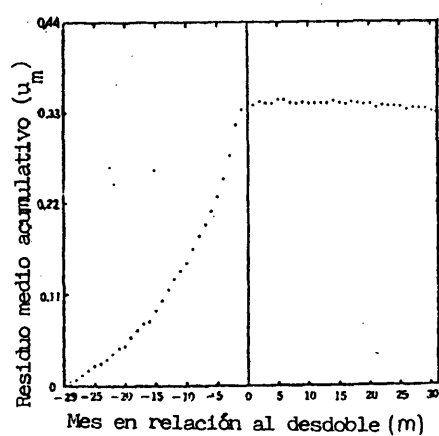
duos medios" y "residuos medios acumulativos" de los desdobles seguidos por incrementos (+) y reducciones (-) de dividendos.

En las figuras 14, 15 y 16, se resumen los principales resultados obtenidos por FFJR. Su interpretación puede sintetizarse en los puntos siguientes:

- Dado que en solo un 10 por cien de los desdobles el tiempo entre el anuncio de su fecha y la fecha efectiva fué superior a cuatro meses, el que los residuos medios, en los 29 meses anteriores, sea uniformemente positivos (veanse la figuras 14a, 15a y 16a) no puede ser atribuido al desdoble en sí. Mas bien, cabe concluir que "las empresas tienden a desdoblar sus acciones durante los periodos anormalmente buenos, esto es, durante los periodos de tiempo en que los precios de sus acciones se han incrementado mucho más que lo que hubiera co-



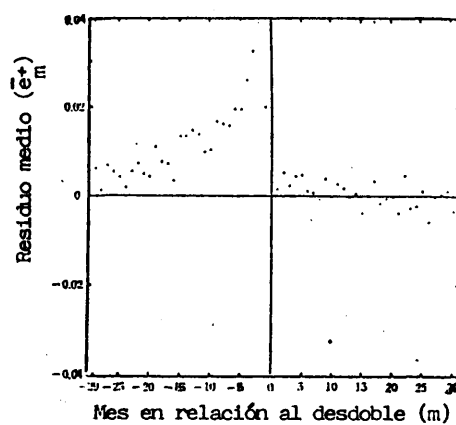
a) RESIDUOS MEDIOS



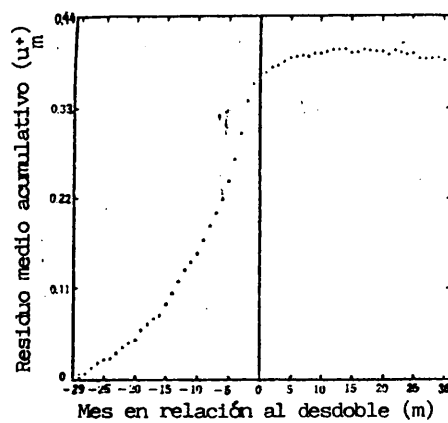
b) RESIDUOS MEDIOS ACUMULATIVOS

FIGURA 14: RESULTADOS OBTENIDOS POR FFJR EN LOS CALCULOS RELATIVOS AL CONJUNTO DE TODOS LOS DESDOBLES.



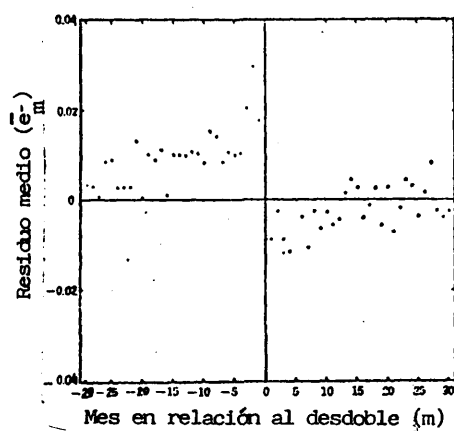


a) RESIDUOS MEDIOS

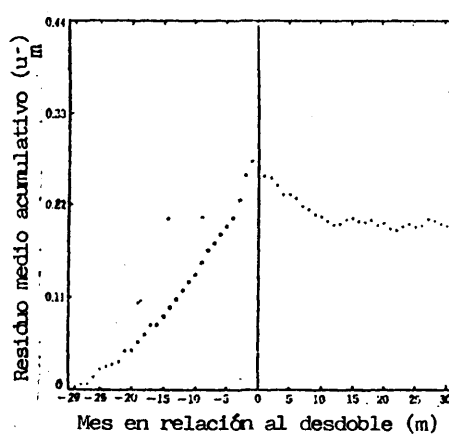


b) RESIDUOS MEDIOS ACUMULATIVOS

FIGURA 15: RESULTADOS OBTENIDOS POR FFJR EN LOS CALCULOS RELATIVOS A LOS DESDOBLES SEGUIDOS POR INCREMENTOS DE DIVIDENDOS.



a) RESIDUOS MEDIOS



b) RESIDUOS MEDIOS ACUMULATIVOS

FIGURA 16: RESULTADOS OBTENIDOS POR FFJR EN LOS CALCULOS RELATIVOS A LOS DESDOBLES SEGUIDOS POR REDUCCIONES DE DIVIDENDOS.

respondido de acuerdo con las relaciones nominales entre los precios de sus acciones y el comportamiento general de los precios en el mercado" ( 744 ).

- El que, cuando se examinan todos los desdobles conjuntamente, los mayores valores positivos de los residuos medios se den en los tres o cuatro meses previos al desdoble y el que despues del mismo los residuos medios se distribuyan aleatoriamente en torno a cero (figura 14a) -o, equivalentemente, el que los residuos medios acumulativos asciendan rapidamente hasta el mes del desdoble, no existiendo apenas movimiento sistemático alguno tras este (figura 14b)- puede ser debido a que "cuando se anuncia o se anticipa un desdoble, el mercado lo interpreta (y, al hacerlo, actua correc

---

( 744 ) Ibid., p.11.

tamente) como un gran aumento en la probabilidad de que pronto se incrementen sustancialmente los dividendos" ( 744 ). De ahí, también, las sustanciales diferencias que, en el comportamiento posterior de las rentabilidades, se pueden apreciar entre los casos en que el incremento de dividendo realmente se produce y los casos en que no ocurre así (figuras 15 y 16).

- "Finalmente, los datos presentan importante evidencia sobre la velocidad del ajuste de los precios del mercado a la nueva información. (a) Aunque el comportamiento de las rentabilidades tras el desdoble es muy diferente dependiendo de si se produce, o no, el incremento de dividendos, y (b) a pesar del hecho de que una mayoría sustancial de los títulos desdoblados experimentan incrementos de dividendos, cuando se examinan conjuntamen

---

( 745 ) Ibid., p. 12.

te todos los desdobles, los residuos medios están distribuidos aleatoriamente en torno a cero durante el año posterior al desdoble. Así, no hay movimiento neto alguno al alza ni a la baja en los residuos medios acumulativos. De acuerdo con las hipótesis, esto implica que, en la media, el mercado realiza predicciones insesgadas de los dividendos de los títulos desdoblados y estas predicciones se reflejan totalmente en el precio del título al final del mes del desdoble" ( 746 ).

FFJR terminaron afirmando que "la evidencia indica que, en la media, los juicios del mercado concernientes a las implicaciones de la información proporcionada por un desdoble, se reflejan totalmente en el precio de una acción al menos, al final del mes del desdoble, pero, con mayor probabilidad, casi inmediatamente después de la fecha del anuncio. Por tanto, los resultados del estudio prestan considerable

---

( 746 ) Ibid., p. 16.

apoyo a la conclusión de que el mercado de valores es "eficiente" en el sentido de que los precios se ajustan muy rápidamente a la nueva información" ( 747 ). Estos resultados no afectan, sino parcialmente, a la posible ineficiencia del mercado a nivel fuerte, y esto queda claro con las últimas palabras del trabajo:

"Finalmente, parece no haber forma de utilizar un desdoble para incrementar las rentabilidades esperadas, a menos, desde luego, que se disponga de información interna concerniente al desdoble o al subsiguiente comportamiento de los dividendos"( 748 ).

Según se dijo ( 749 ), la principal dificultad de los contrastes es que "deben basarse en un modelo de equilibrio y cualquier test es un test conjunto de eficiencia y de un mo

---

( 747 ) Ibid., p. 20.

( 748 ) Ibid., p. 21.

( 749 ) Capítulo segundo, apartado 3.

delo de equilibrio" ( 70 ). En esta linea, se encuentra la crítica realizada, recientemente, por Brenner ( 71 ) a este tipo de estudios. Comentaba este autor que "los tests de la hipótesis del mercado eficiente, son, en general, tests débiles. La hipótesis nula siempre ha sido que el mercado es eficiente sin alternativa específica alguna de ineficiencia ... Los tests descansan, normalmente, en cierto modelo de mercado sin que se cuestione la validez del modelo que se utilizó... Los tests de la hipótesis del mercado eficiente, generalmente, proceden en dos pasos: primero, se estiman los parámetros relevantes utilizando un cierto modelo de mercado; segundo, se utilizan los parámetros estimados para realizar predicciones y se usan los errores de predicción, también denominados "residuos", para testar la eficiencia del mercado.. Las propiedades estadísticas de los parámetros, estimados en el primer paso, dependerán de lo bien que el modelo de mer-

---

( 70 ) E.F. Fama: "Reply", ob.cit., p.143.

( 71 ) M. Brenner: "The Effect of Model Misspecification on Tests of the Efficient Market Hypothesis", Journal of Finance, v. 32, nº 1, marzo 1977, pp. 57-66.

cado describa el verdadero proceso estocástico subyacente"

( 71 ). Si el modelo está mal especificado, "las estimaciones de los parámetros podrán estar sesgadas y/o ser ineficientes. Esto, a su vez, puede dar lugar a estimaciones sesgadas y/o ineficientes de los residuos en el segundo paso"

( 72 ) lo que podrá afectar a las conclusiones relativas a la eficiencia del mercado.

Como opinión, hasta cierto punto, contraria, existe la, ya recogida anteriormente, de que "si los tests tienen éxito -esto es, si no se puede rechazar la hipótesis de que el mercado es eficiente-, entonces esto también implica que no se pueden rechazar los supuestos sobre el equilibrio del mercado. Si los tests no tienen éxito, nos encontramos con el problema de decidir si esto refleja una verdadera violación de la eficiencia del mercado... o la pobreza de los

---

( 71 ) Ibid., p.57.

( 72 ) Ibid.



supuestos sobre el equilibrio del mercado" ( 74 ).

El hecho, es que la vía metodológica abierta por FFJR fue seguida, como se verá, por numerosos autores para analizar la reacción de los precios ante distintos tipos de información.

En cuanto al análisis del ajuste de los precios a los desdobles, resta mencionar otro interesante estudio realizado por Johnson ( 75 ), quien, tomando, como muestra, 73 desdobles producidos en el mercado de Nueva York en 1959, y basandose en una ecuación sustancialmente diferente de la del modelo de mercado, trató de eliminar, de las variaciones relativas de precios, no solo los efectos de la evolución general del mercado, sino también los de las modificaciones

---

( 74 ) E.F. Fama: "Foundations... ", ob. cit., p.137.

( 75 ) K.B. Johnson: "Stock Splits and Price Change", Journal of Finance, v. 21, nº 5, diciembre 1966, pp. 675-686; trabajo recogido en la obra de K.B. Johnson y D.E. Fischer, ed.: "Readings in Contemporary Financial Management", Scott, Foresman and Company, Glenview, 1969. (pp. 315-327), p. 315.

producidas en los que denominó "factores fundamentales" ( 36 ): los beneficios y los dividendos. Sus conclusiones, aunque, como en todos los contrastes, "están basadas en el supuesto subyacente de validez del diseño del modelo" ( 37 ), fueron semejantes a las de FFJR. Así, observó que existía una significativa relación entre las variaciones de precios y los desdobles, lo que explicó sobre la base de que "la información concerniente a los factores fundamentales que determinan los precios es... llevada a la atención del mercado por el desdoble" ( 38 ). Más aún, terminó señalando, de forma semejante a como ya lo hicieran FFJR, que "el conocimiento de que, en la media, existe una relación positiva entre variación de precios y desdoble, parece ser útil, para los inversores, solo en la medida en que puedan predecir, con varios meses de antelación, que va a hacerse un desdoble" ( 39 ).

---

( 36 ) Ibid., p. 315.

( 37 ) Ibid., p.326.

( 38 ) Ibid.

( 39 ) Ibid.

### 3.3 Los anuncios de beneficios.

Uno de los tipos de información que, en cuanto a su efecto en los precios de los títulos, más repetidamente se ha estudiado, es la contenida en los anuncios de beneficios. Debe advertirse, sin embargo, que el objetivo perseguido con estos estudios no siempre ha sido la contrastación de la hipótesis intermedia de eficiencia del mercado. En algunos casos, se partió del supuesto de que el mercado era eficiente a este nivel y se tomó, como objetivo del estudio, el análisis del carácter novedoso de los datos contables, haciéndose corresponder, tal carácter, con el tamaño del movimiento de precios que acompañara al anuncio de tales datos. Pero estos estudios -los tests de asociación- ya fueron objeto de atención en un capítulo anterior y se volverá a hacer referencia a ellos próximamente. Importa, ahora, comentar brevemente los tests de la hipótesis intermedia de eficiencia basados en la reacción de los precios a los anuncios

de beneficios (760).

Uno de los primeros tests de este tipo fué el realizado por Ball y Brown en 1968 (761) empleando, básicamente, el procedimiento desarrollado por FFJR. Utilizando una muestra de 261 empresas americanas, calcularon los beneficios medios de todas ellas en una serie de años, e hicieron las regresiones de las series correspondientes a cada empresa sobre tales promedios. Con ello, pasaron a realizar predicciones, considerando que si los beneficios reales resultaban superiores a los predichos, los inversores lo tomarían como una noticia positiva, siendo negativa en caso contrario. Posteriormente, estimaron el modelo de mercado de cada título empleando datos mensuales y computaron los residuos medios acumulativos separadamente para aquellas empresas cuyos

---

(760) Será, por tanto, esta perspectiva de los tests, la que se considere en el presente apartado.

(761) R. Ball y P. Brown: "An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers", *Journal of Accounting Research*, v.6, otoño 1968, pp. 159-178.

beneficios habían resultado superiores a los predichos, de aquellas para las que habían resultado inferiores, observando que los de las primeras comenzaban a crecer doce meses antes, aproximadamente, que el anuncio del beneficio, en tanto que en las segundas el comportamiento era inverso. Ball y Brown concluyeron además que:

"De toda la información que, sobre una firma individual se hace disponible en un año, la mitad o más corresponde al dato sobre los beneficios de ese año. Su contenido es, por tanto, considerable. Sin embargo, los informes sobre beneficios anuales no son muy apreciados... pues la mayor parte de su contenido (en torno a un 55 o 90 por cien) es recogido por otros medios previos que, quizás, incluyan a los informes intermedios" (72).

---

(72) Ibid., p. 176.

Semejante, pero algo más incompleto que el trabajo realizado por Ball y Brown, fué el llevado a cabo, en el mismo año, por Beaver (743), quien hizo también un análisis de residuos medios, encontrando que estos eran mucho mayores en la semana en que se producía el anuncio de beneficios, que en cualquier otra del año. Los residuos medios eran, así mismo, muy altos en la semana previa al anuncio y en las dos siguientes. Todo ello parece indicar que el mercado reaccionaba rápidamente a la nueva información (744). Beaver no distinguió, sin embargo, entre las informaciones, según fueran favorables, o no, al accionista.

Conclusiones contrarias a las de Beaver, empleando su misma metodología, fueron encontradas, para el mercado de

---

(743) W. Beaver: "The Information Content of Annual Earnings Announcements", Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1968, suplemento del Journal of Accounting Research, 1968, pp. 67-92.

(744) Beaver obtuvo, además, confirmación a estos resultados mediante la observación de que el volumen de negociación de las acciones, en la media, aumentaba sustancialmente, en la semana del anuncio de beneficios.

Israel, por Lev y B. Yahalomi (745).

El estudio realizado por Ball y Brown en el mercado estadounidense fué trasladado por Brown al de Australia, en 1970 (746). A la vista de sus resultados, los datos sobre beneficios parecen tener un mayor contenido de información en este último mercado que en aquel; es decir, en el mercado australiano los beneficios parecen no ser anticipados por los precios en igual medida que en el americano, lo que provoca una mayor reacción de los precios a su anuncio.

Brown y Kennelly (747) confirmaron, en 1972, las conclusiones generales de Ball y Brown, tomando ahora los anuncios de beneficios trimestrales en lugar de los anuales

---

(745) B. Lev y B. Yahalomi: "The Effects of Corporate Financial Statements on the Israeli Stock Exchange", *Management International Review*, v. 12, nº 2-3, 1972. Trabajo citado por M. Firth en: "The Valuation of Shares.", ob. cit., p. 146.

(746) P. Brown: "The Impact of the Annual Net Profit Report on the Stock Market", *Australian Accountant*, v.40, 1970. Citado por M. Firth en: "The Valuation..", ob.cit.p.144

(747) P. Brown y J. Kennelly: "The Informational Content of Quarterly Earnings: An Extension and Some Further Evidence", *Journal of Business*, v. 45, nº 3, julio 1972, pp. 403-415.

empleados por estos.

Contrarias a la hipótesis de eficiencia, fueron las conclusiones obtenidas en los trabajos realizados por Jones y Litzemberger en 1970 (78) y 1973 (79). Estos autores proyectaron los beneficios trimestrales de aquellas empresas cuya tendencia de beneficios históricos se aproximaba bien mediante una recta y, cuando dispusieron de los beneficios reales, los compararon con los proyectados, observando que cuando aquellos eran significativamente superiores a los predichos, en los seis meses siguientes se producía una tendencia alcista de los precios, lo que interpretaron como que, en tal periodo, la noticia favorable se había ido extendiendo entre la comunidad inversora. En definitiva, de acuerdo con sus resultados, el ajuste de los precios a la nueva in-

---

(78) C.P. Jones y R.H. Litzemberger: "Quarterly Earnings Reports and Intermediate Stock Price Trends", Journal of Finance, v. 25, n° 1, marzo 1970, pp. 143-148.

(79) C.P. Jones: "Earnings Trends and Investment Selection", Financial Analysts Journal, marzo-abril 1973, pp. 79-83



formación considerada, no pareció ser instantáneo. En la am  
pliación realizada en 1973, Jones introdujo, además, una téc  
nica de inversión, basada en el ratio beneficios/precio (E/P)  
que, a su juicio, era útil para obtener unos resultados supe  
riores a los normales.

Jordan (7\*) utilizó una metodología semejante a la  
de Ball y Brown, empleando datos diarios (referentes a los  
25 días anteriores al del anuncio y a los 24 posteriores),  
para examinar el efecto, sobre los precios, de los anuncios  
de beneficios trimestrales, distinguiendo entre

- empresas con beneficios crecientes,
- empresas con beneficios decrecientes,
- y empresas con beneficios estables.

---

(7\*) R.J. Jordan: "An Empirical Investigation of the Adjust  
ment of Stock Prices to New Quarterly Earnings Informa  
tion", Journal of Financial and Quantitative Analysis,  
v. 8, nº 1, septiembre 1973, pp. 609-620.

Otra nota interesante del trabajo de este autor, es la defensa que realiza del empleo, junto a la media aritmética simple de los residuos, de la media absoluta, sobre la base de que esta "representa un sencillo y efectivo... medio de cribar las fluctuaciones aleatorias" (71). Tras estudiar 45 empresas, seleccionadas aleatoriamente, en el periodo comprendido entre abril de 1963 y diciembre de 1968, Jordan concluyó que el mercado evaluaba los beneficios anuales y los correspondientes al tercer trimestre, de forma diferente que los del primero y el segundo. Además, este autor observó que las cotizaciones se ajustaban de forma diferente en las empresas en crecimiento que en las restantes.

Otro interesante trabajo publicado en 1973 fué el realizado por Foster (72) para examinar la reacción de los

---

(71) Ibid, p. 612.

(72) G. Foster: "Stock Market Reaction to Estimates of Earnings-per-Share by Company Officials", Journal of Accounting Research, v. 11, nº 1, primavera 1973, pp. 25-37

precios y de los volúmenes de negociación, ante los anuncios referentes, no a los beneficios, sino a las estimaciones de los mismos publicadas con carácter previo al conocimiento de las cifras exactas. Foster observó que tales anuncios producían incrementos en los volúmenes de negociación y unos ajustes de precios lo bastante rápidos como para impedir la obtención de resultados anormales a quien tratara de aprovechar esta información pública.

Otros trabajos en este área ampliamente difundidos y/o mencionados con cierta frecuencia en la literatura referente a los contrastes de la hipótesis intermedia de eficiencia, fueron los de:

- Kisor y Messner (73), quienes, estudiando la evolución de las cotizaciones de las empresas cu-

---

(73) M. Kisor y V.A. Messner: "The Filter Approach and Earnings Forecasts", *Financial Analysts Journal*, v. 25, nº 1, enero-febrero 1969, pp. 109-115.

yos beneficios por acción se iban incrementando a una tasa creciente, obtuvieron resultados contrarios a la hipótesis de ajuste instantáneo y total a la nueva información.

- May, quien, en 1971 (24) aplicó una metodología semejante a la de Ball, Brown y Beaver, para estudiar la duración de los efectos de los anuncios de beneficios trimestrales, empleando series de precios semanales del "American Stock Exchange".

- Forsgardh y Hertzén, quienes, en 1973 (25) tras

---

(24) R. May: "The Influence of Quarterly Earnings Announcements on Investor Decisions as Reflected in Common Stock Price Changes", Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1971, suplemento del Journal of Accounting Research, v. 9, 1971, pp. 119-163. Trabajo citado por T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee en "Efficient Capital...", ob.cit., p. 25.

(25) L.E. Forsgardh y K. Hertzén: "The Adjustment of Stock Prices to New Earnings Information. A Study of the Efficiency of the Swedish Stock Market", estudio presentado en el "International Workshop on Capital Markets", desarrollado en el "International Institute of Management" de Berlín, en septiembre de 1973. Este trabajo se encuentra recogido en la obra de E.J. Elton y H.J. Gruber: "International...", ob.cit., pp. 68-86.

ladaron el análisis de residuos al mercado sueco<sup>72</sup> y observaron que, en el mes anterior a la semana del anuncio, se producía, en la media, cierto ajuste de precios, si bien el movimiento principal se daba en dicha semana. Concluyeron que sus resultados prestaron apoyo a la hipótesis de que el mercado de valores sueco es eficiente en la forma semifuerte" (74).

- Griffin, quien, recientemente (77), aplicó el análisis de residuos medios acumulativos -pero no del modelo de mercado, sino del MS-L- al estudio de la influencia que, sobre las cotizaciones, tuvieron los anuncios de beneficios y dividendos, así como las recomendaciones de los analistas es-

---

(74) Ibid., p. 86.

(77) P.A. Griffin: "Competitive Information in the Stock Market: An Empirical Study of Earnings, Dividends and Analysts Forecasts", Journal of Finance, v.32, n°2, mayo 1976, pp. 631-649.

pecializados, en el mercado de Nueva York, entre 1968 y 1973. Sus resultados fueron congruentes con la hipótesis de eficiencia (778).

---

(778) En relación con la influencia de la publicación de variaciones en los dividendos a repartir, sobre los precios de las acciones, pueden verse, así mismo:

- R. Pettit: "Dividend Announcements, Security Performances and Capital Market Efficiency", *Journal of Finance*, v. 27, nº 5, diciembre 1972, pp. 993-1007.
- R. Watts: "The Information Content of Dividends", *Journal of Business*, v. 46, nº 2, abril 1973, pp. 191-211.

### 3.4 Las modificaciones de los procedimientos contables.

En los últimos años, cabe observar, entre los estu  
dios referentes a la eficiencia de los mercados de valores,  
y, más concretamente, entre los contrastes empíricos, una  
creciente participación de los denominados "tests de asocia  
ción". Entre estos, son numerosos los dirigidos a contras-  
tar la capacidad del mercado para dilucidar lo que hay de  
cierto tras los datos que se le ofrecen, esto es, la hipó-  
tesis de que los precios descuentan correctamente la infor-  
mación que se publica. Se enfrentan aquí, como se sabe, dos  
posiciones: (a) la de los que afirman que los inversores no  
tienen, en su mayoría, los conocimientos necesarios, ni dis-  
ponen del tiempo preciso, para analizar en profundidad los  
informes contables y que, por tanto, las cotizaciones serán  
diferentes según sean, por ejemplo, los procedimientos em-  
pleados para calcular algunas de las magnitudes que influ-  
yen en la determinación de los beneficios (Archibald (79))

---

(79) T.R. Archibald: "Stock Market Reaction to the Deprecia-  
tion Switch-Back", Accounting Review, enero 1972, (pp.  
22-30), p. 24.

denómino, a tal posición, "hipótesis del inversor ingenuo");  
y (b) la de aquellos que consideran que, aún cuando cada in  
versor individual no valora la realidad adecuadamente, los  
inversores com grupo (el mercado) si lo hacen, pues unos rea  
lizarán valoraciones en exceso y otros en defecto, de manera  
que, en la media, unas y otras se compensarán (todo ello,  
sin perjuicio de la actuación de los analistas especializa-  
dos y de los inversores profesionales a los que se ha hecho  
repetida referencia).

Todos aquellos resultados que mostrasen que las mo  
dificaciones de los procedimientos contables (sin que se cam  
bien sustancialmente las circunstancias reales) dan lugar,  
consistentemente, a variaciones significativas de precios,  
constituirían evidencia favorable a la posición mencionada  
en primer lugar, y contraria a la hipótesis de eficiencia,  
según la cual, en todo momento, los precios reflejan total  
y correctamente la información publicamente disponible. De  
ahí el interés de estos contrastes en este contexto.





Uno de los antecedentes de estos tests podría sustituirlo, al decir de Firth ( 780 ), un trabajo realizado, en 1964, por Dychman ( 781 ), quien envió dos estados financieros idénticos, salvo en cuanto a los procedimientos de valoración de inventarios utilizados (en uno se empleó el método FIFO y en el otro el LIFO) a tres grupos de analistas financieros, encontrando que dos de ellos dieron diferentes valores de las acciones dependiendo de cual de los procedimientos (FIFO o LIFO) se utilizara ( 782 ).

---

( 780 ) M. Firth: "The Valuation... ", ob. cit., p. 147.

( 781 ) T.R. Dychman: "On the Investment Decision", Accounting Review, v. 39, abril 1964.

( 782 ) Firth añade que semejantes resultados fueron obtenidos, en un estudio similar, por R.E. Jensen en "An Experimental Design for Study of Effects of Accounting Variations in Decision Making", Journal of Accounting Research, v. 4, otoño 1966. Sin embargo, también según este autor, en otros estudios de parecidas características, realizados por W.J. Bruns ("Inventory Valuation and Management Decisions", Accounting Review v. 40, abril 1965) y M.E. Barret ("Accounting for Intercompany Investments: A Behavioral Field Experiment", Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1971, Suplemento del Journal of Accounting Research, v. 9, 1971), se obtuvieron conclusiones contrarias a aquellos.

A mediados de los años sesenta, comenzaron a aparecer una serie de estudios basados en instrumentos típicamente "fundamentalistas", como los modelos de capitalización de beneficios --mediante los que se trata de expresar los precios de los títulos como resultado de la actualización financiera de sus beneficios futuros-- o los ratios precio/beneficio(PER). Entre tales estudios cabe mencionar:

- Los llevados a cabo por O'Donnell ( 783 ), quien observó que distintos procedimientos de contabilizar los impuestos y la depreciación, no daban lugar a diferentes niveles en los índices precio/beneficio reales de las empresas de servicios eléctricos.

- El que, en 1969, y también en el ámbito de las

---

( 783 ) J.L. O'Donnell: "Relationships Between Reported Earnings and Stock Prices in the Electric Utility Industry", Accounting Review, enero 1965, pp. 135-143. También, de J.L. O'Donnell: "Further Observations on Reported Earnings and Stock Prices", Accounting Review, julio 1968, pp. 549-553.

empresas de electricidad, realizó Mlynarczyk (784) quien concluyó que los distintos procedimientos de contabilización de los impuestos no afectaban a las funciones de capitalización de los beneficios de las empresas.

- El que, con resultados contrarios a la hipótesis de eficiencia, llevó a cabo Comiskey (785) para determinar si, al modificar los procedimientos de contabilización de las depreciaciones, se producía un comportamiento de los PER de las empresas, en las que se realizaba tal modificación, diferente del observable en los de otras empresas del mismo sector, concluyendo afirmativamente a tal hipó

---

( 784 ) F. Mlynarczyk: "An Empirical Study of Accounting Methods and Stock Prices", Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1969; suplemento del Journal of Accounting Research, v. 7, 1969, pp. 63-81.

( 785 ) E. Comiskey: "Market Response to Changes in Depreciation Accounting", Accounting Review, abril 1971, p. 279-285.

tesis.

Mucho más interés que los anteriores, tienen los trabajos realizados en 1972 por Archibald ( 786 ), Kaplan y Roll ( 787 ) y Ball ( 788 ).

Archibald utilizó, en esencia, la metodología basada en el modelo de mercado, que desarrollaron FTJR, para comprobar si el incremento aparente de beneficios producido en 65 empresas norteamericanas que cambiaron su método de amortización (a efectos de contabilidad externa) de un procedimiento acelerado a otro lineal ( 789 ), había tenido alguna

---

( 786 ) T. R. Archibald: "Stock Market Reaction to the Depreciation...", ob. cit.

( 787 ) R.S. Kaplan y R. Roll: "Investor Evaluation of Accounting Information: Some Empirical Evidence", Journal of Business, v. 45, nº 2, abril 1972, pp. 225-257.

( 788 ) R. Ball: "Changes in Accounting Technique and Stock Prices", Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1972, suplemento del Journal of Accounting Research, v. 10, 1972, pp.1-38.

( 789 ) Archibald (p.23) observó que, para las 60 empresas de la muestra que obtuvieron beneficios, el incremento medio producido en los mismos por la variación contable, fué, tras deducir impuestos, de un 8,64 por cien, en un rango que iba desde un 1 hasta un 26,8 por ciento.

influencia en el comportamiento de los precios de sus acciones. Para ello, comenzó estimando los parámetros de las líneas características de los 65 títulos, utilizando, como muestra, los precios observados en 156 meses. A continuación, calculó los residuos correspondientes a los 23 meses anteriores al del anuncio, a este último (mes 0) y a los 24 siguientes. En la línea del trabajo de FFJR, calculó, también, seguidamente, los residuos medios, " $\bar{e}_m$ ", en cada uno de esos 48 meses. Sin embargo, a diferencia de aquellos, no utilizó los residuos medios acumulativos que hubieran podido arrojar una mayor luz a sus resultados. Archibald observó que había "18 residuos medios negativos en los 23 periodos mensuales anteriores al anuncio de la variación. Este desproporcionado número de valores negativos indica que, en la media, en los dos años anteriores al anuncio de la variación, las empresas... tuvieron unos resultados inferiores que los correspondientes a su relación normal con el mercado. En el mes del cambio, " $\bar{e}_m$ " fué positivo, en tanto que en los 24 meses posteriores tales valores estuvieron más divididos con 12 negativos y 12 positivos. Las primeras cinco observaciones posteriores al cambio

fueron negativas, mientras que entre las subsiguientes observaciones, del periodo -5 al -24, hubo doce valores positivos y 7 negativos" ( 790 ). Como comentó el autor, "no es tarea fácil interpretar estos resultados. Desafortunadamente, los datos podrían ser invocados en cualquiera de las hipótesis que compiten para apoyar su posición particular" ( 791 ). Así, podrían considerarse como resultados favorables a la "hipótesis del inversor ingenuo", la positiva reacción observada en el mes 0 y las elevaciones que, en los meses -5 y -12 (posibles fechas de anuncios de beneficios), se produjeron en los residuos medios. Pero también podría considerarse que, "en general, estos datos muestran que el efecto resultante de la modificación contable es muy pequeño" ( 792 ).

Para estudiar el efecto, sobre los precios, de las variaciones introducidas en la contabilización de las amor-

---

( 790 ) T.R. Archibald: "Stock Market...", ob. cit., p. 28.

( 791 ) Ibid.

( 792 ) Ibid., p. 29.

tizaciones y los créditos, Kaplan y Roll aplicaron también un análisis de residuos semejante al diseñado por FFJR, pero basándose en el modelo de equilibrio de Sharpe-Lintner que convirtieron en el modelo de regresión:

$$R_{jt} = \gamma_j \cdot R_{ft} + \beta_j \cdot R_{Mt} + \epsilon_{jt} \quad (3.22)$$

siendo " $\epsilon_{jt}$ " el término de perturbación cuya media se supone igual a cero. Utilizando las 338 observaciones semanales comprendidas entre el 5 de julio de 1962 y el 25 de septiembre de 1969, correspondientes:

- a las tasas medias de rentabilidad de la deuda pública a corto plazo (" $R_{ft}$ ",  $t = 1, 2, \dots, 338$ )
- a los precios (" $p_{jt}$ ") de 364 acciones americanas (para el cálculo de los " $R_{jt}$ ",  $j = 1, 2, \dots, 364$  y  $t = 1, 2, \dots, 338$ ) ( 713 )
- y al índice Standard and Poor (para el cálculo de

---

( 713 ) Para calcular las tasas de rentabilidad, se computaron también los dividendos satisfechos a los títulos.

las tasas de rentabilidad medias del mercado, " $R_{it}$ ").

estimaron los valores de " $\delta_j$ " y " $\beta_j$ " de la ecuación anterior y calcularon los residuos medios en las 60 semanas más cercanas a la del anuncio de beneficios, así como los residuos medios acumulativos en las mismas. Tras su análisis concluyeron, refiriéndose a un trabajo de Myers titulado "Depreciation Manipulation for Fun and Profits" ( 744 ), que:

"La manipulación de los beneficios puede ser divertida, pero su rentabilidad es dudosa. Hemos tenido dificultades para discernir efecto alguno, estadísticamente significativo, que haya tenido en los precios de los títulos. Sin embargo, con base exclusiva en los promedios, podemos concluir que los precios de los títulos se incrementan en torno a

---

( 744 ) J. Myers: "Depreciation Manipulation for Fun and Profits", Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6 (noviembre-diciembre 1967, pp.117-123) y v. 25, nº 5 (septiembre-octubre 1969, pp. 47-56); trabajo citado por R.S. Kaplan y R. Roll en "Investor Evaluation...", ob. cit. p. 226.



la fecha en que una empresa anuncia unos beneficios inflados mediante una modificación contable. El efecto parece ser temporal, y, ciertamente, para el siguiente informe trimestral, el precio refleja el nivel apropiado al verdadero estado económico de la empresa" ( 745 ).

El trabajo de Ball se encuentra en la línea de los de Archibald y Kaplan y Roll, pero introduciendo algunas novedades, entre las que cabe destacar:

- El mayor número de modificaciones contables estudiadas (variaciones en la valoración de inventarios, contabilización de la depreciación, etc.).
- La utilización de un modelo de equilibrio diferente a los empleados por aquellos. Ball se aproximó al modelo de Black en la línea de las investiga-

---

( 745 ) R.S. Kaplan y R. Roll: "Investor Evaluation...", ob. cit., p. 245.

ciones empíricas, dirigidas a la contrastación del equilibrio del mercado, de Friend y Blume ( 796 ), Black, Jensen y Scholes ( 797 ) y Fama y MacBeth ( 798 ).

- Frente a los modelos de series de tiempo, Ball utilizó, así, regresiones "cross-section" de las rentabilidades obtenidas en cada periodo, por distintos activos, sobre sus coeficientes de volatilidad (la intersección con el eje de ordenadas de la recta de regresión constituiría la estimación de la rentabilidad de la cartera de volatilidad nula).

---

( 796 ) I. Friend y M. Blume: "Measurement of Portfolio Performance Under Uncertainty", *American Economic Review*, v. 60, nº 4, septiembre 1970, pp. 561-575. También de M. Blume e I. Friend: "A New Look at the Capital Asset Pricing Model ", *Journal of Finance*, v. 28, nº 1, marzo 1973, pp. 19-33.

( 797 ) F. Black, M.C. Jensen y M. Scholes: "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", en M.C. Jensen: "Studies in the Theory of Capital Markets", Praeger, Nueva York, 1972, pp. 79-121.

( 798 ) E.F. Fama y J.D. MacBeth: "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests", *Journal of Political Economy*, v. 81, nº 3, mayo-junio 1973, pp. 607-636

- El que, lejos de suponer la estacionariedad de los coeficientes de volatilidad, Ball introdujera ciertos ajustes por la falta de la misma. Más aún, ciertas implicaciones de los resultados obtenidas en un primer momento, que podrían resultar contrarias a la hipótesis de eficiencia del mercado, desaparecieron al realizar tales ajustes.

Ball estudió los residuos medios y medios-acumulativos y, tras realizar los mencionados ajustes, concluyó que el mercado reaccionaba eficientemente a cualquier nueva información derivada de las modificaciones contables y que, cuando tales variaciones no tenían contenido informativo alguno, no se observaba ningún comportamiento anormal en las rentabilidades de los títulos ni antes ni después de las mismas.

### 3.5 Las grandes transacciones en el mercado secundario.

De acuerdo con la teoría del mercado eficiente, el precio corriente de un título debe ser una estimación insegada de su valor intrínseco. Dicho de otro modo, si se considera que la rentabilidad de un título depende de su riesgo, el precio corriente del mismo, en un mercado eficiente, debe ser tal que su rentabilidad esperada sea adecuada a sus características de riesgo. El precio no depende, por tanto, según esta teoría, de los niveles de oferta y demanda en sí, sino de las características mismas del título, de las que aquellas deben ser un reflejo. "Aquí, entonces, está el dilema. De un lado, la experiencia de la mayoría de los gestores de carteras institucionales, indica que es difícil enajenar grandes cantidades de títulos sin provocar una reducción correspondiente en el precio. De otro, la fuerte competencia entre los inversores debería hacer que se igualaran los atractivos de los títulos individuales, de forma que solo fuera necesario ofrecer el título con un pequeño descuento para

estimular la demanda" ( 799 ).

En su tesis, realizada en la Universidad de Chicago en 1969, Scholes ( 800 ) vino a armonizar ambas posiciones. Según este autor, conforme a la experiencia, las ventas de grandes paquetes de títulos en el mercado, provocan reducciones de precios, pero solo "en la medida en que... estén asociadas con información adversa" ( 801 ).

Tomando como muestra 345 grandes ventas ("distribuciones secundarias") producidas en el periodo comprendido entre julio de 1961 y diciembre de 1965, así como las rentabilidades diarias de los títulos vendidos en los 100 días co-

---

( 799 ) R.A. Brealey: "Security Prices in a Competitive Market", The MIT Press, Cambridge, 1971, p. 83.

( 800 ) M. Scholes: "A Test of the Competitive Market Hypothesis: The Market for New Issues and Secondary Offerings", Tesis no publicada, Univ. de Chicago, 1969. Nuestros comentarios se basan en la adaptación de M. Scholes: "The Market for Securities: Substitution versus Price Pressure and the Effects of Information on Share Prices", Journal of Business, v.45, n°2, abril 1972, pp. 179-211.

( 801 ) Ibid., p. 200.

respondientes al entorno de las ventas ( 802 ), Scholes realizó, siguiendo la metodología de FFJR, un análisis de residuos basado en el modelo de mercado, que le llevó a concluir que, en la media, las distribuciones secundarias se correspondían con una reducción de un 1 o 2 por ciento en los residuos medios acumulativos de los títulos. Sin embargo, "esta reducción no parece estar asociada con el tamaño... " ( 803 ) del paquete vendido, sino con el carácter negativo, más o menos acentuado, de la información que conlleva la realización de la venta. Así, el mayor valor absoluto de los residuos medios acumulativos negativos, correspondió a aquellas ventas en las que el oferente era la propia empresa o uno de sus agentes ( 804 ), siendo muy inferior cuando el vendedor era un inversor individual que, presumiblemente, realizaría la venta por motivos de consumo, diversificación, etc... Tales diferencias se acentuaban unos días después de la distribución.

---

( 802 ) Para confirmar sus resultados, Scholes empleó, posteriormente, otra muestra basada en observaciones mensuales.

( 803 ) H.S. Scholes: "The Market for...", ob. cit., p. 200.

( 804 ) En EEUU, una empresa puede mantener en cartera sus propias acciones.

momento en el que se hace público el nombre del vendedor. La razón es que las ventas realizadas por las empresas "contienen información de significativo valor. Ellas venden cuando el título ha experimentado rentabilidades anormalmente positivas y consideran que está sobrevalorado por el mercado, y la experiencia posterior a la distribución confirma su análisis" ( 805 ).

Obsérvese que la evidencia proporcionada por el trabajo de Scholes resulta favorable a la hipótesis de eficiencia en la forma intermedia, pero contraria a la referente a la forma fuerte. En efecto, de su análisis se deduce que, en efecto, las empresas disponen de información no descontada por el mercado, que les permite identificar cuando el título está sobrevalorado. La realización de la venta y, especialmente, la publicación del nombre de quien la realiza, constituye información para el mercado, que ajusta los precios a

---

( 805 ) M.S. Scholes: "The Market for...", ob. cit., p. 203.

la misma, tratando de adaptarlos a las circunstancias reales. De ahí que, con posterioridad al momento de la publicación del nombre del vendedor (seis días después de la venta), los residuos medios volvieran a comportarse aleatoriamente; los precios vuelven a oscilar, de forma aleatoria, en torno al nuevo valor intrínseco derivado de la información públicamente disponible.

Aunque el trabajo de Scholes es, sin duda, el de mayor interés en este ámbito, no es el único. Así, también Kraus y Stoll ( 80 ) encontraron evidencia favorable a la hipótesis de eficiencia a nivel intermedio, del mercado de ueva York, en un estudio sobre las grandes transacciones de titulos. Estos autores observaron que, si bien tales transacciones daban lugar a movimientos de precios, su efecto era transitorio y, al final del día de la transacción, quedaba com-

---

( 80 ) A. Kraus y H. Stoll: "Price Impacts of Block Trading on the New York Stock Exchange", Journal of Finance, v. 27, n° 3, junio 1972, pp. 569-588.



pleto. El hecho de que el efecto sobre los precios fuera al alza, si la operación la iniciaba el comprador, y a la baja si la iniciaba el vendedor, fué interpretado como que tales movimientos eran debidos al contenido informativo de la operación. En cualquier caso, tras el día de la operación, el comportamiento de los precios dejaba de ser predecible.

Evidencia en contra de tal hipótesis de eficiencia puede encontrarse en un trabajo realizado en 1973 por Grier y Albin ( 80 ). Sus conclusiones debieran confrontarse, sin embargo, con las críticas efectuadas al mismo, por Reback, ( 81 ) un año después.

---

( 80 ) P. Grier y P. Albin: "Nonrandom Price Changes in Association with Trading in Large Blocks", *Journal of Business*, v. 46, n° 3, julio 1973, pp. 425-433.

( 81 ) R. Reback: "Nonrandom Price Changes in Association with Trading in Large Blocks: A Comment", *Journal of Business*, v. 47, n° 4, octubre 1974, pp. 464-465.

### 3.6 Las recomendaciones públicas de inversión.

Algunos de los contrastes de la hipótesis de eficiencia se han basado en las recomendaciones de compra y venta de títulos realizadas en las publicaciones financieras. La idea básica es que, en un mercado que fuera eficiente a nivel intermedio -y que no lo fuera a nivel fuerte-, las recomendaciones basadas en "información interna" tendrían, en sí, contenido informativo, pero no podrían ser utilizadas con provecho sino por aquellos que las recibieran antes de hacerse públicas, pues, con su publicación, se produciría un inmediato ajuste de los precios a tal contenido de información.

Corresponde, pues, comprobar la rapidez del ajuste de los precios a la publicación de las recomendaciones y su comportamiento posterior. Si el ajuste fuera instantáneo e insesgado, cabría concluir que el mercado es eficiente en la forma intermedia (que no a nivel fuerte). Si, tras las recomendaciones, se observaran paulatinas variaciones de precios en el sentido predicho por las mismas, cabría concluir, por

el contrario, que el ajuste no es instantáneo y que o se cumplen las circunstancias que definen tal forma de eficiencia.

Una crítica elemental a este tipo de razonamiento parte de la imposibilidad de asegurar que, no ya la totalidad, sino siquiera una mayoría de las recomendaciones se basen en información interna. Es posible que la base de las mismas se encuentre en una interpretación de la información pública más correcta que la realizada por el mercado. Con los rápidos ajustes de precios no se pondría de manifiesto, entonces, sino la incapacidad del mercado para interpretar correctamente la información que se le ofrece.

Un test bastante completo de este tipo, fué el realizado, recientemente, por Davies y Canes (1973), quienes

---

(1973) P. L. Davies y H. Canes: "Stock Prices and the Publication of Second Hand Information", Journal of Business, v. 51, nº 1, enero 1973, pp. 43-56.

se plantearon las siguientes cuestiones ( 810 ):

- "¿Se ajustan, los precios, cuando un analista revisa su recomendación sobre un título?"
- "¿Depende, la tasa de ajuste, de la medida en que la recomendación se generalice?"
- "¿Tienen, las recomendaciones de compra, distintos efectos que las recomendaciones de venta?"
- "¿Dan lugar, las recomendaciones de los analistas, a mayores (menores) rendimientos que lo normal, cuando son anunciadas, pero menores (mayores) rendimientos que lo normal, después?"

A la primera pregunta, "la forma fuerte del mercado eficiente señala que la recomendación del analista no resultaría en ajuste alguno. Una forma más débil, permitirá a la recomendación llevar una información, pero señalará que

---

( 810 ) Ibid., p. 44.

los precios se ajustarán tan pronto como los clientes de ana lista tengan acceso a la información"( 81 ).

En cuanto a la segunda cuestión, la evidencia es que, publicada la información, esta no se descontará autma ticamente, sino que se fuera reflejando paulatinamente ex los precios a medida que se fuera generalizando, sería, obvimen te, contraria a la hipótesis de eficiencia a nivel intene dio.

La tercera pregunta se refiere a la posibilidad de que, dado que "la venta de un título puede forzar al inver sor a incurrir en impuestos sobre las ganancias de capital", "las recomendaciones de venta pudieran tener menos efectos, sobre los precios, que las recomendaciones de compra"( 82 ).

---

( 81 ) Ibid., p. 45.

( 82 ) Ibid.

El interés de la cuarta cuestión se centra en que "la evidencia de que los ajustes iniciales de precios fueran seguidos de otros en dirección contraria, sugeriría que los analistas podrían afectar a los precios de los títulos incluso si sus recomendaciones no tuvieran contenido económico real" ( 83 ).

Davies y Canes, utilizando la metodología de FFJR basada en el modelo de mercado, estudiaron los efectos, sobre los precios, de 597 recomendaciones de compras y 183 de ventas, realizadas en el mercado norteamericano en 1970 y 1971. Tras estudiar los residuos medios y medios-acumulativos en los 20 días anteriores a las recomendaciones y en los 20 siguientes, concluyeron:

"Los precios de los títulos se ajustan a las... recomendaciones de los analistas. Además, rechazamos la hipótesis de que las recomendaciones de compra

---

( 83 ) Ibid.

o venta dirigidas a un pequeño grupo de inversores se reflejen inmediata y totalmente en el precio del título. En lugar de ello, parece que la subsiguiente diseminación de la información tiene un significativo impacto en el precio... Hay alguna evidencia de que las recomendaciones de los analistas proveen información interna y no son meras profecías" ( 814 ).

Otro estudio basado en el análisis de los residuos, pero no del modelo de mercado, sino del MS-L, fué realizado por M.D. Fitzgerald ( 815 ). Siguiendo, en general, la metodología ya empleada por Kaplan y Roll para estudiar el efecto de las variaciones en los métodos contables, analizó las consecuencias, sobre los precios de los títulos, de 635 re-

---

( 814 ) Ibid. p.55.

También la respuesta a la tercera cuestión planteada fué positiva. Las recomendaciones de compra y las de venta tuvieron diferentes respuestas (p. 51).

( 815 ) M.D. Fitzgerald: "A Proposed Characterisation...", ob. cit.

comendaciones realizadas, en el mercado británico, según de quien proviniesen. Dividió, así, a los analistas y sociedades de gestión, en una serie de grupos de mayor a menor sofisticación y recursos. Su conclusión principal fué que "el grupo 1, el de alta sofisticación, pareció indicar que la alta actividad investigadora puede tener éxito en la generación de posteriores rentabilidades, que, significativamente batirán al mercado a corto plazo", lo que, unido a otros resultados, "parece implicar ciertas imperfecciones en la hipótesis del mercado de capitales eficiente según los datos del Reino Unido" ( 86 ).

También Griffin, en el trabajo anteriormente mencionado ( 87 ), incluyó, entre las distintas informaciones analizadas (anuncios de beneficios, dividendos, ... ), las recomendaciones de los analistas especializados, obteniendo con

---

( 86 ) Ibid., p. 108.

( 87 ) R.A. Griffin: "Competitive Information... ", ob. cit.



clusiones favorables a la hipótesis de eficiencia. Otros trabajos, quizás de menor interés, que pueden consultarse, son los de Firth ( 818 ) y Ambachtsheer ( 819 ):

---

( 818 ) M. Firth: "The Performance of Share Recommendations Made by Investment Analysts and the Effects on Market Efficiency", Journal of Business Finance, v.4, nº 2, verano 1972.

( 819 ) K. Ambachtsheer: "Portfolio Theory and the Security Analyst", Financial Analysts Journal, v. 28, nº6, noviembre-diciembre 1972, pp.53-57.

4- LOS ESTUDIOS REFERENTES A LA INFLUENCIA DE LOS TIPOS DE INTERESES Y DE LA OFERTA MONETARIA SOBRE EL NIVEL GENERAL DE LAS COTIZACIONES, Y OTROS CONTRASTES DE LA HIPÓTESIS INTERMEDIA DE EFICIENCIA.

Uno de los trabajos más difundidos, entre los referentes a la contrastación de la hipótesis intermedia de eficiencia, es el realizado por Waud, en 1970 ( 820 ), para estudiar la reacción de los precios a las variaciones en el tipo de descuento de la Reserva Federal estadounidense. Waud, siguiendo a Fama ( 821 ), utilizó el modelo adaptativo ( 822 ):

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = e^{\alpha} (P_{t-1}/P_{t-2})^{\beta} \epsilon_t \quad (4.1)$$

que, al tomar logaritmos, adopta la expresión:

---

( 820 ) R.M. Waud: "Public Interpretation of Federal Reserve Discount Rate Changes: Evidence on the Announcement Effect", *Econometrica*, v. 38, nº 2, marzo 1970, pp. 231-250.

( 821 ) D.F. Fama: "The Behavior...", ob.cit.

( 822 ) R.M. Waud: "Public Interpretation...", ob. cit., p. 235.

$$\begin{aligned} \ln P_t - \ln P_{t-1} &= \\ &= \alpha + \beta (\ln P_{t-1} - \ln P_{t-2}) + \ln \xi_t \end{aligned} \quad (42)$$

donde " $P_t$ " es el valor del índice "Standard and Poor's 500" (SP) en la sesión " $t$ ", " $\ln \xi_t$ " es la perturbación aleatoria y " $e$ " es la base del logaritmo natural (" $\ln$ ").

Comentaba Waud, en relación al modelo:

"Restando " $\alpha$ " de ambos lados, .. eliminamos el componente de tendencia sistemática de los datos. (tro posible problema... surge del hecho de que estamos utilizando el índice SP... y no los precios de n título individual. Fama ( 123 ) señala que pareci existir algo más de dependencia en las primeras liferencias diarias de los logaritmos del índice SP que los que pueden encontrarse en las de los logaritmos de los títulos individuales. Si tal depene

---

( 123 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., pp.296-298.

dencia existe, debería ser recogida y controlada por la presencia de " $\beta(\ln P_{t-1} - \ln P_{t-2})$ " a la derecha... Así, además de restar " $\alpha$ " ..... , restando " $\beta(\ln P_{t-1} - \ln P_{t-2})$ " de ambos lados, nos quedamos con el componente aleatorio de los datos ( $\ln \varepsilon_t$ ). En esencia, nuestra investigación consistirá en analizar este componente aleatorio" ( 24 ).

Tomando, como muestra, las 3797 observaciones diarias correspondientes al índice SP en el periodo comprendido entre junio de 1952 y junio de 1967, Waud estimó " $\alpha$ " y " $\beta$ " por mínimos cuadrados y comprobó la simetría de la distribución de los residuos, centrada en cero. Posteriormente, hizo un estudio de residuos medios semejante al que, con base en el modelo de mercado, realizaron FFJR, para estudiar los efectos de veinticinco variaciones en la tasa de descuent

---

( 24 ) R.N. Waud: "Public Interpretation...", ob.cit., p. 236.

to, de las que dieciseis lo fueron al alza y nueve a la baja.

Los principales resultados y conclusiones obtenidos por Waud pueden sintetizarse en los puntos siguientes:

- El residuo medio "asociado a la primera fecha efectiva de variación de la tasa de descuento, " $u_0$ ", fué bastante significativamente negativo en los casos de incremento de la tasa ... y bastante significativamente positivo en los casos de reducción... Tanto la baja probabilidad de que apareciera el valor observado de " $u_0$ ", como el hecho de que su signo resultara diferente dependiendo de si se trataba de incrementos o de reducciones en la tasa de descuento, sugieren... que hay un efecto en las expectativas asociadas con las variaciones en dicha tasa... y que parece haber un consenso sobre qué pronósticos extraer, del contenido de información inferido de tales variaciones, sobre las condicio

nes económicas futuras..." ( 82r ).

- Las reducciones en la tasa de descuento parecieron tender a ser anticipadas por el mercado en cinco o siete días, como media (la evidencia fué menos clara en el caso de los incrementos en la misma). "una razón para ello podría ser que, frecuentemente, las variaciones de la tasa de descuento pueden ser predichas por aquellos que se encuentran en contacto con las condiciones del mercado de dinero..." ( 82u ).

Los resultados de Waud se enmarcan, así, dentro de la evidencia favorable a la eficiencia del mercado norteamericano.

Un sencillo estudio de la influencia de las varia-

---

( 82r ) Ibid., p. 248.

( 82u ) Ibid.

ciones del tipo de interés del banco central sobre los precios de los valores mobiliarios, fué realizado en España por R. Ortega ( 21 ), quien procedió calculando la desviación porcentual del índice general de bolsa, en las cinco sesiones bursátiles siguientes al día del anuncio del nuevo tipo, respecto a la media de las quince sesiones anteriores. Pero este, como otros estudios realizados en España, serán revisados en un apartado posterior.

Una de las obras que mayor polémica han originado en relación con la eficiencia del mercado de valores norteamericano, fué la publicada por Sprinkel en 1964 ( 22 ). En el fondo de dicha polémica, se encuentra la confrontación entre la postura de los cuantitativistas y la de los partidarios de la TIE. Según aquellos, dada una situación en la que

---

( 21 ) R. Ortega: "La política monetaria y el mercado de acciones", Información Comercial Española, nº 518, octubre 1976, pp. 25-39.

( 22 ) E.W. Sprinkel: "Money and Stock Prices...", ob.cit.

cada inversor detenta una cartera formada, entre otros activos, por dinero, si, inesperadamente, se produce una variación en la tasa de crecimiento de la oferta monetaria, los inversores tratarán de desprenderse de dinero, adquiriendo otros activos, si aumentó, o de esos otros activos, para conseguir dinero, si se redujo, de manera que continúen manteniendo su cartera deseada. Esto modificará los precios de los valores mobiliarios, pero no instantáneamente, según estos autores, sino con cierto retraso, pues tales adaptaciones a las nuevas circunstancias no se producirán inmediatamente. Por ello, observando las variaciones monetarias, será posible, de acuerdo con esta postura cuantitativista, predecir el curso de las cotizaciones de los valores mobiliarios.

Por el contrario, como se sabe, los partidarios de la eficiencia de los mercados de valores señalan que, si bien, obviamente, las modificaciones de las variables monetarias se traducen en variaciones de los precios de los títulos, los ajustes serán instantáneos y no será posible encontrar retardo alguno en el descuento, por parte del mercado



de valores, de la información relativa a la evolución de las magnitudes monetarias.

Sprinkel consideró que tanto las variaciones de la cantidad de dinero, como las producidas en los índices bursátiles, son indicadores que anticipan la evolución de la actividad económica. Sin embargo, tras comparar, visualmente, las tasas de variación de ambas y sus variaciones absolutas, concluyó que las magnitudes monetarias se anticipaban más, a dicha evolución, que los índices bursátiles ( 121 ). De ello, derivó que la cantidad de dinero se puede utilizar para predecir las variaciones de tales índices. Más aún, Sprinkel desarrolló una regla mecánica de inversión —que proporcionó una tasa de rentabilidad compuesta del 12,5 por 100 anual, en tanto que la correspondiente a la ECI hubiera sido de un 5,8— descrita como sigue:

---

( 121 ) Según Sprinkel, los precios de los títulos comenzaban a declinar unos cuatro meses antes que los ciclos de actividad económica, en tanto que la tasa de variación de la oferta monetaria permitiría predecir dichos ciclos con nueve meses de antelación.

"Todos los fondos se invirtieron en acciones hasta que el crecimiento monetario se redujo durante 15 meses, y, entonces, todos los fondos fueron invertidos en bonos hasta que el crecimiento monetario aumentó durante dos meses" ( 83a ).

Rozeff ( 83b ) repitió el análisis de la regla de Sprinkel y sólo obtuvo una tasa de rentabilidad de un 5 por 100, lo que le llevó a concluir que, en contra de lo que pudiera parecer, la regla no consistía en repetir su aplicación de una forma sucesiva, sino en elegir los máximos valores de los ciclos y actuar los diecisiete meses siguientes conforme a las palabras estrictas de Sprinkel, para luego esperar al ciclo siguiente. En consecuencia, tal regla se lo podría ser utilizada "ex post".

---

( 83a ) B.W. Sprinkel: "Money and... ", ob. cit., p.149.

( 83b ) M.S. Rozeff: "Money and Stock Prices", Journal of Financial Economics, v. 1, nº 3, septiembre 1974, pp. 245-302. Trabajo recogido en la obra de J.L. Bicksler, ed: "Capital Market Equilibrium...", ob. cit., pp. 517-579.

Otro trabajo polémico fué el publicado, en 1971, por Homa y Jaffee ( 332 ) para presentar un modelo que, a su juicio, permitía predecir el índice SP empleando la oferta monetaria y su tasa de crecimiento como variables independientes. Para predecir la oferta monetaria, lo que sería necesario para que el modelo fuera útil al inversor, Homa y Jaffee utilizaron la tasa de inflación, la de desempleo y una variable que recogía la posición de las reservas de divisas estadounidense. Según estos autores, empleando tal modelo, un inversor podría "batir" a la ECH.

El trabajo de Homa y Jaffe fué contestado por Malkiel y Quandt ( 333 ), quienes negaron la capacidad generadora de beneficios "extraordinarios" de su modelo al extender su aplicación a un periodo no utilizado por aquellos (1970).

---

( 332 ) K. Homa y D. Jaffee: "The Supply of Money and Common Stock Prices", Journal of Finance, v. 26, nº 5, diciembre 1971, pp. 1045-1066.

( 333 ) E. Malkiel y R. Quandt: "The Supply of Money and Common Stock Prices, A Comment", Journal of Finance, v. 27, nº 4, septiembre 1972, pp. 921-926.

También Pesando ( 834 ) criticó, no ya solo el trabajo de Homa y Jaffee, sino, así mismo, otros realizados por Hamburger y Kochin ( 835 ) y por Keran ( 836 ), por no incorporar el riesgo en la medida de los resultados y por utilizar los niveles de precios, en lugar de las variaciones porcentuales de los mismos.

Otros trabajos de interés que pueden consultarse, son los de:

- Palmer ( 837 ), quien realizó diversos análisis gráficos y estadísticos, cuyas conclusiones, con

- 
- ( 834 ) J.E. Pesando: "The Supply of Money and Common Stock Prices: Further Observations on Econometric Evidence", Journal of Finance, v. 29, nº 3, junio 1974, pp. 909-921.
- ( 835 ) M.J. Hamburger y L.A. Kochin: "Money and Stock Prices: The Channels of Influence", Journal of Finance, v. 27, nº2, mayo 1972, pp. 231-249.
- ( 836 ) H.W. Keran: "Expectations, Money, and Stock Market", Federal Reserve Bank of St. Louis Review, enero 1971, pp.15-31.
- ( 837 ) M. Palmer: "Money Supply, Portfolio Adjustments and Stock Prices", Financial Analysts Journal, v.26, nº 4, Julio-agosto 1970, pp. 19-22.

trarias a la hipótesis de eficiencia, debieran considerarse conjuntamente con las críticas que, en relación a un posible sesgo en su trabajo, pueden encontrarse en el estudio de Rozeff ( 838 ).

- Bicksler ( 839 ), quien, junto a una amplia crítica del trabajo de Sprinkel y , en general, de las posiciones cuantitativistas, analiza las relaciones existentes entre las variaciones de la oferta monetaria y las de los precios bursátiles (índice SP) mediante un análisis coespectral, concluyendo que "la evidencia... indica que no hay ninguna relación "lead-lag" entre la oferta monetaria y los precios de los títulos" ( 840 ).

---

( 838 ) M.S. Rozeff: "Money and...", ob. cit., pp. 565 y 566.

( 839 ) J.L. Bicksler: "A Cross-Spectral Analysis of the Lead-Lag Structure of Money Supply-Stock Prices", en J.L. Bicksler, ed: "Methodology in...", ob. cit., pp. 22-243.

( 840 ) Ibid., p. 233.

- Rudolph ( 841 ), quien, mediante una serie de gráficos, trata de mostrar que los precios bursátiles (índice SP) siguen a la oferta monetaria.
- Cooper ( 842 ), quien, en un amplio trabajo, utilizó el análisis espectral para estudiar, separadamente, la presencia de ciclos en los precios bursátiles y en la oferta monetaria, para, a continuación, analizar la relación entre ambas series mediante análisis de regresión y de coherencia.
- J. Kraft y A. Kraft ( 843 ), quienes, mediante diversas regresiones, ofrecieron "apoyo adicional a la hipótesis de eficiencia del mercado por la con

---

( 841 ) J.A. Rudolph: "The Money Supply and the Common Stock Prices", Financial Analysts Journal, v.28, n°2, marzo-abril 1972, pp. 19-25.

( 842 ) R.V.L. Cooper: "Efficient Capital Markets and the Quantity Theory of Money", The Rand Corporation, Santa Monica; trabajo citado por H.S. Roseff en "Money and..", ob. cit., p. 570.

( 843 ) J. Kraft y A. Kraft: "Determinants of Common..", ob. cit.

probación de que los movimientos pasados y actuales de la oferta monetaria no influyen en los precios de los títulos". ( 844 ).

Una buena síntesis de toda la problemática de las relaciones entre dinero y precios de títulos -incluyendo los argumentos empleados en unas y otras posiciones, los modelos teóricos desarrollados para especificar dichas relaciones diversos tests, comentarios a algunos estudios anteriores : crítica de los mismos, etc...- pueden encontrarse en el mucionado trabajo de Rozeff ( 845 ), de un gran interés para quien desee profundizar en esta materia.

Y restan por mencionar numerosos trabajos dedicados al contraste de la hipótesis intermedia. Se espera, esto sí, haber recogido aquellos de mayor interés y/o difusión en la literatura. El simple repaso a la bibliografía incluida en

---

( 844 ) Ibid, p. 417.

( 845 ) M.S. Rozeff: "Money and... ", ob. cit.

cualquiera de los estudios a que se ha hecho mención, conven  
cerá al lector de lo ingente de la labor realizada en esta  
materia. En cualquier caso, a tales relaciones bibliográficas  
cabe remitir a aquellos que deseen profundizar en cualquiera  
de los temas concretos que se han revisado.

Sin embargo, no cabe dejar de hacer mención aquí,  
siquiera sea brevemente, a los trabajos de:

- Fama ( 846 ), quien obtiene conclusiones favorables  
a la eficiencia del mercado de Bonos del Tesoro  
norteamericano, en el periodo 1953-1971, observando  
que, al fijar los tipos de interés nominal, "el  
mercado utiliza correctamente toda la información,  
sobre las futuras tasas de inflación, que se en-  
cuentran en las series de tiempo de las tasas pa-  
sadas" ( 847 ).

---

( 846 ) E.F. Fama: "Short-Term Interest Rates as Predictors  
of Inflation", ob. cit.

( 847 ) Ibid., p. 282.



- Hess y Bicksler ( 848 ), quienes ampliaron el trabajo de Fama, obteniendo, también, conclusiones favorables a la hipótesis de eficiencia.
- Ibbotson ( 849 ), quien, partiendo, básicamente, de la ecuación del modelo de equilibrio de Black, realizó un análisis de residuos para estudiar la reacción de los precios ante la entrada de nuevos títulos a cotizar en el mercado.
- y Mandelker ( 850 ), quien realizó un análisis semejante para observar el comportamiento de los precios de los títulos ante las fusiones y absorciones de empresas.

---

( 848 ) P. Hess y J.L. Bicksler: "Capital Asset Prices versus Time Series Models as Predictors of Inflation: The Expected Real Rate of Interest and Market Efficiency", en J.L. Bicksler: "Capital Market...", ob.cit., pp. 91-110.

( 849 ) R. Ibbotson: "Price Performance of Common Stock New Issues", Tesis no publicada, U. de Chicago, 1974. ora citada por E.F. Fama en "Foundations..." ob.cit., p. 377.

( 850 ) G. Mandelker: "Risk and Return: The Case of Merging Firms", en J.L. Bicksler, ed: "Capital Market..." ob.cit., pp. 389-424.

#### 5- LA CONTRASTACION EMPIRICA DE LA HIPOTESIS FUERTE.

La forma fuerte de eficiencia correspondería a un mercado en el que los precios, en todo momento, reflejaran completa y correctamente, toda la información existente, incluyendo, entre tal información, tanto la públicamente disponible como la que no lo fuera. En un mercado eficiente a este nivel, no sería posible, entonces, que un inversor obtuviera, haciendo uso de información "interna", unos resultados consistentemente superiores a los correspondientes a la media del mercado o a los que obtendría otro inversor que siguiera una estrategia de inversión aleatoria.

La evidencia disponible parece señalar que no hay mercado en el mundo que alcance tal forma de eficiencia. Así, aún en el mercado de Nueva York, donde, según se ha venido observando -si bien existen contradicciones en las conclusiones de los tests- la eficiencia parece haber alcanzado un alto nivel, existen determinados individuos, denominados "insiders" o "enterados", que parecen utilizar la infor-

mación de que disponen monopolísticamente, para obtener unos resultados, en sus inversiones, consistentemente superiores a la media.

Tal hecho ya fué apuntado, en 1966, por Niederhoffer y Osborne ( 81 ), cuando, estudiando el funcionamiento del mercado de Nueva York, observaron que los especialistas de mismo parecían utilizar con beneficios la información proporcionada por las órdenes establecidas a precios limitados y no satisfechas. Señalaron así:

"Los límites de las órdenes de compras obligan al agente a ejecutarlas a un precio específico o más bajo y a la inversa ocurre con las órdenes limitadas de ventas. Estas órdenes son recogidas en el libro del especialista, quien recibe comisiones por mantenerlas. Además de estas comisiones, que constituyen

---

( 81 ) V. Niederhoffer y H.F.M. Osborne: "Market Making and Reversal on the Stock Exchange", Journal of the American Statistical Association, v. 61, nº 315, diciembre 1966, pp. 897-915.

renta sin riesgo, el especialista obtiene los beneficios (y, en ocasiones, las pérdidas) derivados de la negociación por su cuenta" ( 82 ).

También del trabajo de Scholes ( 83 ) cabe deducir, como se recordará, que, cuando menos, las empresas y sus empleados parecen disponer de información interna que utilizan monopolísticamente. De ahí que el mercado considerara como información negativa el que estos vendieran grandes paquetes de sus títulos.

Otros trabajos que, en la línea de los anteriores, vienen a mostrar la posibilidad de obtener resultados monopolísticos utilizando información interna, son los de Lorie y Niederhoffer ( 84 ) y Jaffe ( 85 ).

---

( 82 ) Ibid., p. 904.

( 83 ) H. Scholes: "The Market for Securities...", *op. cit.*

( 84 ) J. Lorie y V. Niederhoffer: "Predictive and Statistical Properties of Insider Trading", *Journal of Law and Economics*, abril 1973, pp. 35-59.

( 85 ) J. Jaffe: "Special Information and Insider Trading", *Journal of Business*, v. 47, nº 3, julio 1974, pp. 410-428.

Pero la línea de investigación más común, en cuanto a la contrastación de la hipótesis fuerte se refiere, ha venido siendo la de la comparación de los resultados obtenidos por aquellos que, presumiblemente, podían disponer de cierta información interna, con los correspondientes a la media del mercado. Más precisamente:

- Como personas que podrían disponer de información interna, se ha venido tomando a los gestores de los fondos de inversión mobiliaria.
- Como "resultados medios" con los que comparar los obtenidos por tales personas, se han tomado, generalmente, los correspondientes a la cartera de mercado "I".
- Para la medida de los resultados de aquellos y esta, se han empleado una serie de índices de "performance" deducidos de los modelos de equilibrio presentados en un apartado anterior y, más concretamente,

tamente, los índices derivados del IS-L.

Si los diversos autores han tomado a los gestores de los fondos de inversión mobiliaria (en adelante, FII) como "enterados", ha sido, evidentemente, bajo la consideración de que, por su propia labor, están interesados en conseguir la mayor cantidad de información posible, lo que les viene facilitado por los medios de que disponen y por su diario contacto con la comunidad financiera. Por tanto, si bien no se encuentran allí donde nace la información, cabe suponer que su propio interés les conducirá a conseguirla a la mayor brevedad.

Los resultados generados por los FII, se comparan con los de la media del mercado, tomando, como tal, a la cartera "I" que, como se sabe, incluye a todos los títulos cotizados en determinadas proporciones que, según algunos autores, son idénticas para todos los títulos, en tanto que, según otros, son iguales a la fracción que la capitalización de cada uno, represente respecto a la capitalización total

del mercado.

Tales resultados se miden por medio de los denominados "índices de performance", con los que se trata de combinar, en una única medida, la rentabilidad y el riesgo de cada activo. Los principales, son los siguientes:

- El índice prima/variabilidad, o índice de Sharpe (18), mediante el que se trata de medir la rentabilidad pagada, por el mercado, por unidad de riesgo total asumida. El índice de Sharpe del activo "p" en el periodo "t", será igual, "ex ante", a:

$$S_{pt} = \frac{E_{pt} - R_f}{\sigma_p} \quad (5.1)$$

---

(18) W.F. Sharpe: "Capital Assets Prices....", ob. cit., pp. 436 y ss.; también de W.F. Sharpe: "Mutual Fund Performance", Journal of Business, v. 39, suplemento especial, enero 1966, pp. 119-138. También Lintner utiliza el índice prima/variabilidad (véase: "The Valuation...", ob.cit., y "Security Prices...", ob.cit.)

- El índice prima/volatilidad, o índice de Treynor ( 851 ), que trata de medir la rentabilidad pagada por el mercado, por unidad de riesgo sistemático, midiéndose, este riesgo, por el coeficiente de volatilidad. El índice de Treynor del activo "p" en el periodo "t", será igual, "ex ante", a:

$$T_{pt} = \frac{E_{pt} - R_f}{\beta_p} \quad (5.2)$$

- El índice de rentabilidad diferencial, o índice de Jensen ( 852 ), que mide la diferencia entre la rentabilidad esperada de un activo y la que le correspondería de acuerdo con la S.L. El índice de Jensen del activo "p", en el periodo "t", será igual, "ex ante", a:

$$J_{pt} = (E_{pt} - R_{pt}) + \beta_p (E_{mt} - R_{pt}) \quad (5.3)$$

---

( 851 ) J.L.Treynor: "How to Rate Management ...", ob. cit.

( 852 ) M.C. Jensen: "The Performance...", ob. cit.; también de M.C. Jensen: "Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Portfolios", Journal of Business, v. 42, nº 2, abril 1969, pp. 167-247.



Evidentemente, todos los activos formados repartiendo el activo sin riesgo con la cartera de mercado, tendrán la misma "performance" según el índice de Sharpe. Dicho de otro modo, si el mercado se encontrara en equilibrio según el MS-L, se cumpliría que ( 859 ):

$$\frac{E_{et} - R_f}{\sigma_e} = \frac{E_{Mt} - R_f}{\sigma_M} \quad \text{para todo "e" (5.4)}$$

y, en consecuencia, todas las carteras eficientes tendrían el mismo índice de Sharpe y cualquier activo no eficiente tendría una performance (ratio prima/variabilidad) inferior.

En tal caso de equilibrio, todos los títulos y carteras (incluyendo las carteras eficientes) cumplirían, como se sabe, la SIL, y, en consecuencia, todos los activos tendrían el mismo índice de Treynor ( 860 ):

---

( 859 ) Recuérdese la ecuación de la CL (2.37).

( 860 ) La ecuación de la SIL se recogió en la expresión (2.58). Obsérvese que, dado que  $\beta_M = 1$  (expresión (2.19)), el índice de Treynor de la cartera de mercado vale:

$$T_M = E_{Mt} - R_f$$

$$\frac{E_{pt} - R_f}{\beta_p} = E_{mt} - R_f \quad \text{para todo "p"} \quad (5.5)$$

y el mismo índice de Jensen, que será nulo para todo activo:

$$J_{pt} = 0 \quad \text{para todo "p"} \quad (5.6)$$

En un análisis "ex post", las expresiones correspondientes a los tres índices serán:

$$S_p = \frac{\bar{R}_p - R_f}{\sigma_p} \quad (5.7)$$

$$T_p = \frac{\bar{R}_p - R_f}{\beta_p} \quad (5.8)$$

$$J_p = (\bar{R}_p - R_f) + \beta_p(\bar{R}_m - R_f) \quad (5.9)$$

donde:

$$\bar{R}_p = \frac{\sum_{t=1}^n R_{pt}}{n} \quad (5.10)$$

$$\bar{R}_m = \frac{\sum_{t=1}^n R_{mt}}{n} \quad (5.11)$$

"n" es el número de periodos tomados en la muestra, y " $\sigma_p$ " y " $\beta_p$ " son, ahora, los valores estimados, "ex post", de la desviación típica y de la volatilidad, respectivamente, correspondientes al activo "p".

Considérese ahora la figura 17, en la que se han representado las combinaciones de riesgo y rentabilidad media correspondientes a "f" (activo sin riesgo), "M" (cartera de mercado), "q" y "h" (otros activos con riesgo). Como puede observarse en la misma:

$$s_h = \frac{\bar{R}_h - R_f}{\sigma_h} = \text{tg} \theta_h$$

$$s_M = \frac{\bar{R}_M - R_f}{\sigma_M} = \text{tg} \theta_M$$

$$s_q = \frac{\bar{R}_q - R_f}{\sigma_q} = \text{tg} \theta_q$$

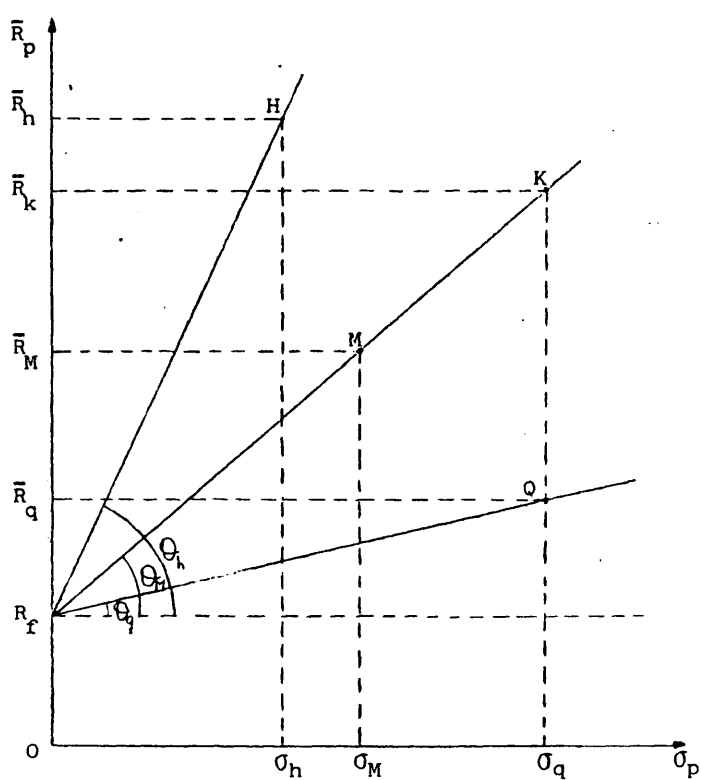


FIGURA 17: EL INDICE DE SHARPE.

Pero  $\theta_q < \theta_M < \theta_h$ , por lo que  $S_q < S_M < S_h$

A diferencia de los gestores de la cartera "h", los de la cartera "q" no han "batido" al mercado ( 861 ) pues, con el mismo nivel de riesgo asumido por esta última ( $\sigma_q$ ) hubie-  
ra podido conseguirse una rentabilidad media superior combi-  
nando el activo sin riesgo con la cartera no gestionada "M"  
( 862 ).

Dado que la cartera de mercado "M" no tiene riesgo *espec*  
es indudable que los aciertos de los gestores de la cartera  
"q" se encuentran, no ya solo en su capacidad diversificado  
ra, sino, especialmente, en su habilidad para localizar tí-  
tulos con altos rendimientos esperados para su nivel de ries-  
go. Sin embargo, y esto es importante, los errores de los  
gestores de la cartera "q" pueden encontrarse, tanto en su

---

( 861 ) Esto es, no han obtenido una "performance" superior  
a la que hubiera podido obtenerse invirtiendo en la  
cartera de mercado "M".

( 862 ) En este caso concreto, se trataría de un endeudamien-  
to que permitiría alcanzar el punto "h", obteniéndose  
una rentabilidad  $\bar{R}_h$  superior que  $\bar{R}_q$ .

poca habilidad para localizar títulos "bien pagados" por el mercado, como en su baja capacidad para diversificar la inversión, pues el índice de Sharpe, por incluir el riesgo diversificable, resulta afectado por ambas circunstancias.

Es posible encontrar, así, un mercado altamente ineficiente, en el que diversos inversores puedan predecir -bien mediante la interpretación adecuada de las series históricas, o bien por medio de otro tipo de información pública o "interna"- el futuro curso de las cotizaciones y de las rentabilidades de los títulos, y que, sin embargo, las carteras de muchos de estos inversores tengan índices prima/variabilidad inferiores al de la cartera de mercado cuya diversificación, como se sabe, es perfecta (no tiene riesgo específico alguno).

Evidentemente, cuando se trata de carteras altamente diversificadas, como pueden serlo las de los FII, tales problemas se reducen considerablemente. Pero, en cualquier caso, parece más conveniente emplear, en este contexto, los índices

de "performance" que excluyen la parte diversificable de la medida del riesgo. Este hecho fué destacado por Jensen, quien llegó a distinguir entre la eficiencia de un activo y su "performance". Para él, la "performance" debe medir "solo la habilidad del gestor para predecir los precios de los títulos" ( 863 ) y la define como "la diferencia entre las rentabilidades de una cartera, en un periodo en particular, y la rentabilidad esperada de esa cartera condicionada a la tasa libre de riesgo, a su nivel de riesgo sistemático y a las rentabilidades de la cartera de mercado" ( 864 ). La eficiencia tiene un sentido diferente. "Una cartera eficiente es la que proporciona la máxima rentabilidad esperada para un nivel dado de riesgo y el mínimo riesgo para un nivel dado de rentabilidad esperada. Es importante resaltar aquí que el riesgo en la definición de eficiencia se refiere al riesgo total de la cartera y no sólo a su riesgo sistemático" ( 865 ).

---

( 863 ) M.C. Jensen: "Risk, the Pricing of...", ob. cit., p.167.

( 864 ) Ibid.

( 865 ) Ibid., p. 193.

Considérese un mercado eficiente en el que los precios de los títulos se fijan de acuerdo con el MS-L. Todas las carteras eficientes estarán formadas mediante combinaciones de la cartera de mercado y el activo sin riesgo. Cada inversor seleccionará las proporciones de "f" y "T" que mejor se adecuen a sus preferencias individuales y no será posible utilizar información disponible en "t-1" para predecir la medida en que los " $\epsilon_{it}$ " diferirán de cero en las "T" ecuaciones:

$$\tilde{R}_{it} = R_f + \beta_i (\tilde{R}_{it} - R_f) + \tilde{\epsilon}_{it} \quad i=1,2,\dots,N \quad (5.12)$$

Sin embargo, si el mercado fuera ineficiente y algunos inversores pudiesen capitalizar esa ineficiencia utilizando información "interna", de la que dispusieran en "t-1", para asignar a los " $\epsilon_{it}$ " unos valores correctamente diferentes de cero, los títulos y carteras de estos inversores tendrían unas rentabilidades medias superiores que las correspondientes a las combinaciones de "f" y "T" que tuvieran los mismos niveles de volatilidad. Es decir, los índices de Jensen de dichas



carteras serían superiores a cero.

El índice de Jensen constituye, por tanto, un instrumento adecuado para contrastar la eficiencia del mercado de valores, utilizando a los FII como carteras que, presumiblemente, en caso de ineficiencia del mercado, tendrían unos índices superiores a cero.

Según que " $J_p$ " sea positivo, nulo o negativo, el fondo " $p$ " habrá ofrecido unos resultados mayores, iguales o menores que los que cabe esperar de la estrategia "ingenua" consistente en combinar el activo sin riesgo con la cartera de mercado. Entonces, de acuerdo con la clasificación establecida por Jensen (14), el activo " $p$ " será "superior" ( $J_p > 0$ ), "neutro" ( $J_p = 0$ ) o "inferior" ( $J_p < 0$ ), respectivamente.

La figura 18 muestra el ejemplo de dos activos, uno de los cuales —el activo " $h$ "— tiene una "performance" posi-

---

(14) Ibid., pp. 192 y 193.

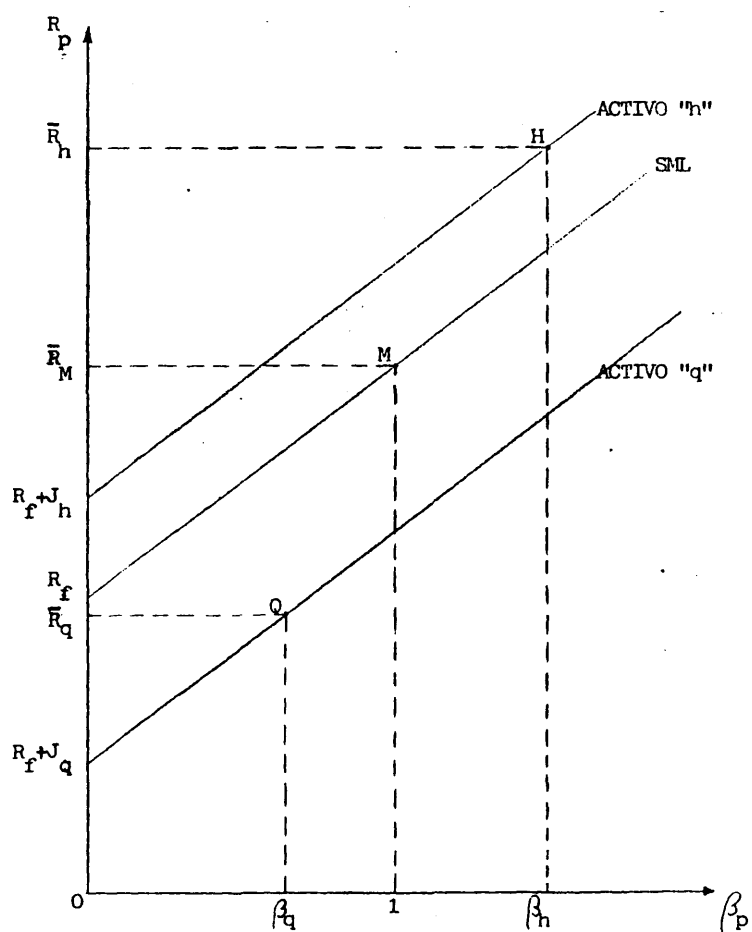


FIGURA 18: EL INDICE DE JENSEN.

va y el otro -el "q"- negativa.

Jensen ( 84 ) utilizó su índice para comprobar si el conjunto de los FIM, o algunos de ellos, conseguían unas rentabilidades medias superiores a las que hubieran correspondido a las combinaciones de "f" y "i" que tuvieran los mismos niveles de volatilidad que sus carteras. Tomando el índice "Standard and Poor" para aproximar las rentabilidades de la cartera de mercado, estudió la "performance" de 115 FIM en el periodo 1955-1964. Entre sus conclusiones principales, se encuentran las siguientes:

- Los fondos, en general, no compensaron a los inversores por los costes en que incurrieron y que se podrían haber evitado repartiendo el presupuesto de inversión entre el activo sin riesgo y la cartera de mercado. "En la media, aparentemente, los fondos no tuvieron el éxito suficiente en sus

---

( 84 ) H.C. Jensen: "The Performance of... ", ob. cit. y "Risk, the Pricing... ", ob. cit.

actividades como para recuperar siquiera sus gastos de corretaje" ( 868 ).

- "Así, parece que, en la media, los recursos utilizados por los fondos para predecir los precios de los títulos, no producen unas rentabilidades más altas que las que podrían haberse conseguido por carteras de riesgos equivalentes seleccionadas (a) mediante políticas de selección aleatorias o (b) por combinaciones de inversiones en la cartera de mercado y en bonos del Gobierno" ( 869 ).

- "Parece que los precios corrientes de los títulos captan completamente los efectos de toda la información corrientemente disponible" ( 870 ).

- "En la media, los FFI proveen a los inversores,

---

( 868 ) H.C. Jensen: "The Performance of... ", ob.cit., p.415.

( 869 ) H.C. Jensen: "Risk, the Pricing of..." ob.cit., p. 242.

( 870 ) Ibid.

de carteras ineficientes" ( 87 ).

Sin embargo, tales resultados no niegan "que los fondos esten ofreciendo un servicio socialmente deseable a los inversores" ( 88 ) y, a este respecto, Jensen, congruente con lo que aquí se expuso al revisar las principales implicaciones de la eficiencia del mercado para el análisis de inversiones mobiliarias, señala que "en ausencia de una superior habilidad predictiva, los fondos debieran mantener las siguientes políticas para ofrecer a los inversores los máximos beneficios:

- 1) Minimizar los gastos de gestión y los gastos de corretajes...
- 2) Concentrarse en el mantenimiento de una cartera perfectamente diversificada...
- 3) Mantener un nivel constante de riesgo sistemá-

---

( 87 ) Ibid.

( 88 ) M.C. Jensen: "The Performance...", ob.cit., p.415.

tico, de forma tan exacta como sea posible. Un fondo que establece un nivel de riesgo y atrae a los inversores sobre esta base, debería evitar los cambios repentinos en el mismo... "( 833 ).

El estudio de Jensen fué ampliado al periodo 1966-1975 por Beebower y Bergstrom ( 834 ) utilizando una muestra de 148 carteras institucionales. "En conjunto, las 148 carteras, en comparación con el índice "Standard and Poor 500", tuvieron una "performance" media "anormal" de un -0.36 por ciento trimestral (o un -1.5 por ciento anual)" ( 835 ).

El índice de Jensen no es el único aplicable al análisis de la eficiencia del mercado. También el de Treynor puede ser utilizado. Más aún, en cuanto a la comparación de la "performance" de un activo cualquiera, con la de la car-

---

( 831 ) H.C. Jensen: "Risk, the Pricing... ", ob. cit., p.244.

( 834 ) G.L. Beebower y G.L. Bergstrom: "A Performance Analysis of Pension and Profit-Sharing Portfolios", Financial Analysts Journal, mayo-junio 1977, pp. 31-42.

( 835 ) Ibid., p. 34.

tera de mercado, ambos índices conducen al mismo resultado.

En efecto, obsérvese que, dado que  $\beta_{H1}=1$ , de acuerdo con (5.3):

$$T_H = \bar{R}_H - R_f \quad (5.13)$$

y que, por tanto, según (5.8) y (5.9):

$$T_p = T_H + (J_p / \beta_p) \quad (5.14)$$

En consecuencia, siendo, como es prácticamente general y así se ha venido considerando (y se seguirá haciendo) para todos los activos, que los coeficientes de volatilidad son positivos, pueden deducirse las siguientes relaciones:

$$T_p > T_H \Leftrightarrow \frac{J_p}{\beta_p} > 0 \Leftrightarrow J_p > 0 \quad (5.15)$$

$$T_p = T_H \Leftrightarrow \frac{J_p}{\beta_p} = 0 \Leftrightarrow J_p = 0 \quad (5.16)$$

$$T_p < T_H \Leftrightarrow \frac{J_p}{\beta_p} < 0 \Leftrightarrow J_p < 0 \quad (5.17)$$

Por lo tanto, en el contexto que aquí importa, ambos criterios conducen a las mismas conclusiones. Pero, además, como puede observarse en las expresiones (5.15) a (5.17), otro fin

dice que cabe utilizar es el cociente:

$$J'_p = J_p / \beta_p \quad (5.18)$$

al que Smith y Tito ( 196 ) denominaron "índice de Jensen mo  
dificado pues "su cálculo y utilización dependen del modelo  
estadístico propuesto por Jensen" ( 197 ). Según que el índi  
ce "J'" tome un valor positivo o negativo, el activo "p" ha  
brá "batido", o no, al mercado, es decir, será, en terminolo-  
gía de Jensen, un activo "superior" o "inferior", siendo "neu-  
tro" si su índice vale cero.

Dado que la rentabilidad media de la cartera de mer-  
cado, "R<sub>M</sub>", no depende de "p", un índice siempre congruente  
con el de Treynor, será también el resultado de la diferen-  
cia:

$$Q_p = \bar{R}_M - T_p \quad (5.19)$$

Obsérvese que "Q" es el complemento de "T" res-

---

( 196 ) K. V. Smith y D.A. Tito: "Risk-Return Measures of ex-  
post Portfolio Performance". Journal of Financial and  
Quantitative Analysis, v. 4, nº 5, diciembre 1969, (pp.  
449-470), p.455.

( 197 ) Ibid.



pecto a la rentabilidad media de la cartera de mercado. Cuanto mayor sea " $Q_p$ ", menor será " $T_p$ " y viceversa. Un activo " $p$ " será tanto más preferible cuanto menor sea su coeficiente " $Q_p$ ".

Recordando la expresión del modelo de mercado, cabe apreciar que:

$$\bar{R}_p = \alpha_p + \beta_p \bar{R}_M \quad (5.20)$$

Esta última expresión, en unión de (5.19) y de (5.8), permite observar que:

$$Q_p = \bar{R}_M - \left[ (\alpha_p + \beta_p \bar{R}_M - R_f) / \beta_p \right] \quad (5.21)$$

obteniéndose una nueva ecuación del índice " $Q_p$ " de Treynor:

$$Q_p = (R_f - \alpha_p) / \beta_p \quad (5.22)$$

El ratio " $Q_p$ " puede ser interpretado (sustituyendo, por ejemplo, (5.22) en (5.20) ) como aquella "tasa de rendimiento de la cartera de mercado que haría que el fondo en cuestión, produjera una tasa de rendimiento igual al puro tipo de interés" ( 898 ).

---

( 898 ) W.F. Sharpe: "Mutual Fund...", ob. cit., p. 131.

De (5.13), (5.19) y (5.22), cabe deducir las siguientes relaciones:

$$T_p > T_H \iff R_f - Q_p > 0 \quad (5.23)$$

$$T_p = T_H \iff R_f - Q_p = 0 \quad (5.24)$$

$$T_p < T_H \iff R_f - Q_p < 0 \quad (5.25)$$

La comparación entre el coeficiente " $Q_p$ " y el tipo de interés sin riesgo, permite, por tanto, dilucidar si el título, cartera o fondo de inversión " $p$ " ha "batido", o no, al mercado. Un activo superará los resultados del mercado solamente en el caso de que la rentabilidad exigida a este para que aquel produzca una rentabilidad igual a la tasa de interés sin riesgo, sea inferior a dicha tasa.

Obsérvese que, de (5.22), se sigue que:

$$R_f - Q_p = \frac{R_f (\beta_p - 1) + \alpha_p}{\beta_p} \quad (5.26)$$

y que, de (5.9), (5.13) y (5.20), se deduce que:

$$J_p = \alpha_p - (1-\beta_p)R_f \quad (5.27)$$

$$J'_p = R_f - [(R_f - \alpha_p)/\beta_p] \quad (5.28)$$

Las expresiones (5.26), (5.27) y (5.28) muestran, de nuevo, la coincidencia entre los índices de Treynor ("T" o "Q") y los de Jensen al determinar si un activo es "superior", "inferior" o "neutro". Tomando dichas expresiones y las relaciones (5.15) a (5.17), cabe concluir, en definitiva, que:

$$J_p > 0 \Leftrightarrow J'_p > 0 \Leftrightarrow T_p > T_H \Leftrightarrow R_f - Q_p > 0 \Leftrightarrow \alpha_p > (1-\beta_p)R_f \quad (5.29)$$

$$J_p = 0 \Leftrightarrow J'_p = 0 \Leftrightarrow T_p = T_H \Leftrightarrow R_f - Q_p = 0 \Leftrightarrow R_f = \alpha_p / (1-\beta_p) \quad (5.30)$$

$$J_p < 0 \Leftrightarrow J'_p < 0 \Leftrightarrow T_p < T_H \Leftrightarrow R_f - Q_p < 0 \Leftrightarrow \alpha_p < (1-\beta_p)R_f \quad (5.31)$$

Mediante la comparación entre el ratio prima/volatilidad de un activo gestionado, por ejemplo, un fondo de inversión, y el de la cartera de mercado (activo no gestionado), es posible juzgar dicha gestión. Pero, dado que el índice no se ve afectado por la mejor o peor diversificación del activo, tal juicio se referirá, tan solo, a la capacidad de los gestores para escoger activos con una alta rentabili

dad para cada nivel de riesgo sistémico, esto es, para predecir la futura rentabilidad de los títulos.

El índice de Treynor fue utilizado, juntamente con el que lleva su nombre, por Sharpe ( 1974 ) para analizar la "performance" de 34 FII en el periodo 1954-1963. Como estimación de los resultados de la cartera de mercado, se tomaron los calculados sobre el índice "Dow Jones", obteniéndose una "performance", según el ratio prima/variabilidad, igual a 0.567, frente a un coeficiente medio, para el conjunto de los FII, de 0.533. Solo once fondos mejoraron los resultados de la cartera de mercado, en tanto que 23 tuvieron una "performance" inferior. Cuando los cálculos se refirieron a la "performance" bruta (antes de deducir gastos), 19 fondos mejoraron a la cartera de mercado, en tanto que solo 15 fueron "batidos" por la misma.

Sharpe argumentó, y contrastó favorablemente, la hi

---

( 1974 ) W.F. Sharpe: "Mutual Fund...", ob. cit.

pótesis de que "si los fondos mantienen carteras bien diversificadas, cualesquiera mayores discrepancias entre la variabilidad de sus rentabilidades y la parte debida a los movimientos del mercado, será debida, posiblemente, a efectos transitorios" ( 220 ), para terminar concluyendo que sus resultados apoyaban la idea "de que el mercado de capitales es altamente eficiente y los buenos gestores se concentran en evaluar el riesgo y favorecer la diversificación, dedicando poco esfuerzo (y dinero) a la búsqueda de títulos incorrectamente valorados" ( 221 ).

Levy y Sarnat, tras señalar que "dado que la mayor parte de los fondos diversificaron sus carteras entre 100 títulos o más, el ratio prima/variabilidad constituía una medida apropiada de "performance" y que "la sustitución del índice de Treynor, basado en la volatilidad, no modifica los

---

( 220 ) Ibid., p. 130

( 221 ) Ibid., p. 133.

resultados" ( 332 ), calcularon los índices de Sharpe de 56 fondos de inversión tomando, como periodo muestral, el comprendido entre 1946 y 1969 y, como resultados de la cartera de mercado, los calculados sobre el índice "Standard and Poor 500". La "performance de los fondos osciló entre 0.31 y 0.75, y solo 19, de los 56, batieron a la cartera de mercado.

Tanto Sharpe como Levy y Sarnat destacaron la alta correlación existente entre las jerarquizaciones realizadas cuando se utiliza el índice "S" y las que se alcanzarían con el coeficiente "T" cuando las carteras están altamente diversificadas. Para comprobar la certeza de su argumentación, basta observar que, de acuerdo con (2.23), cuando un activo "p" está perfectamente diversificado, esto es, cuando:

$$\sigma_{\epsilon_p}^2 = 0$$

---

( 332 ) H. Levy y H. Sarnat: "Investment and.. ", ob.cit., p. 487.

su coeficiente de volatilidad valdrá:

$$\beta_p = \sigma_p / \sigma_M \quad (5.32)$$

y, en tal caso:

$$T_p = S_p \cdot \sigma_M \quad (5.33)$$

por lo que, dado que  $S_M = T_M / \sigma_M$ , cabe deducir que:

$$T_p > T_M \Leftrightarrow S_p \sigma_M > S_M \sigma_M \Leftrightarrow S_p > S_M \quad (5.34)$$

$$T_p = T_M \Leftrightarrow S_p \sigma_M = S_M \sigma_M \Leftrightarrow S_p = S_M \quad (5.35)$$

$$T_p < T_M \Leftrightarrow S_p \sigma_M < S_M \sigma_M \Leftrightarrow S_p < S_M \quad (5.36)$$

En definitiva, si a estas conclusiones se unen las recogidas en las expresiones (5.29) a (5.31), cabe señalar que, cuando un activo esté perfectamente diversificado, su calificación como superior, inferior o neutro, podrá realizarse utilizando cualquiera de los ratios de "performance", incluyendo el índice de Sharpe, pues este último conducirá a la misma conclusión que los restantes.

Debe repetirse, sin embargo, que, a menos que se ten

ga certeza de la alta diversificación de las carteras de los fondos, o de cualesquiera otras gestionadas, si lo que se pretende es analizar la eficiencia del mercado, debería evitarse la utilización de índices afectados por el nivel de riesgo específico asumido en dichas carteras.

Un enfoque diferente del problema, fué el seguido por Treynor y Mazuy ( 313 ), quienes partieron del concepto de "línea característica" para estudiar los resultados de 57 fondos, en el periodo 1953-1962, con el fin de comprobar si sus gestores eran capaces de anticipar los movimientos generales del mercado. Su argumentación puede sintetizarse en los siguientes puntos:

- "Es bien conocido que hay una tendencia definida a que los precios de la mayor parte de los títulos se

---

( 313 ) J.L. Treynor y K.K. Mazuy: "Can Mutual Funds Outguess the Market?", Harvard Business Review, v. 44, nº 4, julio-agosto 1966, pp. 131-136. Trabajo recogido en la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber: "Security Evaluation and Portfolio Analysis", Prentice Hall, Inc., Nueva Jersey, 1972, pp. 593-601.



muevan, al alza y a la baja, conjuntamente. Dado que existe esta tendencia, es razonable hablar de fluctuaciones en el mercado. También es bien conocido el que algunas acciones son más volátiles (esto es, más sensibles a las fluctuaciones del mercado) que otras" ( 874 ).

- Si los gestores de un fondo "piensan que el mercado va a moverse a la baja, cambiarán la composición de la cartera... sustituyendo los títulos más volátiles por otros que lo sean menos (incluyendo los bonos). Si piensan que el mercado va a moverse al alza, actuarán en dirección opuesta" ( 875 ).

- "El resultado de tales cambios será una variación en la volatilidad efectiva de la cartera" ( 876 ).

---

( 874 ) Ibid., p. 594.

( 875 ) Ibid.

( 876 ) Ibid.

Lo que cabe preguntarse, entonces, es: "¿hay evidencia de que la volatilidad del fondo fuera mayor en los años en que el mercado se movió al alza que en aquellos en que lo hizo a la baja?"

( 317 ). Si así fuera, en el extremo, se observaría que la línea característica correspondiente a la cartera del fondo, tendría una forma curva como la representada en la figura 19. La pendiente

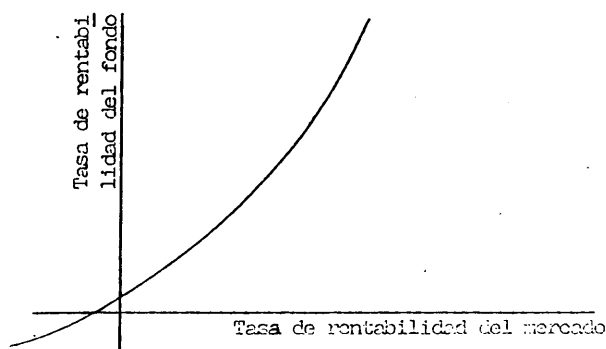


FIGURA 19: LINEA CARACTERISTICA DE UN FONDO CUYOS GESTORES ANTICIPAN LOS MOVIMIENTOS DEL MERCADO Y MODIFICAN LA COMPOSICION DE LA CARTERA.

te de la curva en cada uno de sus puntos, mi-

---

( 317 ) Ibid.

de la volatilidad de la cartera correspondiente  
a cada tasa de rentabilidad del mercado.

Treynor y Mazuy encontraron que "sólo uno, de los 57  
fondos de la muestra, tenía una línea característica que mos-  
trara curvatura", lo que "indica que quizás ningún inversor..  
puede adivinar la evolución del mercado" ( 888 ).

Otros estudios relativos a la "performance" de los  
FII que no cabe dejar de mencionar, fueron los realizados por  
Friend y sus asociados de la "Wharton School" ( 889 ) y por  
Friend, Blume y Crockett ( 890 ).

Friend y otros, observaron, en el primer trabajo,

---

( 888 ) Ibid., p. 601.

( 889 ) I. Friend y otros: "A Study of Mutual Funds", traba-  
jo preparado para la "Securities and Exchange Commi-  
ssion por la "Securities Research Unit" de la "Wharton  
School of Finance and Commerce" (Univ. de Pensilvania),  
U.S. Government Prentice Office, Washington, 1962. Obra  
cit. por, entre otros, J.H. Lorie y M.T. Hamilton: "The  
Stock Market... ", ob.cit., p. 38.

( 890 ) I. Friend, M. Blume y J. Crockett: "Mutual Funds and O-  
ther Institutional Investors, A New Perspective", McGraw  
Hill, Nueva York, 1970.

que, de los 189 fondos que estudiaron en el periodo comprendido entre diciembre de 1952 y septiembre de 1958, la mitad había tenido una rentabilidad inferior que las carteras no gestionadas de similar composición y que ninguno de ellos había generado una rentabilidad consistentemente superior que dichas carteras.

En el trabajo de Friend, Blume y Crockett, se analizaron 160 fondos en el periodo enero 1930-mediados 1939, distribuyéndolos en varias categorías de acuerdo con sus coeficientes de volatilidad para comparar los grupos, así formados, con varias carteras aleatorias formadas con títulos del mercado de Nueva York. Los resultados de tales comparaciones fueron desfavorables a los fondos cuando las carteras aleatorias se construyeron de modo que, en cada título seleccionado, se invirtiera una cantidad idéntica. Sin embargo, cuando la inversión en cada título se hizo proporcionalmente a su capitalización, los fondos de mayores volatilidades "batieron" a tales carteras.

A los tests basados en la comparación de la "performance" de los FII con la de la cartera de mercado, se les han formulado las siguientes críticas:

- La posible falta de consistencia real de sus supuestos básicos. Se supone que los gestores de los FII disponen de información no publicada que, si el mercado no fuera eficiente, podría ser útil para conseguir resultados extraordinarios. Sin embargo, "probablemente, los estudios de la "performance" de los FII no indican que la información interna está siempre descontada en los precios del mercado. Una conclusión alternativa y más probable, es que ningún fondo de inversión tiene consistentemente el primer acceso a la información interna o no publicada" ( 711 ).

- "El nivel de adiestramiento y educación de algu-

---

( 711 ) T.R. Dychman, D.H. Downes y R.P. Magee: "Efficient Capital...", ob. cit., p.32. .

gunos gestores de fondos no es muy alto. Aunque muchos fondos son gestionados por "managers" competitivamente entrenados, muchos otros no lo son" ( 892 ).

- Existen una serie de fricciones institucionales que impiden la rápida utilización de la información de que se dispone. "Por ejemplo, los analistas no pueden tomar, por sí mismos, las decisiones de compra y venta, sino que, normalmente, deben someter sus recomendaciones a un "comité de inversión"... que revisa las recomendaciones y toma decisiones. Si este proceso precisa, en algunos casos, una o dos semanas,... supuesto que los analistas pudieran, en la media, predecir los futuros precios de los títulos... , los resultados empíricos implicarían que, donde quiera que existieran desviaciones del precio actual respecto al

---

( 892 ) E.E. Williams y H.C. Findlay: "Investment... ", *op. cit.*, p. 373.

precio "verdadero", en general, serían eliminadas ... de forma suficientemente rápida como para que estas, relativamente, pequeñas restricciones en las acciones de compra y venta, eliminaran toda oportunidad de conseguir rentabilidades superiores" ( 813 ).

- Es posible que "los grandes fondos no puedan adquirir cantidades sustanciales de ningún título promotor sin influir en su precio de mercado, a menos que su posición se vaya acumulando en el tiempo. Más aún, cuando un fondo ha adquirido una gran cantidad de un título poco negociado, tal posición no podrá ser liquidada fácilmente sin influir en el precio" ( 814 ).

- El problema se acentúa si se considera que "para

---

( 813 ) H.C. Jensen: "Risk, the Pricing... ", ob. cit., p. 244.

( 814 ) E.E. Williams y H.C. Findlay: "Investment... ". ob. cit., p.372.

afectar significativamente a las rentabilidades de una gran cartera y aprovechar totalmente las predicciones de los analistas, sería necesario transferir bloques extremadamente grandes de títulos" ( 895 ).

- "Ciertas restricciones legales.. pueden inhibir la total materialización de la superior habilidad predictiva" ( 896 ) de los analistas, si existe. A sí, en EEUU, los fondos no pueden mantener más de un 5 por 100 de sus carteras en un único título, ni pueden detentar más de un 10 por 100 de los tí tulos emitidos por una empresa ( 897 ).

A esas consideraciones y a otras que podrían formu-

---

( 895 ) M.C. Jensen: "Risk, the Pricing.. ", ob. cit., p. 244.

( 896 ) Ibid., p.245.

( 897 ) También en España se prohibió, por DL de 30 de abril de 1954, el que un fondo estuviera integrado en más de un 10 por 100 por valores de una misma sociedad (excepto que estuvieran avalados por el Estado) y que participara en más de un 5 por 100 en los capitales propios de las sociedades (excepto que los valores estuvieran avalados por el Estado o que procedieran de nuevas emisiones y se adquirieran mediante derecho de suscripción)



larse (algún autor considera que la explicación se encuentra en que los gestores de los fondos están sometidos al principio de Peter ( 898 ) ), cabría añadir, evidentemente, todas las críticas formulables a las medidas de la "performance" que se han utilizado. Así, no pocos autores han discutido la conveniencia de utilizar una única medida de resultados en lugar de emplear, separadamente, los coeficientes de rentabilidad y riesgo ( 899 ). Por otra parte, parece ampliamente contrastado el hecho de que el MS-L discrimina en contra de los activos de altos niveles de riesgo sistemático. Precisamente,

---

( 898 ) H.G. Grubel: "The Peter Principle and Efficient Markets" *Financial Analysts Journal*, noviembre-diciembre 1979, pp. 72-75.

( 899 ) Pueden verse, por ejemplo, los trabajos de:

- J. Caunnitz: "Appraising Performance of Investment Portfolios", *Journal of Finance*, v. 25, nº3, junio 1970, pp. 553-560.
- y H. Levy: "Portfolio Performance and the Investment Horizon", *Management Science*, v. 18, nº 12, agosto 1972, pp. 645-652.

la constatación, por parte de diversos autores ( 900 ), de que, consistentemente, las carteras de mayores niveles de riesgo sistemático obtenían unas rentabilidades inferiores a las esperadas de acuerdo con la SML, fué uno de los factores que más contribuyeron a las nuevas investigaciones teóricas en el ámbito de los modelos de equilibrio, que darían lugar al auge de modelos como los anteriormente mencionados de Black, Vasicek y Brennan.

---

( 900 ) Pueden verse, por ejemplo, los trabajos de:

- I. Friend y M. Blume: "Measurement of .. ", ob.cit.
- M. Blume e I. Friend: "A New Look at.. ", ob. cit.
- F. Black, M.C. Jensen y M. Scholes: "The Capital Asset..", ob. cit.
- E.F. Fama y J.D. MacBeth: "Risk, Return and...", ob.cit.

## 6- LAS CONTRASTACIONES REALIZADAS EN ESPAÑA

En los tres capítulos que siguen a este, se realizan algunos estudios de las características de los movimientos bursátiles en el mercado de valores español y, más concretamente, en la Bolsa de Madrid, que vienen a añadirse a otros realizados con anterioridad, por diversos autores, en el ámbito de la contrastación de las hipótesis de la TRA y de la TIE en este mercado.

Entre dichos estudios, cabe citar, en primer lugar, el realizado por J.F. Berenguer ( 90 ), quien contrastó la hipótesis débil de eficiencia, utilizando la regla de los filtros sobre los precios semanales de cuarenta empresas en el periodo comprendido entre octubre de 1970 y enero de 1973. En el promedio, tras tener en cuenta los costes de las transac-

---

( 90 ) J.F. Berenguer: "The Spanish Stock Exchange: An Empirical Test of its Efficiency", trabajo no publicado, Graduate School of Business, Universidad de Stanford, 1973; citado por J.A. Palacios: "El comportamiento bursátil. Análisis técnico o gráfico del mundo bursátil", en la obra del Instituto Español de Analistas de Inversiones, ed.: "Curso de formación sobre bolsa", Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid 1977, (pp. 195-206) p. 206.

ciones, la rentabilidad de la ECU fué un 9.5 por 100 anual superior a las obtenidas por los seis filtros estudiados, que fueron de un 1 por 100 a un 6 por 100. La rentabilidad mayor, entre los filtros, correspondió al más pequeño (1 por 100) que alcanzó un promedio de un 9.1 por 100 anual. Tales resultados parecen, pues, favorables a la hipótesis de independencia de la TRA y a la forma débil de eficiencia.

Resultados opuestos a los anteriores fueron alcanzados por R. Ortega ( 902 ) cuando calculó los coeficientes de correlación serial de las variaciones sucesivas en los logaritmos de las cotizaciones de siete títulos elegidos aleatoriamente. Aunque con algunas excepciones, en general, en los dos periodos estudiados (febrero-marzo de 1972 y octubre-noviembre de 1975) y para los tres tamaños de retardos (una, tres y seis sesiones bursátiles), los coeficientes de correlación fueron muy altos.

---

( 902 ) R. Ortega: "La política monetaria...", ob. cit., pp. 33 y 34.

También J.E. Navas ( 403 ), en un trabajo dedicado a la aplicación de la metodología Box-Jenkins a la selección de carteras, observó que, en las rentabilidades de los grupos bursátiles del mercado madrileño, calculadas sobre los índices largos totales, existía cierto grado de autocorrelación que, aunque no muy alto, era lo bastante significativo para ser tenido en cuenta.

Ya a nivel intermedio, R. Ortega realizó un sencillo contraste del efecto que tuvieron, sobre las cotizaciones, seis modificaciones del tipo de interés básico del Banco de España, calculando la desviación porcentual del índice general de bolsa en las cinco sesiones bursátiles siguientes al día en que se anunció el nuevo tipo, respecto a la media de las quince sesiones anteriores. En una de las ocasiones (ju-

---

( 403 ) J.E. Navas: "Métodos prospectivos en la teoría de selección de carteras. El enfoque Box-Jenkins", Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense, Madrid, 1979, p.413.

llo de 1969), la reacción del mercado fué contraria a la teóricamente esperada: el índice general reaccionó con subidas del 4 al 8.4 por cien, respecto a la media, ante el alza de un punto decretada por el Banco de España. En los cinco restantes, si bien las cotizaciones se movieron en la dirección esperada, lo hicieron lentamente y tardaron algunos días en asimilar la nueva información. Además, aunque las decisiones del Banco de España, en materia de tipo de interés, suelen ir precedidas de rumores en la comunidad financiera, en sólo tres, de los cinco casos, pudo detectarse cierta anticipación del anuncio por parte del mercado. Concluyó, el autor, que "el comportamiento de la Bolsa de Madrid apoya tan solo muy débilmente la teoría del mercado eficiente y deja la polémica sin sentenciar, en espera de confirmaciones empíricas más concluyentes" ( 404 ).

En el mismo trabajo, R. Ortega estudió las relacio-

---

( 404 ) R. Ortega: "La política monetaria...", ob. cit., pp. 33 y 34.

nes existentes entre variables monetarias y cotizaciones, pudiendose destacar los siguientes aspectos y conclusiones:

- El índice de cotizaciones recoge los picos del ciclo económico con un adelanto medio de unos siete meses, los valles con un adelanto de unos seis, y el ciclo total con unos seis meses y diez días de anticipación. Las disponibilidades líquidas muestran un mayor adelanto respecto al ciclo: algo más de nueve meses en los picos y casi nueve en los valles.

- Partiendo de las series de oferta monetaria y de cotizaciones, ambas libres de efectos estacionales, una vez realizadas las manipulaciones necesarias sobre ellas, se trató de com

probar si una variable era causa de otra, o si, por el contrario, existía un proceso de influencia mutua, lo que se realizó mediante análisis de regresión tomando diversos adelantos y retardos. "El resultado final de esta prueba, un tanto provisional, corrobora las tesis cuantitativistas y constituye un rechazo de la tesis del mercado eficiente. O sea, con los datos españoles, puede afirmarse que las variaciones en la oferta monetaria causan las variaciones reflejadas en el índice de cotizaciones y no al contrario" ( 905 ).

- Posteriormente, se realizaron nuevas regresiones pero tomando las variaciones relativas de las co-

---

( 905 ) Ibid, p. 33.



tizaciones. Se trató así de explicar la variable dependiente (rentabilidad de las acciones) por una constante y siete retrasos de la tasa anual de crecimiento de las disponibilidades líquidas, calculándose, dichas tasas, teniendo en cuenta el desfase con el que el inversor medio conoce las series monetarias (unos dos meses y algunos días) (I). Trás ello, se incluyó un término corriente en la variable explicativa (II) para, finalmente, introducir, como variables independientes seis términos desfasados de la variable monetaria, el corriente y cuatro futuros (III). De las tres ecuaciones estimadas la única significativa fué aquella que respondía a los supuestos monetaristas (I). Por el contrario, tanto la ecuación que relacionaba la rentabilidad de las acciones en el periodo "t" con la evolución monetaria en dicho periodo (II) como aquella que partía del supuesto de que la rentabilidad estaba relacionada con la

evolución monetaria futura (III), arrojaron resul  
tados adversos.

- El autor terminó presentando una ecuación, basada  
da en otra desarrollada en estudios anteriores  
( 46 ), en la que, junto a variables que trata-  
ban de aproximar las expectativas de inflación  
predominantes en el mercado, los beneficios es-  
perados, y la prima de riesgo exigida por los in-  
versores, se incluyó una variable monetaria (la  
evolución de las disponibilidades líquidas en  
los ocho trimestres anteriores). La ecuación pa-  
reció explicar bien la pasada evolución del índi  
ce general de la Bolsa de Madrid, y predecir, con  
razonable fiabilidad, su comportamiento futuro.

---

( 46 ) R. Ortega: "Los efectos de la inflación sobre el pre  
cio de las acciones" y "La inflación y el precio de  
las acciones: intento de actualización", I.C.E., nº  
504/505, agosto-septiembre 1975, pp. 101-131.

"Con todas las cautelas debidas", finalizaba el autor, "la conclusión de este trabajo es clara: la Bolsa española no constituye, en modo alguno, un mercado eficiente y existen ciertas variables cuya solución explican relativamente bien el comportamiento del precio de las acciones. Entre dichas variables, la cantidad de dinero juega un papel muy destacado" ( 907 ).

J.A. Palacios realizó, en 1973, un contraste de la hipótesis fuerte de eficiencia basándose en el análisis de la "performance" de los FII ( 908 ). Tomando las observaciones mensuales comprendidas entre la fecha de introducción de cada fondo y septiembre de 1971, estudió, este autor, la "performance" de cada fondo en relación a la del mercado, utilizando los coeficientes de Sharpe, Treynor y Jensen. De su

---

( 907 ) R. Ortega: "la política monetaria.. ", ob. cit., p.39.

( 908 ) J.A. Palacios: "The Stock Market in Spain; Tests of Efficiency and Capital Market Theory", trabajo no publicado, Stanford University, 1973. Una síntesis puede encontrarse en J.A. Palacios: "The Stock Market in Spain; Tests of Efficiency and Capital Market Theory", en E.J. Elton y H.J. Gruber, ed.: "International Capital.. ", ob. cit., pp. 114-149.

trabajo, cabe destacar los siguientes aspectos y conclusiones:

- De los catorce fondos estudiados (AhorroFondo no fué considerado en las conclusiones por estar formado basicamente por títulos de renta fija), once, según el índice prima/variabilidad, y diez, según los ratios prima/volatilidad y de rentabilidad diferencial, tuvieron una "performance" inferior que la cartera de mercado.
- Cuando los cálculos se realizaron sin descontar, de la rentabilidad de los FIA, los gastos de gestión, y suponiendo una tasa de interés libre de riesgo igual a cero (anteriormente se había tomado, como tal, el tipo correspondiente a los depósitos de ahorro), cuatro fondos, según el índice de Sharpe, y siete, según los de Treynor y Jensen, batieron a la cartera de mercado.
- A continuación, se calcularon los índices prima/

variabilidad de los fondos y de la cartera de mercado para sucesivos periodos anuales, encontrándose que "aunque la "performance" media de los fondos fué claramente superior que la del mercado en los primeros años, la diferencia se ha ido reduciendo con el tiempo, lo que es consistente con la hipótesis de que el mercado se ha ido haciendo más eficiente. En los últimos dos años, la "performance" de los fondos fué más baja que la del mercado" ( 909 ), lo que no es atribuible a las comisiones de gestión, dado que los cálculos se basaron en las rentabilidades brutas.

Palacios observó, además, un claro incremento en la estabilidad de los coeficientes de volatilidad de los títulos desde 1966, año en que comenzó la actividad de los fondos en nuestro país, lo que interpretó como evidencia favo-

---

( 909 ) Ibid., p. 142.

rabable a la hipótesis de que "el mercado de valores español se ha ido haciendo más eficiente y esto, probablemente, es debido a la actividad de los fondos de inversión" ( 910 ) y a la "mayor cantidad y calidad de la información difundida por las empresas" ( 911 ). Con anterioridad, "la información ... era, normalmente, tan escasa y poco actual, que los inversores tendían a apoyarse fuertemente en las emisiones de capital y en los anuncios de dividendos para evaluar los títulos. En tal mercado, no cabría esperar estabilidad en las betas" ( 912 ).

También P. Mateos-Aparicio ( 913 ) realizó un test de la forma fuerte basándose en la evaluación de la "perfor-

---

( 910 ) Ibid., p. 147.

( 911 ) Ibid.

( 912 ) Ibid.

( 913 ) P. Mateos-Aparicio: "La inversión mobiliaria colectiva", tesis doctoral, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense, Madrid, 1975. Constituye una síntesis de este trabajo, la obra de P. Mateos-Aparicio: "Inversión Mobiliaria Colectiva", Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid, 1977.

mance" de los FLM, según el índice de Sharpe, y en su posterior comparación con la de la cartera de mercado, utilizando, como tal, el índice largo total de acciones de la Bolsa de Madrid, que supone la reinversión automática de los dividendos repartidos, y, como tipo de interés sin riesgo, el más bajo de los pagados por la Banca Comercial en sus operaciones pasivas a más de dos años. Tomadas, como muestra, las observaciones mensuales correspondientes al periodo 1971-1975, y realizados los cálculos, no se encontró ningún fondo de los analizados, con un ratio prima/variabilidad superior que el alcanzado por la cartera de mercado, de lo que, señalaba la autora, "parecen derivarse dos consecuencias:

- 1) Que el mercado sea realmente eficiente y, por lo tanto, descuenta toda la información.
- 2) Que la gestión tecnificada no es mejor que una política simple de compra y venta" ( 914 )

Sin embargo, "resulta difícil pensar que un mercado no com-

---

( 914 ) Ibid., p. 210.

pletamente desarrollado como el español; con una oferta y una demanda todavía limitadas; con una información tan pobre como la facilitada al inversor por las empresas españolas y con una intervención, hasta ahora necesaria, por parte de la autoridad monetaria, sea en realidad eficiente" ( 915 ).

En los resultados de Mateos-Aparicio, no parece haber tenido gran influencia la utilización del índice de Sharpe en lugar de otros que, como los de Treynor o Jensen, tienen en cuenta, tan solo, el riesgo sistemático y no se ven afectados sino por la capacidad de los gestores para seleccionar títulos con alta rentabilidad. De hecho, las carteras de los fondos son lo bastante amplias como para estar bien diversificadas ( y la propia legislación obliga, indirectamente a ello), por lo que los cálculos efectuados con cualquiera de los índices, deberían conducir a conclusiones muy semejantes. No obstante, para asegurar tal circunstancia, par-

---

( 916 ) Ibid.





tiendo de las estimaciones de P. Mateos-Aparicio ( 916 ), se han calculado los índices de Treynor de los quince fondos. Los resultados se recogen en el cuadro número 1. Como puede verse, solo uno de ellos (Gesta) "batió" al mercado de acuerdo con este índice.

CUADRO Nº 1: INDICES DE TREYNOR DE LOS FII Y DEL MERCADO

| <u>FII</u>            | <u>Indices de Treynor</u> |
|-----------------------|---------------------------|
| Gesta .....           | 0.639                     |
| Fondonorte .....      | 0.568                     |
| Inespa .....          | 0.463                     |
| Eurovalor 1 .....     | 0.382                     |
| Eurovalor 2 .....     | 0.273                     |
| Inrenta .....         | 0.233                     |
| Suma .....            | 0.181                     |
| Fontisa .....         | 0.098                     |
| Rentfondo .....       | 0.090                     |
| Nuvofondo .....       | 0.036                     |
| Ahorrofondo .....     | 0.061                     |
| Fondiberia .....      | -0.113                    |
| Gesteval .....        | -0.185                    |
| Crecinco .....        | -0.268                    |
| F. Mediterraneo ..... | -0.354                    |
| MERCADO .....         | 0.610                     |

---

( 916 ) Ibid., pp. 201, 202 y 205.

Las explicaciones hay que buscarlas en los propios "puntos débiles" de estos tests. Algunos de ellos, los que, en la literatura se han venido destacando como principales críticas, se recogieron en el apartado anterior. Sin embargo, en su aplicación al caso español, surgen nuevos inconvenientes. Así, destacaba el propio Palacios que:

- "Estos bajos resultados se explican parcialmente por la diversificación de los fondos entre pequeños títulos, que fueron "batidos" durante este periodo por unos pocos grandes títulos que representan la mayor parte del índice ponderado utilizado" ( 917 ).
- "El problema de liquidez a que se enfrentaron los fondos parece ser importante para explicar su baja "performance" durante este periodo. Los fondos tuvieron que vender sus títulos más líquidos en

---

( 917 ) J.A. Palacios: "The Stock Market in Spain.. ", ob. cit. p. 143.

abril y mayo de 1970 para hacer frente al fuerte flujo de reembolsos durante estos meses. Las ventas de títulos, por parte de los FIM, continuó sin interrupción hasta 1972 debido, principalmente, a dos razones. Primero, los fondos sufrieron importantes salidas netas de caja durante la mayor parte de los meses hasta enero de 1972. Segundo, la nueva legislación obligó a los fondos a incrementar sus fondos líquidos hasta un nivel superior al 10 por 100 de sus activos. La gran venta de títulos necesaria para alcanzar estos fondos, pronto terminó con sus inversiones en los títulos más líquidos. Los fondos, entonces dedicaron sus principales esfuerzos a encontrar compradores para los títulos de sus carteras" ( 918 ).

Junto a la posible aplicabilidad de algunas de estas circunstancias a parte del periodo restante, hay que tener

---

( 918 ) Ibid.

en cuenta las fuertes restricciones legales a que se ven sometidos los gestores de los FIM en su actuación. Así, al margen del alto patrimonio mínimo exigido para su creación ( 919 ), lo que crea los problemas de dimensión que ya fueron considerados en el apartado anterior, los fondos tienen limitados los títulos en que pueden invertir ( 920 ) y las proporciones en que pueden hacerlo ( 921 ), debiendo mantener, además, un porcentaje mínimo de liquidez.

En definitiva, "los resultados obtenidos en esta investigación, parecen conformarse con la hipótesis fuerte del mercado eficiente. Ello puede deberse a que nuestro mercado efectivamente lo sea (lo que no parece probable) o a una mala gestión de los fondos de inversión (lo que tampoco parece plausible). Las restricciones legales, el coeficiente de liquidez obligatoria, la competencia entre los fondos, su po

---

( 919 ) Tal circunstancia no es aplicable a los primeros fondos creados, a los que se les exigió un patrimonio mínimo de sólo cincuenta millones de pesetas.

( 920 ) Véase P. Mateos-Aparicio: "Inversión mobiliaria..", ob. cit., p. 21.

( 921 ) Ibid., p. 22.

lítica inversora conservadora, etcétera, quizá haya de-  
terminado los resultados obtenidos" ( 422 ).

---

( 422 ) A.S. Suárez Suárez: "Decisiones óptimas...", ob.  
cit., p. 402.

TP  
1981  
141-II

Eduardo Pérez Gorostegui



X-48-006684-0

LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES EN ESPAÑA

TOMO II



ARCHIVO

Departamento de Economía de Empresa  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
Universidad Complutense de Madrid  
1981



BIBLIOTECA

© Eduardo Pérez Gorostegui  
Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía  
Noviciado, 3 Madrid-8  
Madrid, 1981  
Xerox 9200 XB 480  
Depósito Legal: M-15927-1981

Universidad Complutense  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

LA EFICIENCIA DEL MERCADO DE VALORES EN ESPAÑA

Tesis Doctoral

Presentada por:

EDUARDO PEREZ GOROSTEGUI

Dirigida por el

Dr. D. ANDRES SANTIAGO SUAREZ SUAREZ

Catedrático de Economía de la Empresa

Madrid, mayo 1980





V O L U M E N   I I



PARTE III:

TEORIA DE LA INFORMACION, CADENAS DE MARKOV  
Y MOVIMIENTOS BURSATILES EN ESPAÑA



CAPITULO 6:

LA TEORIA DE LA INFORMACION Y LOS MOVIMIENTOS BURSATILES EN  
ESPAÑA (I): METODOLOGIA Y PRIMEROS RESULTADOS Y CONCLUSIONES



## 1- INTRODUCCION.

En 1965, Theil y Leenders ( 423 ) desarrollaron un novedoso procedimiento para el análisis del comportamiento de los movimientos bursátiles, basado en la teoría de la información. Su carácter novedoso se deriva del empleo de unos datos -las proporciones de acciones que suben, bajan y no varian de cotización en las sucesivas sesiones bursátiles- raramente utilizados en este tipo de trabajos, y de una metodología que no había sido empleada con anterioridad en ningún estudio realizado en este ámbito.

En el mismo número del "Journal of Business" en que apareció el trabajo de Theil y Leenders, Fama ( 424 ), además

---

( 423 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow on the Amsterdam Stock Exchange", Journal of Business, v. 38, nº 3, julio 1965, pp. 277-284.

( 424 ) E.F. Fama: "Tomorrow on the New York Stock Exchange", Journal of Business, v. 38, nº 3, julio 1965, pp. 285-299.



de introducir algunas mejoras y puntualizaciones en la metodología desarrollada por aquellos, trasladó su estudio, realizado para el mercado de Amsterdam, al análisis de la Bolsa de Nueva York.

Posteriormente, en 1968, Dryden ( 125 ) utilizó también este enfoque para estudiar el mercado londinense, y Philippatos y Nawrocki ( 126 ), en 1973, lo aplicaron nuevamente al análisis de la Bolsa de Nueva York.

En 1978, Hong ( 127 ) -en un trabajo, desafortunadamente, bastante incompleto, especialmente en cuanto a la descrip

---

( 125 ) M.M. Dryden: "Short-Term Forecasting of Share Prices: An Information Theory Approach", Scottish Journal of Political Economy, noviembre 1968, pp. 227-249.

( 126 ) G.C. Philippatos y D.N. Nawrocki: "The Information Inaccuracy of Stock Market Forecasts: Some New Evidence of Dependence on The New York Stock Exchange", Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, n° 3, junio 1973, pp. 445-458.

( 127 ) H. Hong: "Predictability of Price Trends on Stock Exchanges: A Study of Some Far Eastern Countries", Review of Economics and Statistics, v. 60, n° 4, noviembre 1978, pp. 619-621.

ción de los datos utilizados- aplicó esta metodología al estudio del comportamiento de los mercados de Australia, Hong-Kong, Japón y Singapur , empleando, sin embargo, datos semanales frente a los diarios utilizados en los trabajos anteriormente reseñados.

Estos análisis empíricos muestran las diferencias existentes entre los distintos mercados en función del grado de dependencia de los movimientos bursátiles. Así, tal dependencia resulta, entre los mercados occidentales analizados, mínima para el mercado de Nueva York y máxima para el de Londres, encontrándose el de Amsterdam en un punto intermedio. En cuanto a los países del Lejano Oriente estudiados por Hong, la dependencia es máxima para el mercado de Hong-Kong y mínima para el de Japón ( 121 ).

En relación con los trabajos mencionados interesa realizar cuatro observaciones:

---

( 121 ) Hong empleó datos semanales, lo que imposibilita la comparación de sus resultados con los obtenidos por los restantes autores, que utilizaron datos diarios.

- Hay entre ellos una práctica homogeneidad en el tipo de datos empleados: los tantos por uno que, del total de acciones negociadas en cada sesión bursátil, representan las que suben, las que bajan y las que repiten su cotización previa.
- Hay, además, entre los cuatro primeros mencionados, homogeneidad en cuanto a la periodicidad de tales datos. Todos ellos son diarios.
- En todos ellos se aplicó la misma metodología: la derivada por Theil y Leenders y basada en la medición de la denominada "inexactitud media de la información", que será definida posteriormente.
- Entre todas las bolsas analizadas suman un total de siete, comprendiendo mercados tan diversos como dos europeos, uno americano, e incluso cuatro asiáticos.

Es gracias a la homogeneidad metodológica y de datos que es posible, comparando los resultados de unos y otros, jerarquizar los diferentes mercados analizados en función de la predictabilidad de sus movimientos. Tal jerarquización se ve facilitada por la claridad de los resultados generados por esta forma de análisis. Si a ello se une la trascendencia del aspecto relativo en este tipo de trabajos, se comprenderá el interés de esta forma de análisis. Y es que no interesa tanto saber si los precios o los movimientos generales del mercado de valores español son más o menos predecibles estadísticamente, como determinar en qué nivel de dependencia se encuentra éste en comparación con un mercado "modelo" como pueda ser el de Nueva York. Si, como parece "a priori" razonable, tal dependencia es mayor en el mercado español, interesaría conocer en qué relación se encuentra éste respecto a otros mercados europeos como el de Londres o el de Amsterdam. Supóngase que los resultados del análisis empírico sugieren que la dependencia es todavía superior para el mercado de valores español. En tal supuesto, es posible que éste se encuentre al nivel del mercado de Japón, pero también puede estarlo al de la bolsa australiana

na, la de Singapur o incluso al de la de Hong-Kong.

A la determinación del nivel de dependencia en los movimientos bursátiles del mercado español, en sentido absoluto y en relación con otros mercados del mundo, va dirigido el estudio que sigue, cuya exposición se puede dividir, fundamentalmente, en diez partes:

- La primera, se dedica a la presentación de la metodología diseñada por Theil y Leenders y basada en algunos conceptos elementales de la teoría de la información. Comprende los epígrafes 2 y 3.
- A continuación, en el epígrafe número 4, se exponen, brevemente, los resultados obtenidos, aplicando la metodología antes presentada, en los análisis realizados en las bolsas de Amsterdam, Londres y Nueva York; esto es, en aquellas en que se utilizaron datos diarios.

- Los epígrafes 5 y 6, se dedican a la descripción de los datos utilizados para la aplicación del "test" al mercado de valores español, y a la realización de tal aplicación.
- Los resultados obtenidos, en relación con los de otros países occidentales, se presentan en el epígrafe 7, donde se obtienen unas primeras conclusiones respecto al grado de predictibilidad de los movimientos bursátiles en España.
- En los epígrafes 2, 3 y 4, del capítulo siguiente, se profundizará en el análisis de algunas de las conclusiones obtenidas en el apartado anterior, lo que conducirá a la realización de ulteriores comparaciones con los mercados de Londres, Amsterdam y Nueva York. Tales comparaciones, se presentan en el epígrafe 5.
- En el estudio que se recoge en los apartados anteriores, se emplearon datos diarios, lo que imposi-

bilita la comparación de sus resultados con los obtenidos para algunos países del Lejano Oriente. Para conseguir una homogeneidad en el análisis y, con ello, posibilitar la comparación, en el epígrafe 6 se repitió el análisis empleando datos primarios semanales. En el mismo epígrafe, se presentan los resultados derivados de tal comparación.

- En el apartado 2 del capítulo 8, se introduce un enfoque markoviano para la predicción de los movimientos bursátiles diarios. Se trata de estudiar la posibilidad de que las capacidades explicativa y predictiva de las reglas de predicción utilizadas por Theil y Leenders puedan ser mejoradas por una nueva regla basada en una matriz de transición. Tal regla de predicción, utilizada por Dryden ( 174 ) para el análisis del mercado londinense, se aplicará al estudio del mercado de valores es

---

( 174 ) M.M. Dryden: "Share Price Movements: A Markovian Approach", Journal of Finance, v. 24, nº 1, marzo 1969, pp. 49-60.

pañol. Las capacidades explicativa y predictiva de tal regla en nuestro mercado, se medirán con arreglo a la metodología de Theil-Leenders.

- Los resultados empíricos de este enfoque markoviano y su capacidad de explicación y predicción en relación con las reglas de Theil-Leenders medidas, tales capacidades, de acuerdo con la metodología derivada por estos de la teoría de la información se presentan en los epígrafes 3, 4 y 5.

- Los resultados obtenidos en los epígrafes anteriores, en relación con los que Dryden obtuvo para el mercado de valores de Londres, se exponen en el epígrafe número 6, donde también se presentan las conclusiones principales que se derivan de tal comparación.



## 2- LA INEXACTITUD DE LA INFORMACION

La metodología que va a exponerse, trata de establecer en qué medida existe dependencia en los movimientos bursátiles a corto plazo. Tales movimientos se determinan mediante el tanto por uno de las acciones cotizadas en las distintas sesiones bursátiles que han subido, bajado y no variado de cotización respecto a la sesión precedente. Para la predicción del movimiento de mañana (tantos por uno correspondientes a la próxima sesión), se establecerán una serie de reglas de predicción, cada una de las cuales supone la existencia de un distinto grado de dependencia en las series de proporciones. La selección de la regla de predicción óptima pondrá de manifiesto el nivel de dependencia de las oscilaciones. Tal selección se realiza en base a la denominada por Theil y Leenders "inexactitud de la información" o "inexactitud de las predicciones", que no constituye sino el resultado de una determinada interpretación de la "información proporcionada por un mensaje", "información de canal" o "ganancia de información" derivada del mismo, concepto este bien conocido en teoría de la informa-

ción. En los párrafos que siguen, se presentan brevemente, y sin pretensiones de exhaustividad, algunos conceptos elementales de dicha teoría; aquellos que son necesarios para llegar a exponer el concepto de "información de canal", y el paso de este al de "inexactitud de las predicciones" ( 930 ).

La teoría de la información, originalmente desarro-

---

( 930 ) La bibliografía sobre teoría de la información es ingente. Baste citar aquí cinco obras bien conocidas en las que el lector interesado en este tema puede encontrar concisas in tro duc cio ne s a la misma y ulteriores referencias bibliográficas:

- F. Atteneave: "Applications of Information Theory to Psychology", Holt-Dryden, Nueva York, 1959.
- H. Theil: "Economics and Information Theory", Rand McNally, Chicago, 1967.
- A.I. Kintchin: "Mathematical Foundations of Information Theory", Dover Publications, Nueva York, 1957.
- M. López Cachero: "Fundamentos y métodos de Estadística", Pirámide, Madrid, 1977.
- U. Nieto de Alba: "Introducción a la Estadística. Concepción clásica y bayesiana", Tomo II, Aguilar, Madrid, 1973.

llada por Shannon( <sup>93</sup> ),profesor del Massachusett Institute of Technology (M.I.T.), parte de un aserto fundamental: la información proporcionada por la materialización de un suceso depende de la posibilidad de su acaecimiento; esto es, la realización de un acontecimiento proporciona tanta mayor información cuanto mayor sea la sorpresa que produce, es decir, cuanto menor fuera la probabilidad "a priori" de su acaecimiento. Así, se puede denominar " $h(p)$ " a la información proporcionada por la realización de un suceso de probabilidad " $p$ " ( $0 \leq p \leq 1$ ) con lo que se hace constar que tal información es función de " $p$ ". Para determinar la forma concreta de esta función, se debe tener en cuenta que:

- Tal función debe ser decreciente con " $p$ ", pues,

---

( <sup>93</sup> )C.E. Shannon:"A Mathematical Theory of Communication", Bell System Technical Journal, vol. 27 , n<sup>o</sup> 2 (pp. 379-423) y 3 (pp. 623-656), 1959. También puede verse de C.E. Shannon y W. Weaver: "The Mathematical Theory of Communication", The University of Illinois Press, Urbana, 1964.

de acuerdo con lo anteriormente expuesto, la información aumenta (disminuye) al reducirse (incrementarse) la probabilidad del suceso de que se trata.

- Congruentemente, la función ha de tender a infinito cuando la probabilidad " $p$ " tienda a cero (suceso imposible en el límite).

- De otra parte, la materialización de un suceso "seguro" no proporciona información alguna, por lo que la función debe tomar el valor cero cuando " $p$ " sea igual a uno.

- A cada uno de los infinitos posibles valores de " $p$ " les debe corresponder una y solo una medida de información; es decir, la función debe ser monótona y continua.

- La información proporcionada por la ocurrencia

conjunta de dos o más sucesos independientes entre sí, debe ser igual a la suma de las informaciones que nos proporcionan los distintos sucesos en su acontecer.

De todo ello resulta la congruencia de emplear, como medida de la información, el logaritmo del recíproco de la probabilidad:

$$h(p) = \log 1/p = -\log p \quad (2.1)$$

El logaritmo puede ser neperiano -en tal caso la información vendrá medida en "nits"-decimal -y la unidad de información será el "hartley"- o binario -en cuyo caso la información se mide en "bits"-. Por comodidad y sencillez en su aprensión, se suele emplear la base binaria en la que cada "bit" constituye la información proporcionada por el acaecimiento de un suceso de probabilidad igual a  $1/2$ :

$$h(1/2) = \log_2 1/2 = 1$$

Si, en lugar de un único suceso, se considera un conjunto o "sistema" de sucesos mutuamente excluyentes " $E_1, E_2, \dots, E_n$ ", a los que corresponden unas probabilidades respectivas de " $p_1, p_2, \dots, p_n$ " (siendo  $0 \leq p_i \leq 1$  para todo " $i = 1, 2, \dots, n$ ", y  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ ), a cada uno de los sucesos " $E_i$ " le corresponderá una información en su acaecimiento (esto es, una incertidumbre "ex ante") de:

$$h(p_i) = -\log p_i$$

por lo que la información esperada del acaecimiento de uno de los " $E_i$ " (esto es, la incertidumbre que afecta al sistema "ex ante") será:

$$H = \sum_{i=1}^n p_i h(p_i) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (2.2)$$

A " $H$ " se le denomina "entropía" o "desorden" del sistema y es siempre no negativa por serlo tanto las probabilidades de los sucesos " $p_i$ " como los contenidos de información que les corresponden, " $h(p_i)$ ", alcanzando su mínimo ( $H=0$ ) cuando se trata de una

distribución causal en la que:

$$\begin{aligned} p_i &= 0 \text{ para todo } i \neq k \\ \text{Y } p_i &= 1 \text{ para un } i = k \end{aligned} \quad (932)$$

y su máximo ( $H = \log n$ ) cuando la incertidumbre del sistema es máxima, esto es, cuando

$$p_i = 1/n \text{ para todo } i = 1, 2, \dots, n \quad (933)$$

(932) Obsérvese que el límite de " $p_i \cdot \log p_i$ " cuando " $p_i$ " tiende a cero desde valores positivos, vale cero, y que " $p_k \cdot \log p_k$ ", cuando " $p_k$ " toma el valor uno, vale cero también.

(933) Para demostrarlo basta calcular el máximo condicionado a  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ , de la función " $H(p_i)$ ", para lo que, empleando el multiplicador " $\lambda$ " de Lagrange, se puede formar la función:

$$\Phi = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log p_i + \lambda \left( \sum_{i=1}^n p_i - 1 \right)$$

Derivando esta función respecto a " $p_i$ " e igualando a cero, se concluye que el logaritmo de " $p_i$ " debe ser constante para todo  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dado que todos los logaritmos son iguales cualquiera que sea el valor de " $i$ ", también deben serlo todos los valores de " $p_i$ " que, por otro lado, deben totalizar la unidad. Por tanto, la derivada de " $\Phi$ " vale cero si y sólo si:

$$p_i = 1/n \text{ para todo } "i"$$

El valor correspondiente de " $H$ " será por tanto:

$$- \sum_{i=1}^n (1/n) \cdot \log 1/n = - \log 1/n = \log n$$

La concavidad de la función " $H(p_i)$ " asegura que se trata de un máximo.

Como es lógico, la información esperada es nula cuando no existe incertidumbre alguna, y es máxima cuando también lo es la ignorancia.

Volviendo al principio, supóngase un suceso "k" al que corresponde una probabilidad de ocurrencia " $p_k$ ". La información que acompaña a su realización será:

$$h(p_k) = -\log p_k$$

Considérese ahora no ya la ocurrencia del suceso "k", sino, en general, una "comunicación o noticia que, aportándonos información acerca de un hecho o evento de un colectivo o de un sistema en general, contribuye a disminuir la indeterminación que el mismo presenta a nuestra consideración" ( 934 ). Más aún, considérese el caso en que tal comunicación o noticia, que se denominará "mensaje", en su acaecimiento hace variar la probabilidad de ocurrencia de

---

( 934 ) J.M. Fernández Pirla: "Economía y Gestión de la Empresa", ICE, Madrid, 1974, p. 481.



un suceso "k" desde " $p_k$ " hasta " $q_k$ ", modificando con ello la incertidumbre existente en relación con tal suceso. La variación de incertidumbre, esto es, la modificación de la información que derivaría de la ocurrencia de "k", valdrá:

$$h(p_k) - h(q_k) = -(\log p_k) + \log q_k = \log (q_k/p_k) \quad (2.3)$$

Tal es, por tanto, el contenido informativo del mensaje, esto es, la ganancia de información derivada del mismo.

Si no se trata de un único suceso "k", sino de un conjunto o sistema como el anteriormente definido, en el que los distintos sucesos " $E_1, E_2, \dots, E_n$ ", experimentarían, tras la aparición del mensaje, una variación en sus probabilidades respectivas desde " $p_1, p_2, \dots, p_n$ " (probabilidades a priori) hasta " $q_1, q_2, \dots, q_n$ " (probabilidades a posteriori), se podrá definir, de manera semejante a lo realizado para la entropía, el contenido informativo esperado del mensaje o ganancia de información esperada del mismo como:

$$I(q:p) = \sum_{i=1}^n q_i \cdot \log(q_i/p_i) ,$$

siendo  $0 \leq q_i \leq 1$  y  $0 \leq p_i \leq 1$ , para todo  $i = 1, 2, 3,$

$$\text{y } \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n p_i = 1 ;$$

lo que muestra que  $I(q:p)$  es "una media ponderada de las variaciones de información derivadas de las modificaciones producidas en las probabilidades de las "n" alternativas, siendo las ponderaciones iguales a las probabilidades a posteriori" ( 135 )

La ganancia de información obtenida gracias al mensaje, también llamada "información de canal de transmisión", es, obviamente, no negativa( 136 ) (el mensaje tendrá o no contenido in

( 135 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow..", ob. cit., p. 279

( 136 ) Para demostrarlo, se suele partir de la media aritmética y la geométrica de los cocientes " $p_i/q_i$ " ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), ambas ponderadas, siendo los coeficientes de ponderación las respectivas " $q_i$ ". Dado que la media aritmética de un conjunto de números positivos es siempre superior o igual a su media geométrica y que, tanto el exponente de la raíz de aquella como el denominador de esta, valen la unidad

(  $\sum_{i=1}^n q_i = 1$  ), tomando logaritmos, se cumple que:

$$\sum_{i=1}^n q_i \cdot \log(p_i/q_i) \leq \log \sum_{i=1}^n q_i \cdot p_i/q_i = 0$$

y, por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^n q_i \log(q_i/p_i) \geq 0$$

formativo pero en ningún caso "desinforma"), alcanza su valor mínimo ( $I(q:p) = 0$ ) sólo cuando " $q_i = p_i$ " para todo " $i$ ", es decir, cuando no modifica la incertidumbre existente, y aumenta de valor a medida que sean mayores las variaciones habidas en las probabilidades de los distintos sucesos.

En el caso de que algún suceso del sistema, " $E_k$ ", alcance una probabilidad a posteriori igual a la unidad y, por tanto, tal probabilidad resulte nula para los demás sucesos pertenecientes al mismo,  $I(q:p)$  valdrá:

$$I(q:p) = \log 1/p_k = h(p_k)$$

como es lógico, dado que, en tal caso, el mensaje asegura la realización de " $E_k$ ", esto es, equivale a la "práctica total de la prueba a que la indeterminación se refiere ("self information")" ( 137 ).

---

( 137 ) J.M. Fernández Pirla: "Economía...", ob. cit., p. 432

La función  $I(q;p)$  se va a emplear para medir la exactitud de las predicciones realizadas con una serie de reglas que se presentarán más adelante. Ello permitirá determinar cual de las reglas explica mejor la evolución de los movimientos bursátiles. Las series a que se aplicarán tales reglas son tres: el tanto por uno que, de las acciones cotizadas en cada sesión bursátil, han subido; han bajado, y han repetido su cotización. Evidentemente, los tres cocientes son no negativos, y totalizan la unidad, por lo que "pueden ser observados como tres probabilidades" (93). Supóngase que las "probabilidades" a priori " $p_{1t}$ " (tanto por uno de títulos que han ascendido de valor), " $p_{2t}$ " (fracción correspondiente a los que han descendido), y " $p_{3t}$ " (proporción que representan los que han repetido) relativos al día " $t$ " se han obtenido haciendo uso de una determinada regla de predicción " $S$ ". Si se denominan " $q_{1t}$ ", " $q_{2t}$ " y " $q_{3t}$ " a los correspondientes valores observados en el mercado en el día

---

( 93 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow...", ob. cit., p. 277

"t", el "contenido informativo" de las observaciones será:

$$I(q:p) = \sum_{i=1}^3 q_{it} \log(q_{it}/p_{it}) \quad (2.5)$$

Tal contenido informativo será tanto mayor cuanto menor sea la exactitud de la información previamente disponible en relación con los valores de las proporciones; esto es, cuanto menor sea la exactitud de las predicciones realizadas. De ahí que Theil y Leenders, denominen a esta medida "inexactitud de la información" e "inexactitud de las predicciones" (1979). Esta medida tomará su valor mínimo cuando las predicciones sean perfectas ( $q_{it} = p_{it}$  para todo  $i = 1, 2, 3$ ) e irá aumentando según sea mayor la diferencia entre realizaciones y predicciones. En definitiva, "si las probabilidades observadas ( $q_i$ ) nos ofrecen mucha información dadas las predicciones realizadas ( $p_i$ ), consideraremos que las predicciones son altamente inexactas. Si las " $q_i$ " contienen muy poca informa

---

( 1979 ) Ibid, p 279

ción dadas las " $p_1$ ", estas últimas se considerarán muy exactas... Es así que  $I(q:p)$  constituye una medida natural, basada en la teoría de la información, que mide la inexactitud de las predicciones" ( 440 ).

Considérese ahora una nueva regla de predicción " $R$ ", que para el día " $t$ " genera las predicciones " $p'_{1t}$ ", " $p'_{2t}$ " y " $p'_{3t}$ " correspondientes a las proporciones " $q_{1t}$ ", " $q_{2t}$ " y " $q_{3t}$ ". La inexactitud de tales predicciones vendrá medida por:

$$I(q:p') = \sum_{i=1}^3 q_{it} \cdot \log(q_{it}/p'_{it})$$

y de la comparación de " $I(q:p)$ " con  $I(q:p')$  podrá deducirse cual de las dos reglas de predicción, " $S$ " o " $R$ ", ha generado unas predicciones más exactas en el día " $t$ ".

---

( 440 )Ibid, p. 279



Si la exactitud que se analiza no es la de las predicciones realizadas para un sólo día "t", sino las efectuadas para cada una de las sesiones bursátiles habidas durante un periodo que comprende "T" sesiones, se necesitará alguna medida promedio. El promedio sugerido por Theil y Leenders, y empleado en el suyo y en todos los trabajos posteriores reseñados, es una media aritmética simple de las inexactitudes medidas en las diferentes sesiones; esto es:

$$\bar{I}(q:p) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^3 q_{it} \cdot \log(q_{it}/p_{it}) \quad (2.6)$$

Tal promedio, denominado "inexactitud media de la información", o "inexactitud media de las predicciones", permite comparar la capacidad explicativa o predictiva de dos o más reglas alternativas (94). En el próximo epígrafe se presentan algunas de ellas.

---

( 94 ) Esta metodología tiene, obviamente, un campo de aplicación que va mucho más allá del que aquí se discute. Como señala Dryden ("Short-Term..", ob.cit. p.231): "La economía estudia problemas asignacionales. Las proporciones asignadas a "n" empleos diferentes pueden ser consideradas como un conjunto de "n" números no negativos "p<sub>i</sub>", i= 1, 2, ..., n, tales que 0 ≤ p<sub>i</sub> ≤ 1 para todo "i" y  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ . Las asignaciones son, así, al menos formalmente, como probabilidades". Con esta base existen numerosos problemas económicos en los que la presente metodología en concreto y la teoría de la información, en general, pueden resultar aplicables. Pueden encontrarse diversos ejemplos en: H. Theil: "Economics...", ob. cit.

Más adelante se expondrá otra basada en un enfoque markoviano.



### 3- LAS REGLAS DE PREDICCIÓN

El objetivo del presente estudio es analizar la dependencia existente en las series de las proporciones de acciones que, en las distintas sesiones bursátiles, han superado, empeorado y repetido la cotización previa. Para ello, se van a plantear una serie de reglas de predicción alternativas, cada una de las cuales supone una forma y grado diferente de dependencia. La aplicación posterior, a cada una de estas reglas, de la metodología expuesta en el apartado anterior, permitirá determinar cual, de entre todas las reglas, tiene una mayor capacidad explicativa, y así se obtendrá un cierto "conocimiento de la naturaleza del proceso que genera los datos" ( 94 ).

En principio, se estudiará la capacidad explicativa de

---

( 94 ) M.M. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 238

las reglas de predicción propuestas por Theil y Leenders ( 943 ):

1-"El procedimiento más simple es equivalente a postu-  
lar que no es posible ninguna predicción "real". Es-  
to es, que no es posible hacer nada mejor que  $p_{it} = \bar{q}_i$   
( 944 ) donde " $\bar{q}_i$ " es la media a largo plazo de la  
fracción "i". Según esta primera regla, la predic-  
ción correspondiente al tanto "i" en el día "t",  
valdrá, por tanto:

$$p_{it} = \bar{q}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T q_{it}, \quad i=1, 2, 3. \quad (3.1)$$

siendo "T" el número de sesiones bursátiles obser-  
vadas.

---

( 943 ) Más adelante, se comparará la regla de predicción óptima,  
de entre las propuestas por Theil y Leenders, con una nue-  
va regla, debida a Dryden ("Share-Price...", ob. cit.) que  
parte de lo que trata de ser una matriz de transición, en  
el sentido markoviano, de los movimientos bursátiles dia-  
rios.

( 944 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow...", ob. cit., p. 282.

2- Otra sencilla regla consiste en utilizar como predicción para la proporción "i" del día "t", el valor observado, para tal proporción, en el día "t-1", esto es:

$$p_{it} = q_{i,t-1} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.2)$$

"Su teoría es que las fluctuaciones del mercado de valores mañana serán, como media, similares a las de hoy" ( 945 ).

3- Un compromiso entre las dos reglas anteriores podría ser el consistente en asignar a " $q_{it}$ " la media ponderada siguiente:

---

( 945 )Ibid, p. 282

$$p_{it} = \alpha \cdot q_{i,t-1} + (1-\alpha) \cdot \bar{q}_i \quad (3.3)$$

donde  $i = 1, 2, 3$

y  $0 \leq \alpha \leq 1$

Tal expresión sintetiza un número infinito de posibles reglas de predicción: una para cada valor de " $\alpha$ ". El valor de tal parámetro reflejará la mayor o menor importancia dada a " $q_{i,t-1}$ " y a " $\bar{q}_i$ " en la predicción. Obsérvese, además, que entre las infinitas reglas resumidas en esta expresión, se encuentran, en los extremos, las mencionadas anteriormente; a la primera le corresponde un valor de " $\alpha$ " igual a cero y a la segunda un valor de " $\alpha$ " igual a la unidad.

4- Generalizando la exposición anterior, se podrían utilizar, en la predicción, no sólo los valores de las fracciones observadas en la sesión anterior a aque

lla para la que se realiza la predicción, sino también las correspondientes a otras sesiones anteriores. Para ello, Theil y Leenders, utilizando un método de distribución de Fisher ( 946 ), señalan como cuarta regla la que asigna a " $q_{it}$ " el valor:

$$p_{it} = \alpha \cdot \frac{N \cdot q_{i,t-1} + (N-1) \cdot q_{i,t-2} + \dots + q_{i,t-N}}{\frac{1}{2} \cdot N \cdot (N+1)} + (1-\alpha) \cdot \bar{q}_i \quad (3.4)$$

esto es, en la expresión anterior, se ha sustituido " $q_{i,t-1}$ " por una media ponderada de las proporciones correspondientes a las sesiones anteriores a aquella a que se refiere la predicción, siendo las ponderaciones linealmente decrecientes, lo que no refleja sino el supuesto lógico de que en la predicción tienen mayor importancia los datos más recientes.

---

( 946 ) I. Fisher: "Note on a Short-Cut Method for Calculating Distributed Lags", Bulletin de l'Institut international de statistique, v. XLII, 1937, pp. 323-327. Citado por H. Theil y C.T. Leenders en "Tomorrow...", ob. cit., p. 232

Esta última expresión recoge infinitas reglas de predicción -una por cada valor de "i" y de "α"- y, entre ellas, todas las anteriores. Así, cuando "N" es igual a uno aparece la expresión señalada en el punto anterior:

$$p_{it} = \alpha q_{i,t-1} + (1-\alpha) \bar{q}_i$$

Si "α" vale cero, se tendrá la regla señalada en primer lugar:

$$p_{it} = \bar{q}_i$$

La regla propuesta en el punto segundo se da cuando:

$$\alpha = N = 1$$

en cuyo caso:

$$p_{it} = q_{i,t-1} \quad (94)$$

Casi no es necesario, por resultar obvio, llamar la atención sobre el hecho de que, para todas las reglas propuestas, se cumple que, para cualquier sesión "t":

$$0 \leq p_{it} \leq 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, 3$$

$$\text{y } \sum_{i=1}^3 p_{it} = 1$$

condiciones estas que son necesarias para que constituyan predicciones consistentes y para que se las pueda tratar como probabilidades a priori.

---

(94) En adelante, se denotará frecuentemente, a las diversas reglas, por sus parámetros " $\alpha$ " y " $\beta$ ", por ese orden. Así, por ejemplo, la regla "(1,0.2)" es la recogida en la expresión:

$$p_{it} = 0.2 \cdot q_{i,t-1} + 0.8 \cdot \bar{q}_i \quad \text{para todo } i = 1, 2, 3$$

Cada una de las reglas contenidas en la expresión (3.4) puede aplicarse a la predicción, no de un " $p_{it}$ " sino de los " $T$ " valores tomados por cada una de las fracciones " $i$ " ( $i = 1, 2, 3$ ) en las " $T$ " sesiones bursátiles consideradas. Posteriormente se calcularía para cada una de las reglas, la inexactitud media de las predicciones realizadas con arreglo a la misma. Aplicando el criterio de "mínima inexactitud de información" se llegaría a la determinación de la regla óptima, esto es, aquella para la que es mínima la expresión (2.6).



#### 4- RESULTADOS OBTENIDOS EN ALGUNOS MERCADOS EXTRANJEROS

Las predicciones realizadas utilizando la primera regla mencionada ( $\alpha = 0$ ) generaron una inexactitud media de 0.0689 bits en el mercado de Amsterdam y 0.04153 en el de Londres, frente a 0.0774 y 0.03521 bits de inexactitud, respectivamente, cuando se utilizó, como regla, la señalada en segundo lugar ( $N = \alpha = 1$ ). Entre ambas, para explicar las fluctuaciones bursátiles, deben escogerse, por tanto, la primera para el mercado de Amsterdam y la segunda para el de Londres. Tal resultado ya parece sugerir una mayor dependencia en el mercado de Londres que en el de Amsterdam. En cuanto al mercado de Nueva York, tanto los resultados de Fama (0.0623 bits de inexactitud cuando  $\alpha = 0$ , y 0.0901 cuando  $N = \alpha = 1$ ) como los obtenidos por Philippatos y Nawrocki para un periodo diferente (0.05419 y 0.06816, respectivamente), sugieren, también, una mayor capacidad explicativa para la primera regla. Tanto el mercado de Nueva York como el de Amsterdam parecen, por tanto, tener menor dependencia, en sus movimientos, que el de Londres. Para jerarquizar los mercados de Nueva York y Amsterdam y confirmar los resultados anteriores, basta seleccionar la regla 6p

tima de entre las contenidas en la expresión (3.4), utilizando el criterio de mínima inexactitud media. En los cuatro trabajos realizados se observó que, para cada valor de " $\alpha$ ", la inexactitud de las estimaciones iba aumentando al incrementarse " $T$ ". La regla óptima resultó ser, por tanto, del tipo señalado en tercer lugar, esto es:

$$p_{it} = \alpha \cdot q_{i,t-1} + (1-\alpha) \cdot \bar{q}_i$$

El valor concreto de " $\alpha$ " que hizo mínima la inexactitud media de las predicciones en el mercado de Amsterdam fue de 0.477 frente a 0.58 en el de Londres, lo que confirma la mayor dependencia existente en este último. La inexactitud media de la información generada siguiendo la regla óptima fue de 0.0535 bits en la Bolsa de Amsterdam y 0.02786 en la de Londres, lo que representa una reducción en la inexactitud media, frente a la regla consistente en suponer que no es posible ninguna predicción significativa, del 22.35 y del 32.91 por cien, respectivamente.

En cuanto al mercado de Nueva York, Fama obtuvo un valor óptimo aproximado para " $\alpha$ " de 0.3, con el que se generaron unas predicciones con una inexactitud media de 0.0560 bits, lo que, frente a la estrategia consistente en dar a " $\alpha$ " el valor cero, representa una reducción en tal inexactitud de sólo el 10.11 por cien. Los resultados de Philippatos y Nawrocki, aunque difieran de los de Fama, en tanto sugieren una mayor dependencia en las series del mercado de Nueva York, no se diferencian de estos en lo relativo a la jerarquización entre este y los dos mercados europeos estudiados. Así, estos autores obtuvieron para " $\alpha$ " un valor óptimo de 0.42, para el que resultó una inexactitud media de 0.04494 bits, lo que representa una reducción, frente a la inexactitud generada por la consistente en hacer " $\alpha$ " igual a cero, del 17.07 por cien.

En definitiva, los resultados sugieren, en primer lugar, que en todos los mercados analizados existe dependencia en los sucesivos valores diarios de las series estudiadas; en segundo lugar, que la memoria del mercado es de un día; y en tercer

lugar, que tal dependencia es máxima para el mercado de Londres y mínima para el de Nueva York, encontrándose el de Amsterdam en un nivel intermedio. En general, tanto al mercado de Londres como al de Amsterdam y, en mucho menor grado, al de Nueva York, le son aplicables las siguientes palabras de Fama con las que resumía el trabajo de Theil y Leenders: "...sus resultados indican que si los títulos en general subieron ayer, probablemente también subirán mañana. Este tipo de persistencia crea dudas sobre la validez del modelo de recorrido aleatorio" ( 948 )

---

( 948 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 285

#### 5- DESCRIPCION DE LOS DATOS EMPLEADOS. SU TRATAMIENTO

Los datos primarios necesarios para la realización del estudio, esto es, el número de acciones que, en cada sesión bursátil, subieron, bajaron y no variaron de cotización, se refieren a la Bolsa de Madrid. Existen importantes motivos para ello. El primero es que no existen datos consolidados para el conjunto del mercado de valores español. El segundo es que la Bolsa de Madrid concentra la mayor parte de las operaciones realizadas, del volumen negociado, de las acciones cotizadas, y de la capitalización total del mercado. El tercero, y definitivo, es que es el único "submercado" para el que existe una relativa facilidad para obtener este tipo de datos, pues, al menos, se pueden encontrar en las páginas bursátiles de algunos diarios. Por tanto, "sólo" es cuestión de paciencia y de horas, muchas horas de hemeroteca, el recopilarlos.

La muestra empleada corresponde a las 2228 sesiones bursátiles habidas en los once años y medio que van desde el

30 de diciembre de 1967 al 29 de junio de 1979.

Los datos primarios relativos a los años 1977, 1978, y la primera mitad de 1979, se obtuvieron del Servicio de Información de la Bolsa de Madrid. La mayor parte de los correspondientes a los restantes nueve años se tomaron del diario "ABC". Se acudió a otras fuentes (principalmente los diarios "Ya" y "Pueblo") cuando tales datos no aparecían en el número correspondiente de aquella publicación y cuando algún ejemplar de la misma faltaba en la Sección de Revistas y Publicaciones Periódicas de la Biblioteca Nacional, donde se realizó todo el trabajo de recopilación salvo el correspondiente a algunos periodos para los que no existían ejemplares de los diarios antes mencionados en dicha Biblioteca. En tales casos, se acudió a la Hemeroteca Nacional.

Las series de los tantos por uno de acciones que, en las 2228 sesiones bursátiles, subieron, bajaron y no variaron de cotización ( $q_{1t}$ ,  $q_{2t}$ , y  $q_{3t}$ ;  $t = 1, 2, \dots, 2228$ ), se recogen en el apéndice número 1 de este capítulo. La media ( $\bar{q}_1$ ) y la des-

viación típica ( $Q_1$ ) de tales series, se incluyen en el cuadro número 1, donde también se encuentran estos y algunos otros datos correspondientes a los estudios previos que se vienen comentando.

La primera diferencia que se observa entre los datos del presente estudio y los de otros trabajos previos -al margen del número de sesiones contempladas y del periodo abarcado en cada uno de ellos- es la homogeneidad existente entre las tres series en la Bolsa de Madrid frente a la heterogeneidad observada en los demás mercados. En esta bolsa, cada una de las " $q_1$ " representa, en el promedio, aproximadamente, un tercio del total. Esto es, en un día promedio, subieron un tercio de las acciones, bajaron otro tercio, y mantuvieron su cotización anterior el tercio restante. Tales promedios, contrastan con los del mercado de Londres -donde la proporción media de acciones que repitieron su

CUADRO N°1: DESCRIPCION Y ANALISIS COMPARATIVO DE LOS DATOS

|                                     | MADRID                                    | AMSTERDAM                      | LONDRES                                | NUEVA YORK<br>(Fama)                     | NUEVA YORK<br>(Phillipatos y N.) |
|-------------------------------------|---|--------------------------------|--|--|----------------------------------|
| Número de sesiones<br>en la muestra | 2228                                      | 1007                           | 1097                                   | 2625                                     | 1988                             |
| Período muestral                    | 11 años y 6 meses:<br>30-12-67 al 29-6-79 | 4 años:<br>2-11-59 al 31-10-63 | 4 años y 4 meses:<br>7-1-63 al 28-4-67 | 11 años y 5 meses:<br>2-6-52 al 29-10-62 | 8 años:<br>1-10-63 al 30-9-71    |
| SUBEN<br>( $q_1$ )                  | Media ( $\bar{q}_1$ )                     | 0.3395                         | 0.414                                  | 0.3979                                   | 0.4071                           |
|                                     | Dev. Típica ( $\sigma_1$ )                | 0.1570                         | 0.131                                  | 0.1222                                   | 0.1180                           |
|                                     | Coef. Variación ( $\sigma/\bar{q}_1$ )    | 0.4624                         | 0.3164                                 | 0.3171                                   | 0.2899                           |
| BAJAN<br>( $q_2$ )                  | Media ( $\bar{q}_2$ )                     | 0.3113                         | 0.378                                  | 0.1533                                   | 0.4216                           |
|                                     | Dev. Típica ( $\sigma_2$ )                | 0.1348                         | 0.131                                  | 0.0772                                   | 0.1196                           |
|                                     | Coef. Variación ( $\sigma_2/\bar{q}_2$ )  | 0.4330                         | 0.3466                                 | 0.5036                                   | 0.2837                           |
| REPITEN<br>( $q_3$ )                | Media ( $\bar{q}_3$ )                     | 0.3492                         | 0.208                                  | 0.6889                                   | 0.1711                           |
|                                     | Dev. Típica ( $\sigma_3$ )                | 0.0972                         | 0.035                                  | 0.0543                                   | 0.0288                           |
|                                     | Coef. Variación ( $\sigma_3/\bar{q}_3$ )  | 0.2783                         | 0.1683                                 | 0.0788                                   | 0.1683                           |



cotización anterior fué cuatro veces mayor que las proporciones medias correspondientes a las acciones que bajaron y a las que mejoraron de cotización- pero tambien con los de Amsterdam y Nueva York, en los que tanto " $\bar{q}_1$ " como " $\bar{q}_2$ " se encuentran en torno al 40 por cien, frente a sólo un 20 por cien, aproximadamente, para " $\bar{q}_3$ ".

Estos promedios parecen, además, mantenerse relativamente estables si se observa la semejanza existente entre los calculados por Fama y los observados por Philippatos y Nawrocki en el mercado de Nueva York. Para determinar el grado de estabilidad de estos resultados en la Bolsa de Madrid, se calcularon las medias de las tres proporciones en el periodo que va desde el 30 de diciembre de 1967 al 2 de octubre de 1973 y que corresponde a las 1114 primeras sesiones de las 2228 que abarca la muestra. Los resultados ( $\bar{q}_1=0.3987$ ,  $\bar{q}_2=0.2931$  y  $\bar{q}_3=0.3082$ ) parecen mostrar cierta estabilidad. Al menos, tampoco en este subperiodo se observó comportamiento anormal alguno en la serie de acciones que repitieron su cotización, en relación a las otras dos.

Tanto de la observancia de las desviaciones típicas, como del cálculo de los coeficientes de variación, se desprende, en general, una mayor variabilidad de las tres variables, " $q_{1t}$ ", " $q_{2t}$ "

y " $q_{3t}$ ", en la Bolsa de Madrid que en las otras tres bolsas. Sin embargo, al igual que en estas, la variabilidad mínima corresponde a la fracción de acciones que repiten su cotización, no observándose, en cambio, diferencias tan acusadas como las encontradas por Dryden en la Bolsa de Londres.

Repetido este sencillo análisis para los 1114 primeros datos de las series, tanto las desviaciones típicas estimadas -por otra parte muy estables ( $\sigma_1=0.1472$ ,  $\sigma_2=0.4316$  y  $\sigma_3=0.0743$ )- como los coeficientes de variación calculados (0.3693, 0.4489 y 0.2411, respectivamente) confirman los comentarios anteriores.

En las figuras 1 a 6, se presentan las distribuciones de frecuencia relativa marginal de las tres variables estandarizadas (es decir, en número de desviaciones típicas en relación a la media) junto a la distribución de una variable normal (0 1) (esta en líneas quebradas y aquellas en continua). Las primeras tres figuras resultan cuando se toman las 2228 sesiones; las tres últimas cuando sólo se consideran las 1114 primeras.

El tratamiento de los datos se realizó en el Centro de Cálculo de la Universidad Complutense de Madrid en un siste-

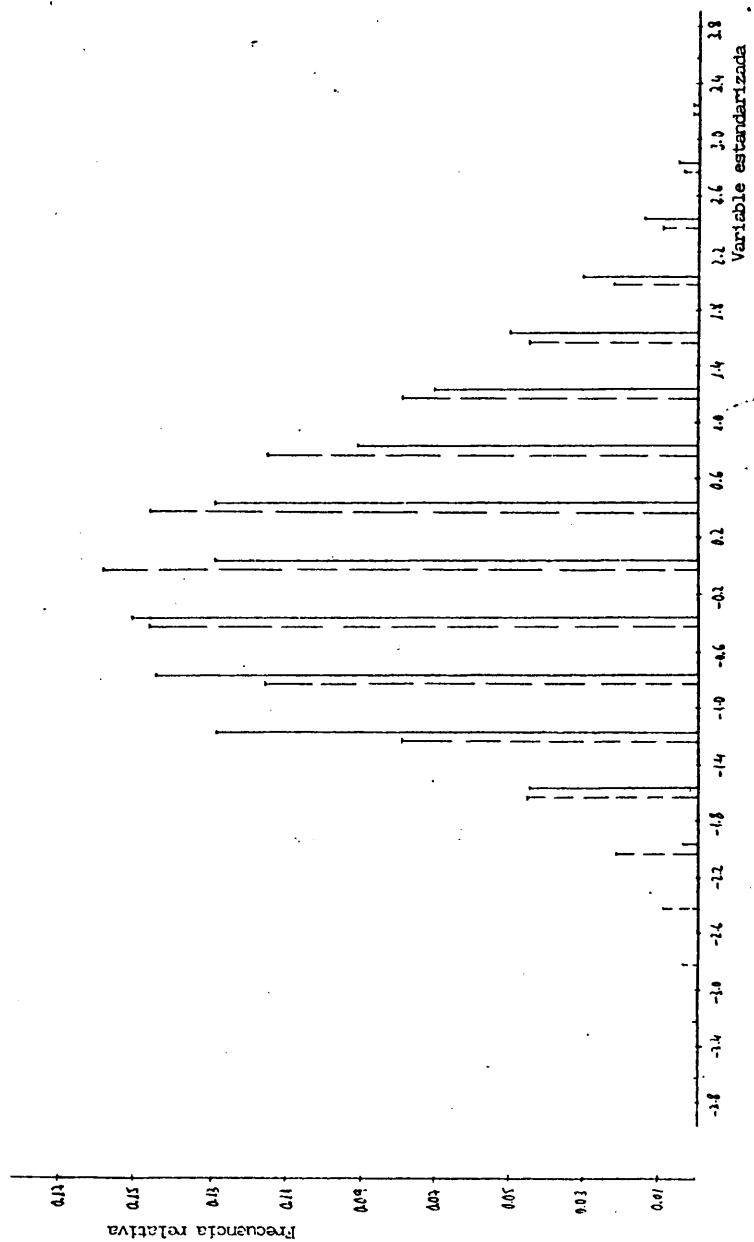


FIGURA 1: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPORCION DE ACCIONES QUE SUBEN (SERIES ESTACIONAL)

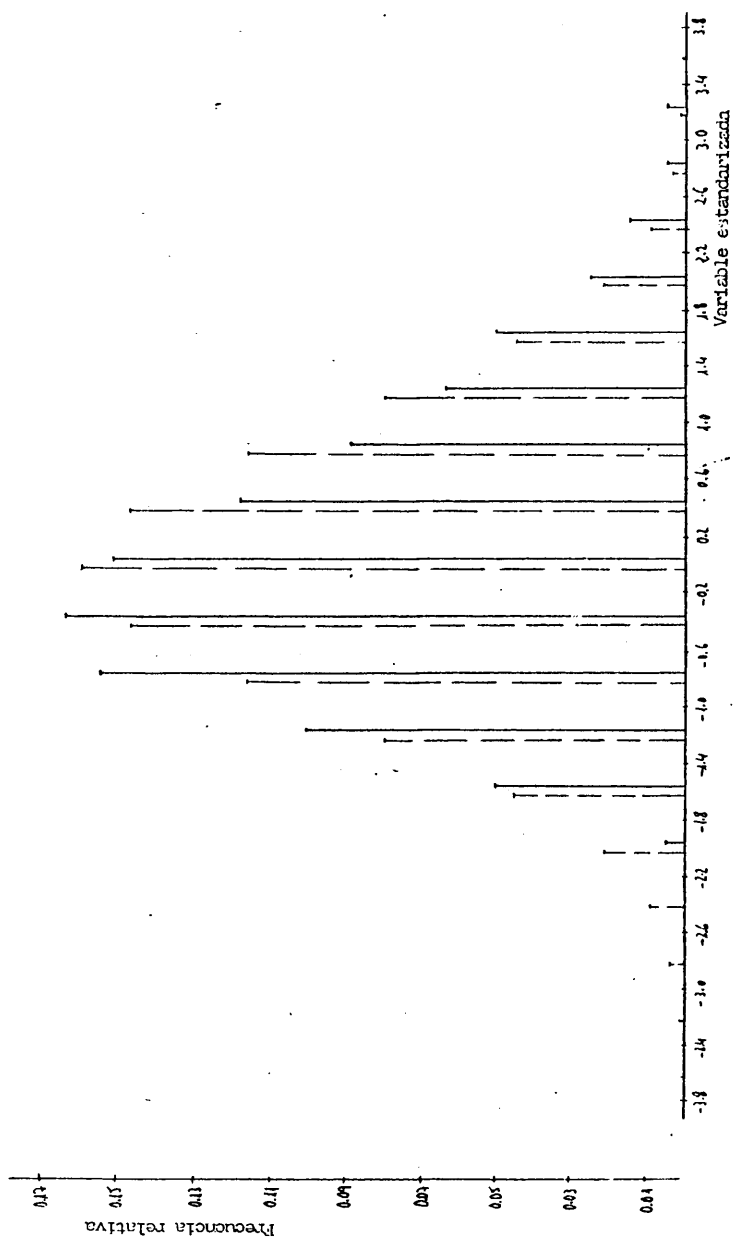


FIGURA 2: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPORCION DE ACCIONES QUE LAJAI (2228 sesiones)

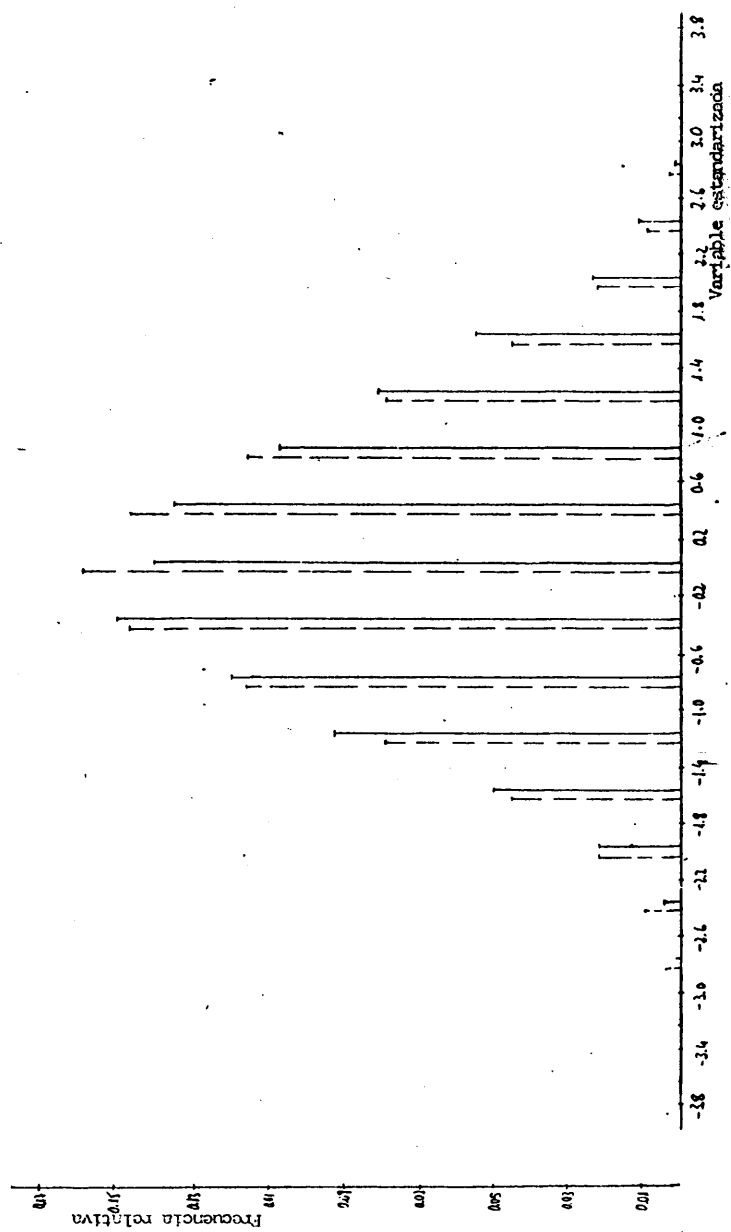


FIGURA 3: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPOCION DE ACCIONES QUE REPITEN (2028 sesiones)

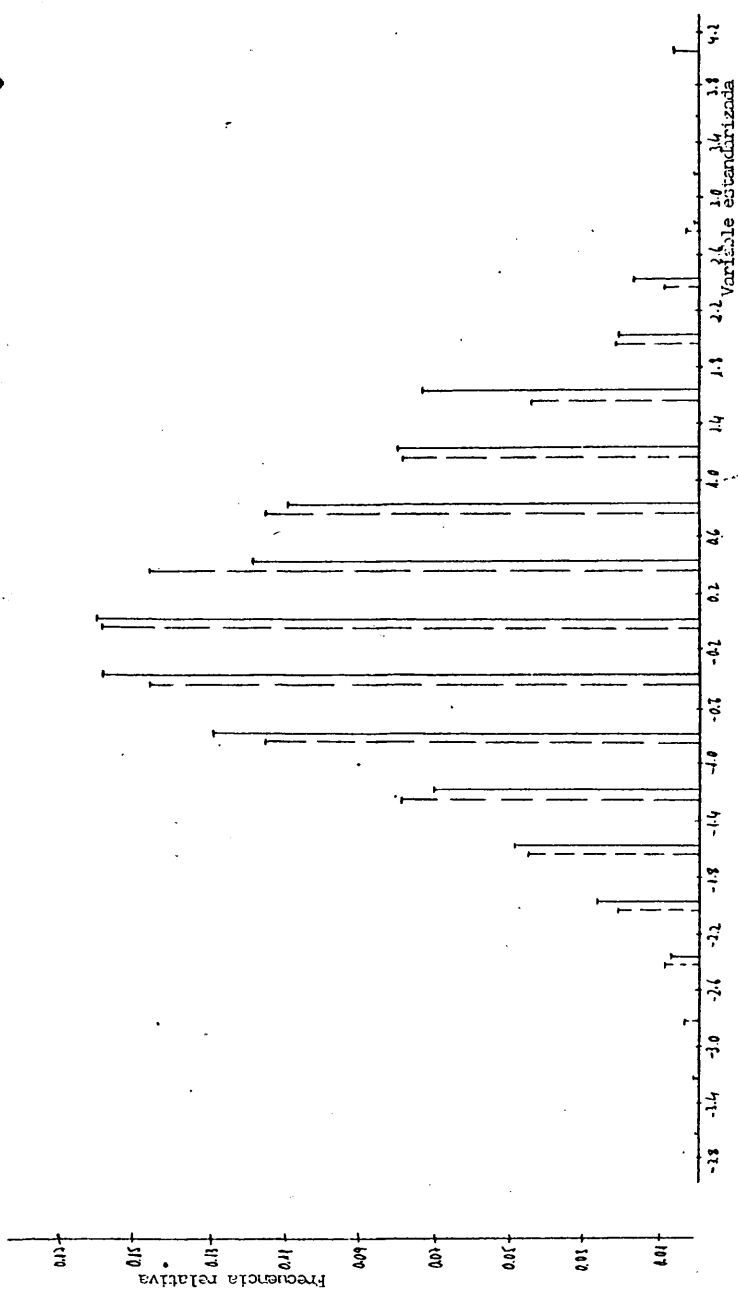


FIGURA 4: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPOCION DE ACCIONES QUE SUBEN (1114 sesiones)

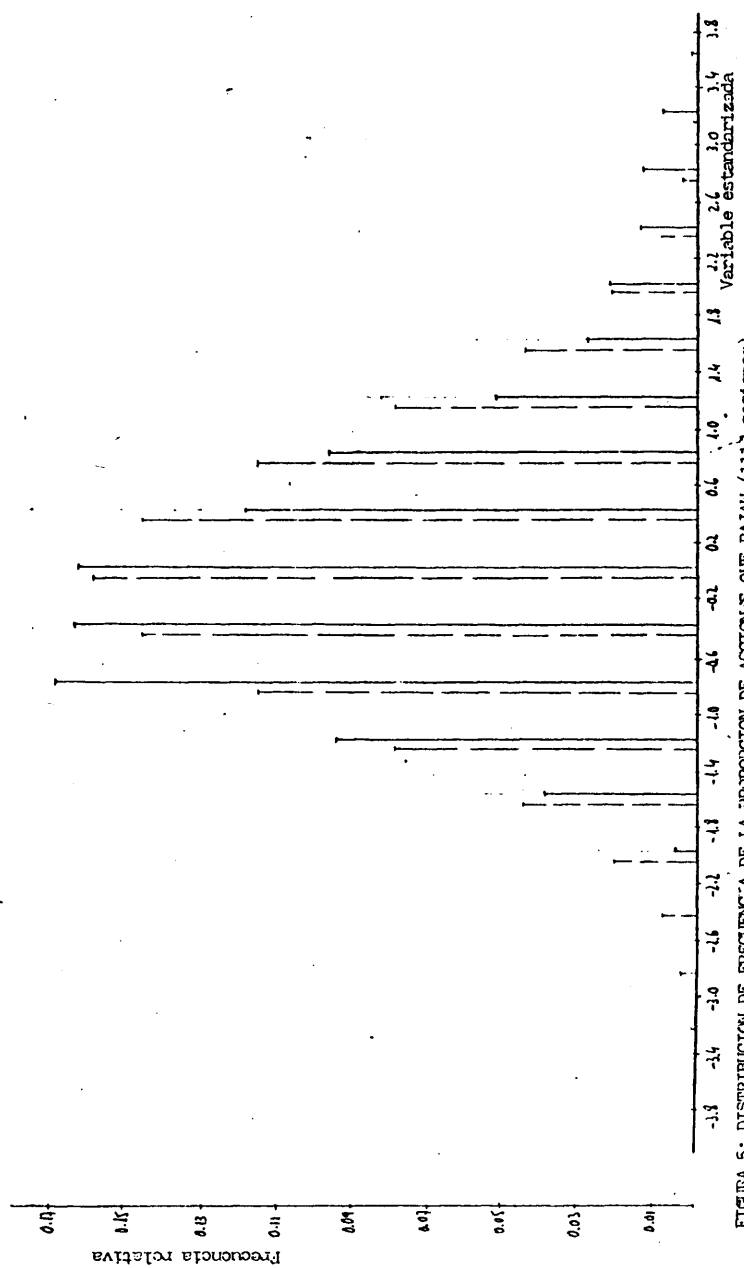


FIGURA 5: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPOCION DE ACCION'S QUE RAJAH (1113 sesiones)

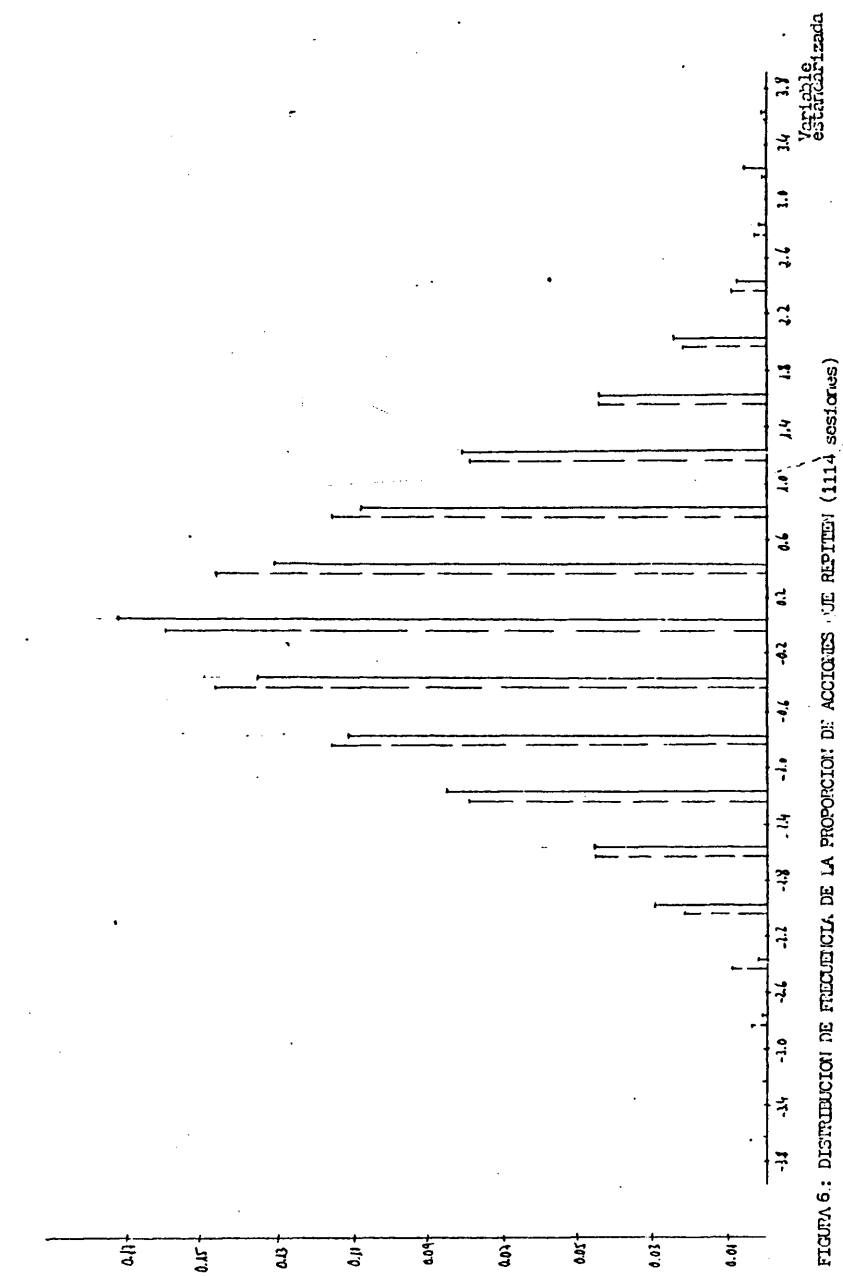


FIGURA 6: DISTRIBUCION DE FRECUENCIA DE LA PROPORCION DE ACCIONES DE REPITEEN (1114 sesiones)



ma 360 / 65 ( 949 ), empleándose el lenguaje APLSV ( 950 ). Tanto los di-  
seños de los programas que se recogen en los apéndices de este ca-  
pítulo ( 951 ) como las operaciones materiales realizadas en el ter-

- 
- ( 949 ) Su memoria principal tiene 512000 octetos ( 512 K ) de los que el sistema APLSV en él implementado monta 215 K y el sistema operativo 125 K. El tamaño de un "workspace" en el APLSV del Centro de Cálculo es de 60000 octetos.
- ( 950 ) El lenguaje APL es un subconjunto compilable del desarrollado por K. Iverson en su tesis doctoral realizada en Harvard en 1957 y publicada en 1962 ("A Programming Language", Addison Wesley, Nueva York).

Independientemente de su ejecución en el ordenador, el APL es también una notación formal, consistente, aplicable a la formulación y estructuración de algoritmos matemáticos e incluso no matemáticos.

Como lenguaje de programación, el APL presenta las ventajas de su enorme potencia (derivada de su concisión), su simplicidad (la longitud de un programa en APL suele ser de 5 a 10 veces menor que en Fortran), la ausencia de declaraciones (no es necesario emplear declaraciones sobre el tipo de variables, etc.), su gran capacidad para el manejo de caracteres alfabéticos y el tratamiento de cadenas lingüísticas, flexibilidad en la ejecución; forma conversacional de operación, lo que permite la obtención inmediata de resultados (liberando al usuario de la espera que se produce en los procesos en "batch") etc.. Estas y otras características pueden verse con mayor detalle en el Boletín APL del Centro de Cálculo de la Universidad Complutense, nº 2, febrero 1975, pp. 4 y ss., en el que también se incluye una visión histórica del lenguaje (p. 1), bibliografía (p. 9) etc..

- ( 951 ) Para los restantes cálculos, esto es, para aquellos en los que no se emplearon las funciones APL recogidas en los apéndices, se utilizó el grupo de funciones incluidas en la biblioteca pública nº 10 del Centro de Cálculo de la Universidad Complutense en el "workspace" "Statpack".

minal, fueron llevados a cabo, personalmente, por el autor de esta investigación.

Resta realizar algunas precisiones en relación con los datos primarios del estudio, esto es, el número de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, aumentaron, disminuyeron, o no variaron de cotización:

- En primer lugar, tales datos se computan en base a las últimas cotizaciones que los diversos títulos tienen en cada sesión. Ciertamente, si los cálculos se hubieran basado en las cotizaciones medias de las diversas sesiones, en las primeras de cada jornada, o en cualesquiera otras, los resultados de los análisis podrían haber sido diferentes.
- En segundo lugar, hay que recordar algo que es obvio: las diversas sesiones bursátiles a que se refieren los datos no se encuentran e-

quidistantes en el tiempo; no existe la misma distancia temporal entre las sesiones de un miércoles y un jueves que entre las de un viernes y un martes. Esto resulta más trascendente si se tiene en cuenta que, obviamente, los títulos tienen también una cotización, llámese "teórica", en los días en que no existe sesión bursátil, y que estas cotizaciones pueden, en función de los diversos acontecimientos habidos en estos días, ser diferentes a las cotizaciones de tales títulos en la última sesión previa. Entre viernes y martes existen, por tanto, tres "sesiones teóricas" en las que se producen otros tantos movimientos de cotizaciones que debieran ser computados si fuera posible. Pero, obviamente, no lo es, y, en cualquier caso, a la luz de los estudios

realizados ( 952 ), este hecho no parece tener apenas transcendencia en los resultados finales de los análisis.

- En tercer lugar, cabe recordar que, para computar éstos datos, se toman los títulos negociados en la sesión bursátil de que se trate y se comparan sus cotizaciones con las alcanzadas, por dichos títulos, la última vez que fueron negociados en bolsa. Pero, "el hecho de que un título no fuera negociado ayer no signifi-

---

( 952 ) Pueden verse, por ejemplo, los trabajos siguientes:

- M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random Walk Hypothesis of Stock Market...", ob. cit.
- B. Mandelbrot: "The Variation of Certain ...", ob. cit.
- E.F. Fama: "The Behavior of Stock Market...", ob. cit.

ca que no tuviera "cambio" ayer" ( 953 ). En este sentido, "el dato que se ofrece como la variación de precio de "hoy", de un título que fué negociado hoy y que tuvo su última transacción hace dos días, es realmente la suma de dos variaciones: la variación correspondiente al precio implícito de ayer más la variación de precio de hoy" ( 954 )

Estas tres precisiones son aplicables tanto al estudio relativo a la Bolsa de Madrid, que aquí se presenta, como a los realizados en otros países.

---

( 953 ) E. F. Fama: "Tomorrow...", ob.cit., p. 297.

( 954 ) Ibid , p. 297

#### 6- DETERMINACION DE LA REGLA DE PREDICCION OPTIMA

Para la determinación de la regla de predicción que, entre todas las definidas anteriormente (epígrafe número 3), proporcione la mínima inexactitud media, se diseñó el programa, o función APL, "INFFF" (  $\pi$  ) que se recoge en el apéndice número 2 de este capítulo. Tal programa precisa de tres "inputs": "AQ", "BQ" y "Q". Los dos primeros son matrices. Para definir las, considerese una nueva matriz que se denominará "Q" y que está formada por tres filas y 2228 columnas. En ella, el elemento " $r_{it}$ " ( $i = 1, 2, 3$  y  $t = 1, 2, \dots, 2228$ ) representa al número de acciones que subieron ( $i = 1$ ), bajaron ( $i = 2$ ) o repitieron ( $i = 3$ ) su cotización anterior, en la sesión "t". Pues bien, tanto la matriz "AQ" como la "BQ" tienen tres filas y 1119 columnas. La matriz "AQ" está formada por las 1119 primeras columnas de "Q", en tanto que en "BQ" se recogen las 1119 úl-

---

(  $\pi$  ) El tiempo de CPU invertido por esta función fué de 47 minutos, 15 segundos y 37 centésimas.

timas ( 954 ). El otro "input" preciso para la ejecución de la función APL "INFFT", es el vector " $\underline{Q}$ ", formado por tres elementos: " $\bar{q}_1$ ", " $\bar{q}_2$ " y " $\bar{q}_3$ ", siendo:

$$\bar{q}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{2228} q_{1t}}{2228} \quad \text{y} \quad q_{1t} = \frac{r_{1t}}{\sum_{i=1}^3 r_{it}}$$

Para el cálculo de " $\underline{Q}$ ", se utilizó la sencilla función APL, denominada "MEDIAA", que se recoge en el apéndice 3 de este capítulo. Tal función tiene como "input" la matriz "Q" antes

---

( 954 ) Tal partición de "Q" se realizó por problemas de espacio en la ejecución de la función "INFFT". El espacio de trabajo disponible era de 60000 octetos. Dado que cada número natural ocupa cuatro (los reales ocho, de ahí que en el programa se tomen como "inputs" los datos absolutos primarios y no los respectivos tantos), la matriz "Q" necesita un total de 26736 que, añadidos a los ocupados por el propio programa y por las restantes variables, son más que suficientes para crear problemas en la ejecución de aquel, especialmente en su sentencia número 15. tales problemas justifican, también, la inclusión de una sentencia de "limpieza", como la número 14, la no especificación de variables globales, y la utilización de "bucles" que, en principio, podrían evitarse.

Casi no es necesario llamar la atención sobre el hecho de que las matrices "AQ" y "BQ" tienen diez columnas comunes: las diez últimas de la primera y las diez primeras de la última. Tal superposición se justificará más adelante.

definida y produce como "output" el vector "Q" ( 457 ).

La función "INFFF" realiza, para cada valor de "i", las 2218 predicciones que es posible hacer ( 458 ) con cada una de las

---

( 457 ) Los mismos problemas de espacio comentados en la nota anterior, obligaron a pasar la matriz "Q" en dos partes. Primero, se calculó la "Q" correspondiente a las 1114 primeras columnas de "Q" (Q1) y, luego, la relativa a las 1114 últimas (Q2). La "Q" de la matriz "Q" se calculó por simple media aritmética. Esto es, en lenguaje APL, el vector "Q" se calculó haciendo:

$$Q \leftarrow (Q1 + Q2) / 2$$

El tiempo de CPU utilizado por la función "MEDIAA" para el cálculo de "Q1" y "Q2" fué de 87 centésimas de segundo.

( 458 ) Obviamente, al margen de la regla " $\alpha = 0$ ", con la que el número de sesiones para las que se pueden hacer predicciones es igual al tamaño muestral (2228), el número de predicciones que es posible realizar para cada valor de "i", varía con el valor de "N", siendo máximo (2227 predicciones) cuando "N=1" y mínimo, entre los valores observados de "N", cuando "N=10" (2218 predicciones). Sin embargo, por razones de homogeneidad, dado que se va a comparar la capacidad explicativa de las distintas reglas en base a la inexactitud media que generan, es deseable:

- que todas las reglas realicen el mismo número de predicciones (2218)

- y que estas predicciones se refieran a las mismas sesiones bursátiles cualquiera que sea el valor de "N" (las sesiones números: 11, 12, 13, 14, ..., 2228).

La función APL "INFFF" cumple ambas condiciones.

Esto justifica, además, el que las matrices "AQ" y "BQ" tengan diez columnas comunes. Aunque con la matriz "AQ" se realizan las 1109 primeras predicciones correspondientes a cada valor de "i" (esto es,  $P_{111}, P_{112}, \dots, P_{11119}$ ) y se calcula la inexactitud correspondiente a cada una de ellas, cuando el programa toma la matriz "BQ" precisa, para realizar las predicciones " $P_{11120}, P_{11121}, \dots, P_{11129}$ ", de las diez últimas columnas de "AQ". De ahí que se hayan incluido en la misma.



501 reglas( 411 )que surgen, de la expresión (3.4), al variar " $i$ " y " $\alpha$ " del siguiente modo:

$$N = 1, 2, \dots, 10$$

$$\alpha = 0, 0.02, 0.04, \dots, 0.96, 0.98, 1$$

y calcula la inexactitud media generada por cada una de dichas reglas " $(N, \alpha)$ ", de acuerdo con la expresión (3.4). Este resultado se recoge en el cuadro número 2, del que se deducen dos conclusiones principales:

- 1- Para cada valor de " $\alpha$ " distinto de cero, la inexactitud media va aumentando al incrementarse " $i$ ". Esto es, para cualquier valor de " $\alpha \neq 0$ ", la regla consistente en hacer " $N = 1$ " es preferible a la que surge

---

( 11 ) Obsérvese que, si bien son 51 los valores de " $\alpha$ ", y 10 los de " $i$ ", cuando " $\alpha = 0$ " la regla es la misma cualquiera que sea el valor de " $i$ ". Esto es, para todo " $i$ ", la regla que surge cuando " $\alpha = 0$ " es la correspondiente a la expresión (3.1).

CUADRO N° 2: INEXACTITUD MEDIA (BITS) DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS "(N,2)". (2228 sesiones)

| $\alpha$ | N        |          |          |          |          |          |          |          |          |           |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
|          | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
| .000000  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981  | .114981   |
| .020000  | .111695  | .112033  | .112278  | .112456  | .112597  | .112709  | .112797  | .112871  | .112934  | .112989   |
| .040000  | .108511  | .109174  | .109654  | .110005  | .110282  | .110501  | .110674  | .110818  | .110942  | .111050   |
| .060000  | .105428  | .106404  | .107111  | .107626  | .108034  | .108357  | .108612  | .108823  | .109006  | .109165   |
| .080000  | .102445  | .103721  | .104645  | .105319  | .105853  | .106275  | .106609  | .106885  | .107125  | .107333   |
| .100000  | .099560  | .101123  | .102257  | .103083  | .103738  | .104256  | .104665  | .105004  | .105297  | .105552   |
| .120000  | .096772  | .098610  | .099946  | .100918  | .101689  | .102298  | .102779  | .103178  | .103524  | .103824   |
| .140000  | .094078  | .096181  | .097709  | .098822  | .099704  | .100401  | .100951  | .101408  | .101803  | .102147   |
| .160000  | .091478  | .093834  | .095548  | .096794  | .097784  | .098585  | .099181  | .099692  | .100136  | .100521   |
| .180000  | .088971  | .091569  | .093460  | .094835  | .095927  | .096788  | .097468  | .098032  | .098521  | .098946   |
| .200000  | .086556  | .089384  | .091445  | .092943  | .094133  | .095071  | .095811  | .096425  | .096958  | .097421   |
| .220000  | .084231  | .087280  | .089503  | .091118  | .092401  | .093413  | .094210  | .094872  | .095446  | .095946   |
| .240000  | .081997  | .085255  | .087633  | .089359  | .090732  | .091814  | .092666  | .093372  | .093986  | .094520   |
| .260000  | .079851  | .083309  | .085835  | .087666  | .089124  | .090273  | .091176  | .091926  | .092578  | .093144   |
| .280000  | .077794  | .081441  | .084107  | .086039  | .087578  | .088790  | .089742  | .090532  | .091220  | .091818   |
| .300000  | .075826  | .079650  | .082450  | .084477  | .086093  | .087365  | .088363  | .089191  | .089912  | .090540   |
| .320000  | .073944  | .077937  | .080864  | .082980  | .084668  | .085997  | .087038  | .087903  | .088656  | .089311   |
| .340000  | .072150  | .076301  | .079347  | .081548  | .083304  | .084686  | .085768  | .086666  | .087449  | .088130   |
| .360000  | .070443  | .074742  | .077900  | .080180  | .082001  | .083432  | .084552  | .085482  | .086293  | .086998   |
| .380000  | .068822  | .073260  | .076523  | .078877  | .080758  | .082236  | .083391  | .084350  | .085187  | .085915   |
| .400000  | .067288  | .071853  | .075215  | .077637  | .079575  | .081056  | .082284  | .083269  | .084130  | .084880   |
| .420000  | .065841  | .070523  | .073976  | .076462  | .078452  | .080013  | .081230  | .082241  | .083124  | .083893   |
| .440000  | .064479  | .069270  | .072807  | .075351  | .077389  | .078987  | .080231  | .081264  | .082167  | .082954   |
| .460000  | .063205  | .068093  | .071707  | .074304  | .076386  | .078017  | .079286  | .080339  | .081260  | .082063   |
| .480000  | .062017  | .066992  | .070677  | .073322  | .075443  | .077104  | .078394  | .079465  | .080403  | .081221   |
| .500000  | .060916  | .065968  | .069716  | .072403  | .074560  | .076248  | .077557  | .078644  | .079596  | .080426   |

CUADRO N° 2 (CONTINUACION)

| $\alpha$ | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| .520000  | .059903  | .065021  | .068825  | .071549  | .073738  | .075449  | .076774  | .077874  | .078839  | .079680   |
| .540000  | .058978  | .064152  | .068005  | .070760  | .072976  | .074707  | .076046  | .077156  | .078132  | .078983   |
| .560000  | .058142  | .063360  | .067255  | .070036  | .072275  | .074023  | .075372  | .076491  | .077475  | .078334   |
| .580000  | .057395  | .062647  | .066575  | .069377  | .071635  | .073396  | .074752  | .075878  | .076869  | .077733   |
| .600000  | .056738  | .062012  | .065967  | .068784  | .071056  | .072827  | .074188  | .075317  | .076313  | .077181   |
| .620000  | .056172  | .061458  | .065431  | .068257  | .070539  | .072316  | .073678  | .074809  | .075807  | .076679   |
| .640000  | .055699  | .060983  | .064968  | .067797  | .070084  | .071863  | .073225  | .074355  | .075353  | .076225   |
| .660000  | .055319  | .060590  | .064577  | .067403  | .069692  | .071489  | .072827  | .073953  | .074950  | .075821   |
| .680000  | .055034  | .060279  | .064261  | .067078  | .069363  | .071135  | .072485  | .073606  | .074599  | .075467   |
| .700000  | .054846  | .060052  | .064019  | .066821  | .069097  | .070861  | .072200  | .073312  | .074299  | .075163   |
| .720000  | .054756  | .059909  | .063853  | .066633  | .068896  | .070647  | .071972  | .073073  | .074052  | .074909   |
| .740000  | .054766  | .059852  | .063764  | .066516  | .068760  | .070493  | .071802  | .072889  | .073858  | .074706   |
| .760000  | .054879  | .059883  | .063753  | .066469  | .068689  | .070402  | .071691  | .072761  | .073716  | .074554   |
| .780000  | .055097  | .060003  | .063821  | .066495  | .068686  | .070373  | .071638  | .072688  | .073629  | .074455   |
| .800000  | .055422  | .060214  | .063970  | .066594  | .068750  | .070407  | .071645  | .072673  | .073596  | .074407   |
| .820000  | .055859  | .060519  | .064201  | .066767  | .068882  | .070506  | .071712  | .072715  | .073618  | .074412   |
| .840000  | .056410  | .060918  | .064516  | .067016  | .069085  | .070669  | .071841  | .072815  | .073695  | .074471   |
| .860000  | .057079  | .061417  | .064917  | .067343  | .069359  | .070899  | .072031  | .072974  | .073829  | .074584   |
| .880000  | .057872  | .062016  | .065406  | .067748  | .069705  | .071195  | .072285  | .073192  | .074020  | .074752   |
| .900000  | .058793  | .062719  | .066198  | .068235  | .070124  | .071561  | .072603  | .073472  | .074269  | .074975   |
| .920000  | .059850  | .063530  | .066958  | .068804  | .070620  | .072486  | .073587  | .074472  | .075255  | .075925   |
| .940000  | .061049  | .064453  | .067426  | .069459  | .071192  | .072502  | .073437  | .074218  | .074944  | .075592   |
| .960000  | .062400  | .065493  | .068293  | .070201  | .071844  | .073092  | .073955  | .074686  | .075373  | .075987   |
| .980000  | .063916  | .066656  | .069264  | .071033  | .072577  | .073736  | .074543  | .075220  | .075864  | .076442   |
| 1.000000 | .065613  | .067947  | .070341  | .071959  | .073395  | .074467  | .075202  | .075821  | .076418  | .076957   |

cuando "i" vale 2, siendo esta preferible a la que aparece cuando se dá a "i" el valor 3 etc. La predicción óptima, entre las consideradas, para la fracción "i" en el día "t", es por tanto, del tipo:

$$p_{it} = \alpha \cdot q_{i,t-1} + (1-\alpha) \cdot \bar{q}_i$$

2- La inexactitud media mínima para "N = 1" se alcanza, entre los valores de " $\alpha$ " considerados, cuando " $\alpha = 0.72$ ". La inexactitud media de las predicciones realizadas con la regla "(1,  $\alpha$ )" va reduciéndose al aumentar " $\alpha$ " hasta que esta toma dicho valor. A partir de este, la inexactitud media comienza a crecer con " $\alpha$ " (figura número 7).

Para obtener una mayor precisión en la determinación del valor óptimo de " $\alpha$ ", a nivel de diezmilésima, se diseñó la función APL "INEX" ( % ) (apéndice número 4 de este capítulo) que

---

( % ) La función APL "INEX", con estos datos, invirtió un tiempo de CPU en su ejecución, de 15 minutos, 59 segundos, y 3 centésimas.

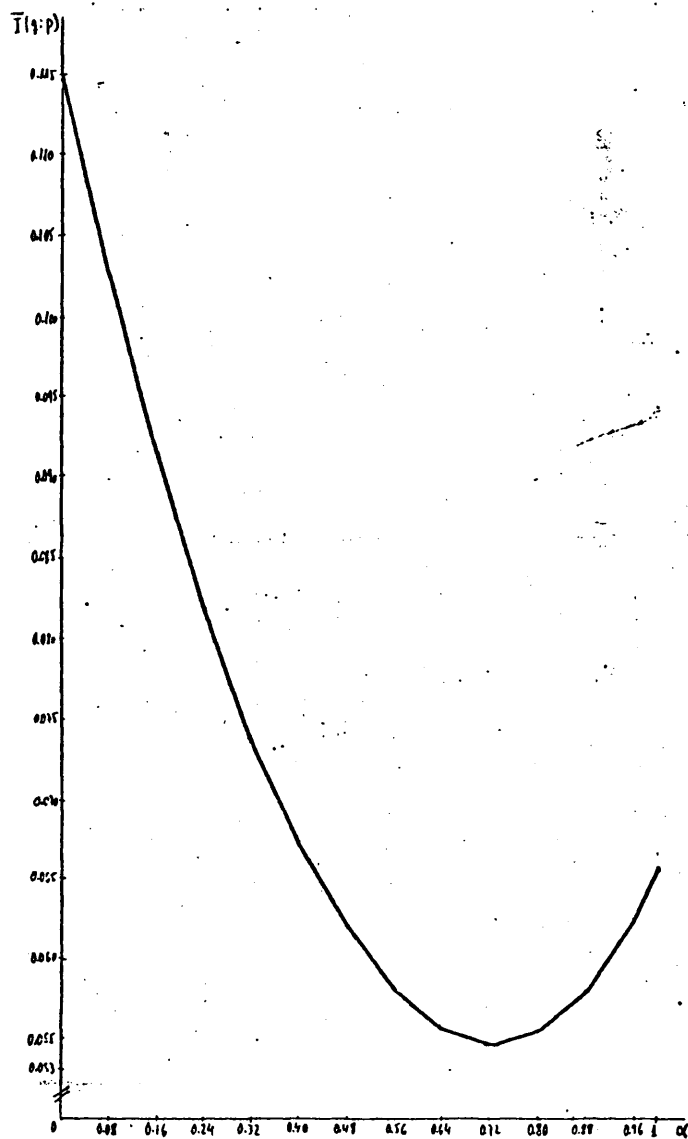


FIGURA 7: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS " $(1, \alpha)$ ".

tiene como "inputs" las matrices "AQ" y "BQ", el vector "Q" y el parámetro "C". Tal función calcula, para cada una de las 201 reglas contenidas en la expresión anterior cuando " $\alpha = C + 0.0001 H$ " y "H" toma los valores 0, 1, 2, ..., 200, la inexactitud media de las predicciones realizadas para las 2218 últimas sesiones bursátiles de las 2228 que componen la muestra, y determina tanto la inexactitud media mínima que es posible obtener con tales reglas como el valor de " $\alpha$ " a que corresponde tal inexactitud mínima. Dado que, a la vista de los resultados del programa "IIFFF" (cuadro número 2), la regla óptima debe corresponder a un " $\alpha$ " próximo al 0.72, se dió a "C" el valor 0.715, de manera que el programa "INEX" calculó la inexactitud media de las 201 reglas correspondientes a los 201 valores de " $\alpha$ " siguientes:

$$\alpha = 0.715, 0.7151, 0.7152, \dots, 0.7349, 0.735$$

El valor óptimo de " $\alpha$ " resultó ser de 0.7280. La inexactitud mínima que es posible conseguir, con las reglas propuestas por Theil y Leenders, en el mercado madrileño, esto es, la inexactitud correspondiente a tal valor de " $\alpha$ ", es, en consecuencia, de

CUADRO N° 3: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON  
DISTINTAS REGLAS "(1,α)". (2228 sesiones)

| $\alpha$ | $\bar{I}(q:p)$ |
|----------|----------------|
| 0.7154   | 0.05476780179  |
| 0.7159   | 0.05476625281  |
| 0.7164   | 0.05476476622  |
| 0.7169   | 0.05476334206  |
| 0.7174   | 0.05476198036  |
| 0.7179   | 0.05476068116  |
| 0.7184   | 0.05475944449  |
| 0.7189   | 0.05475827038  |
| 0.7194   | 0.05475715886  |
| 0.7199   | 0.05475610997  |
| 0.7204   | 0.05475512374  |
| 0.7209   | 0.05475420019  |
| 0.7214   | 0.05475333937  |
| 0.7219   | 0.05475254131  |
| 0.7224   | 0.05475180603  |
| 0.7229   | 0.05475113358  |
| 0.7234   | 0.05475052398  |
| 0.7239   | 0.05474997727  |
| 0.7244   | 0.05474949349  |
| 0.7249   | 0.05474907266  |
| 0.7254   | 0.05474871482  |
| 0.7259   | 0.05474842     |
| 0.7264   | 0.05474818824  |
| 0.7269   | 0.05474801957  |
| 0.7274   | 0.05474791402  |
| 0.7279   | 0.05474787164  |
| 0.728    | 0.05474787074  |
| 0.7284   | 0.05474789244  |
| 0.7289   | 0.05474797648  |
| 0.7294   | 0.05474812377  |
| 0.7299   | 0.05474833436  |
| 0.7304   | 0.05474860828  |
| 0.7309   | 0.05474894557  |
| 0.7314   | 0.05474934625  |
| 0.7319   | 0.05474981037  |
| 0.7324   | 0.05475033796  |
| 0.7329   | 0.05475092906  |
| 0.7334   | 0.05475158369  |
| 0.7339   | 0.0547523019   |
| 0.7344   | 0.05475308372  |
| 0.7349   | 0.05475392919  |

0.054748 bits. Como se puede observar en el cuadro número 3, en el que se incluyen los resultados correspondientes a 41 de las 201 reglas referidas -entre ellas la óptima- la inexactitud media va reduciéndose sucesivamente al aumentar el valor de " $\alpha$ " hasta que este alcanza el óptimo. A partir de " $\alpha = 0.7280$ " la inexactitud media comienza a incrementarse con los sucesivos aumentos de valor de " $\alpha$ ". La regla de predicción óptima entre las consideradas, aplicable a las series de los tantos por uno de acciones que suben, bajan y repiten la cotización anterior en las distintas sesiones de la Bolsa de Madrid, es, por tanto:

$$p_{it} = 0.7280 \cdot q_{i,t-1} + 0.2720 \cdot \bar{q}_i$$



7- PRIMERAS CONCLUSIONES Y ANALISIS COMPARATIVO CON LOS MERCADOS DE  
NUEVA YORK, LONDRES, Y AMSTERDAM

Una primera conclusión, a la vista de los resultados anteriores, es obvia; existe dependencia en los movimientos bursátiles diarios de la Bolsa de Madrid, lo que, en palabras de Fama, "crea dudas sobre la validez del modelo de recorrido aleatorio" ( 1961 ). Tales palabras se referían al trabajo de Theil y Leenders sobre el mercado de Amsterdam. En relación a la Bolsa de Madrid, los resultados obtenidos crean algo más que dudas.

Una sencilla aproximación al análisis de la predictibilidad de las series de la Bolsa de Madrid podría ser la basada en la mera comparación entre la inexactitud media generada por la regla "equivalente a postular que no es posible realizar ninguna predicción "real" " ( 1962 ), esto es, la regla " $\alpha = 0$ " (reco-

---

( 1961 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 285

( 1962 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow...", ob. cit., p. 282

gida en la expresión (3.1) ), con la inexactitud media de las predicciones realizadas con la regla de la ecuación (3.2), esto es, aquella cuya teoría es que "las fluctuaciones del mercado de valores mañana serán, como media, similares a las de hoy" ( 43 ) (regla (1,1) ). Las predicciones realizadas con esta última tuvieron una inexactitud media (0.065613 bits) igual al 57 por ciento de la producida cuando se utilizó la regla " $\alpha = 0$ " (0.114981 bits), lo que ya refleja una alta dependencia en las oscilaciones bursátiles del mercado español. Esta primera conclusión asemeja nuestro mercado al de Londres (el más predecible, en sus movimientos, de los mercados occidentales estudiados) en el hecho de que resulta preferible la regla (1,1) a la " $\alpha = 0$ ", aspecto este que diferencia a ambos de los otros mercados de Occidente analizados, pues, tanto en el mercado de Amsterdam como en el de Nueva York, la segunda regla resultó preferible a la primera. Sin embargo, la semejanza entre el mercado londinense y la Bolsa de Madrid, apenas pasa de ahí. Mientras que la reducción en la inexactitud media de

---

( 43 ) Ibid., p. 282.

las predicciones, empleando la regla (1,1) en lugar de la " $\alpha = 0$ ", apenas sobrepasa, en la Bolsa de Londres, el 15 por cien, en la de Madrid se alcanza casi el 43 por cien.

Existe un aspecto, sin embargo, en el que la Bolsa de Madrid se asemeja a las otras tres estudiadas: a la luz de los resultados obtenidos, el mercado parece tener una memoria de un día, en el sentido de que para predecir las fracciones correspondientes a mañana no es conveniente tener en cuenta sino los tantos observados en el día de hoy. Esto es, la inexactitud mínima posible crece con el valor de " $n$ " (16), o, alternativamente, dentro de cada valor de " $\alpha$ " distinto de cero, la inexactitud crece al aumentar " $n$ " (en la figura número 8, se presenta el ejemplo correspondiente al valor óptimo de " $\alpha$ " para la Bolsa de Madrid).

---

( 16 ) La excepción parecen constituirlos los resultados de Fama en el mercado de Nueva York. Sin embargo, sus análisis son poco precisos y se contradicen, en este aspecto, con los resultados, más precisos, obtenidos por Philippatos y Nawrocki en el mismo mercado.

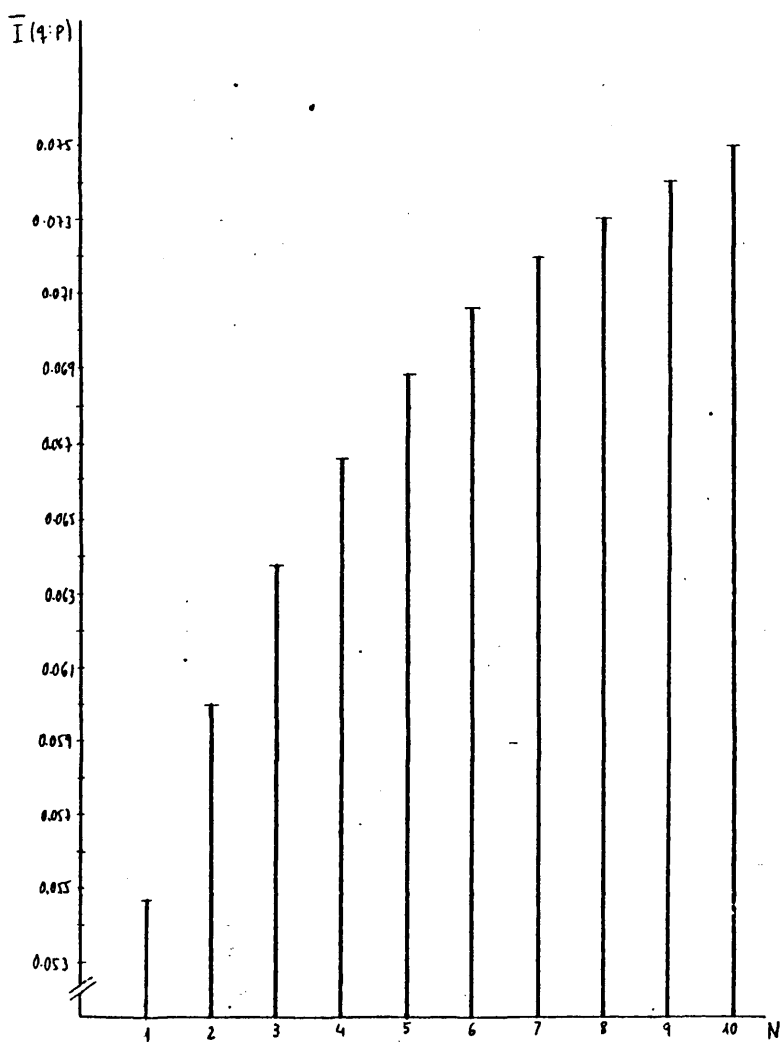


FIGURA 8: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS "(N,0.7280)".

Al igual que en los demás mercados, la regla óptima es, por tanto, de la forma correspondiente a la expresión (3.3). La predicción óptima para mañana de la fracción "i" resulta, en consecuencia, de una media ponderada entre la fracción "i" observada hoy y la media a largo plazo de tal fracción. La conclusión más importante surge, sin embargo, al comparar los valores óptimos de tales ponderaciones obtenidos para el mercado de valores español, con los correspondientes a los otros mercados analizados. Si Theil y Leenders, como Fama, concluían que un valor óptimo de " $\alpha$ " de 0.477 creaba dudas sobre la aleatoriedad de los movimientos bursátiles en el mercado de Amsterdam, y Dryden descartaba, sobre la base de sus resultados (un " $\alpha$ " óptimo de 0.58), tal aleatoriedad para la Bolsa de Londres, como Philippatos y Nawrocki lo hicieron luego para la Bolsa de Nueva York (" $\alpha$ " óptimo de 0.42), ¿qué cabe decir sobre un mercado en el que el valor óptimo de " $\alpha$ " es de 0.7280? Evidentemente, este resultado, congruente con los anteriormente expuestos en relación con las reglas " $\alpha = 0$ " y (1,1), muestra que existe dependencia en los movimientos diarios de la Bolsa de Madrid. Pero no es esta la conclusión más importante que sugieren estos resul-

tados. La conclusión más importante es que tal dependencia resulta superior no ya a la del mercado de Nueva York, lo que a priori parecía ya muy probable, sino también a la de los mercados europeos estudiados y por una diferencia nada despreciable.

Todavía se puede ahondar más en los resultados obtenidos. En esta dirección, cabe preguntarse si la utilización del " $\alpha$ " óptimo —muy alto, en efecto, en relación a los obtenidos en otros mercados— opera o no una importante reducción, en la inexactitud de las predicciones, con relación a la regla que presupone la inexistencia de predictibilidad en los movimientos bursátiles. A la vista de los cuadros 2 y 3 se observa que tal reducción (0.054743 sobre 0.114981) es nada menos que del 52 por cien, cifra esta que cobra toda su auténtica dimensión comparada con los porcentajes correspondientes a los mercados de Londres (33 por cien), Amsterdam (22 por cien) y Nueva York (10 por cien según Fama y 17 por cien según Philippatos y Nawrocki). Es más, cuando se compara la regla óptima con la "(1,1)", la inexactitud de las predicciones resulta sólo en un 17 por cien favorable a la re

gla (1, 0.7280), lo que vuelve a ser significativo de la alta dependencia existente en los movimientos de la Bolsa de Madrid, sobre todo si se la compara, también, con los porcentajes correspondientes a las bolsas extranjeras analizadas (cuadro número 5).

En definitiva y, por los resultados expuestos hasta el momento, cabe concluir que la regla óptima (la "1, 0.7280") demuestra la existencia de un grado de dependencia muy alto en los movimientos bursátiles diarios del mercado español en relación a los demás mercados analizados. Tal dependencia se ve corroborada por la alta diferencia existente entre la inexactitud media correspondiente a esta regla y la generada por la consistente en suponer que tal dependencia no existe y que no es posible ninguna predicción significativa. Por otra parte, la regla que surge al afirmar que, como media, el movimiento bursátil de mañana será igual al de hoy, genera una inexactitud que es apenas un 17 por cien superior a la de la regla óptima, por lo que tal supuesto no parece estar demasiado alejado de la realidad, al menos no tanto como lo está en otros mercados.

CUADRO Nº 4: VALOR OPTIMO DE "α" DENTRO DE CADA VALOR DE "N".

| N  | B. Madrid | B. Nueva York<br>(Fama) | B. Nueva York<br>(Philippatos y Nawrocki) | B. Amsterdam | B. Londres |
|----|-----------|-------------------------|---|--------------|------------|
| 1  | 0.72      | 0.3                     | 0.42                                      | 0.477        | 0.58       |
| 2  | 0.74      | 0.3                     | 0.44                                      | 0.527        | 0.60       |
| 3  | 0.74      | 0.3                     | 0.47                                      | 0.551        | 0.65       |
| 4  | 0.76      | 0.4                     | 0.50                                      | 0.564        | 0.65       |
| 5  | 0.78      | 0.4                     | 0.55                                      | 0.578        | 0.60       |
| 6  | 0.78      | 0.4                     | 0.55                                      |              | 0.60       |
| 7  | 0.78      | 0.4                     | 0.55                                      |              | 0.70       |
| 8  | 0.80      | 0.5                     | 0.55                                      |              |            |
| 9  | 0.80      | 0.5                     | 0.60                                      |              |            |
| 10 | 0.80      | 0.5                     | 0.61                                      |              |            |



CUADRO Nº 5: COMPARACION ENTRE LA INEXACTITUD MEDIA GENERADA POR LA REGLA OPTIMA Y LAS CORRESPONDIENTES A DOS REGLAS EXTREMAS

| BOLSA                            | (A)<br>$\bar{I}(q;p)$ de la<br>regla optima | (B)<br>$\bar{I}(q;p)$ de la<br>regla " $\alpha=0$ " | (C)<br>$\bar{I}(q;p)$ de la<br>regla (1,1) | $\frac{(A)-(B)}{(B)} \cdot 100$ | $\frac{(A)-(C)}{(C)} \cdot 100$ |
|----------------------------------|---|---|--|---------------------------------|---------------------------------|
| MADRID                           | 0.054748                                    | 0.114981  | 0.065613                                   | -52.39                          | -16.56                          |
| LONDRES                          | 0.02786                                     | 0.04153   | 0.03521                                    | -32.92                          | -20.87                          |
| AMSTERDAM                        | 0.0535                                      | 0.0689  | 0.0774                                     | -22.35                          | -30.88                          |
| NUEVA YORK<br>(Fama)             | 0.0560                                      | 0.0623  | 0.0901                                     | -10.11                          | -37.85                          |
| NUEVA YORK<br>(Philippatos y N.) | 0.04494                                     | 0.05419   | 0.06816                                    | -17.07                          | -34.07                          |

Una última observación: a la vista del cuadro número 4, la Bolsa de Madrid es la que muestra un mayor grado de dependencia (un mayor valor del " $\alpha$ " óptimo) no ya cuando " $i$ " vale 1, sino para cualquier valor de " $i$ " que se considere en la ecuación (3.4).

APENDICE Nº 1:

TANTO POR UNO QUE, EN RELACION AL TOTAL DE LAS COTIZADAS EN  
CADA UNA DE LAS 2226 SESIONES BURSATILES CONSIDERADAS (t),  
REPRESENTAN LAS QUE SUBIERON ( $q_{1t}$ ), LAS QUE BAJARON ( $q_{2t}$ ) Y  
LAS QUE REPITIERON ( $q_{3t}$ ) SU COTIZACION ANTERIOR.

| t  | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t   | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1  | .4714           | .1286           | .4000           | 61  | .6000           | .1000           | .3000           |
| 2  | .2976           | .3214           | .3810           | 62  | .4679           | .2110           | .3211           |
| 3  | .2973           | .3378           | .3649           | 63  | .4563           | .2233           | .3204           |
| 4  | .3636           | .2987           | .3377           | 64  | .3333           | .2381           | .4286           |
| 5  | .3152           | .3261           | .3587           | 65  | .3984           | .2764           | .3252           |
| 6  | .5960           | .1722           | .2318           | 66  | .4316           | .2211           | .3474           |
| 7  | .2588           | .3294           | .4118           | 67  | .4752           | .1980           | .3267           |
| 8  | .4066           | .2088           | .3846           | 68  | .5351           | .1667           | .2982           |
| 9  | .5758           | .0909           | .3333           | 69  | .4673           | .2430           | .2897           |
| 10 | .4270           | .2809           | .2921           | 70  | .5269           | .1828           | .2903           |
| 11 | .5222           | .2000           | .2778           | 71  | .5051           | .1313           | .3636           |
| 12 | .6782           | .0920           | .2299           | 72  | .5517           | .1121           | .3362           |
| 13 | .5978           | .1522           | .2500           | 73  | .6147           | .1284           | .2569           |
| 14 | .5094           | .1698           | .3208           | 74  | .5000           | .1944           | .3056           |
| 15 | .3627           | .2745           | .3627           | 75  | .3214           | .3214           | .3571           |
| 16 | .3365           | .3750           | .2885           | 76  | .2957           | .4609           | .2435           |
| 17 | .3500           | .2800           | .3700           | 77  | .4414           | .2432           | .3153           |
| 18 | .5632           | .1609           | .2759           | 78  | .3932           | .2991           | .3077           |
| 19 | .3118           | .2151           | .4731           | 79  | .3168           | .3663           | .3168           |
| 20 | .3717           | .2655           | .3628           | 80  | .2887           | .4742           | .2371           |
| 21 | .2330           | .3883           | .3786           | 81  | .4141           | .2727           | .3131           |
| 22 | .3131           | .3535           | .3333           | 82  | .3663           | .3366           | .2970           |
| 23 | .2941           | .3137           | .3922           | 83  | .3434           | .3636           | .2929           |
| 24 | .3217           | .3652           | .3130           | 84  | .3370           | .2826           | .3804           |
| 25 | .2136           | .3981           | .3883           | 85  | .4253           | .2529           | .3218           |
| 26 | .3364           | .2818           | .3818           | 86  | .3883           | .3495           | .2621           |
| 27 | .4959           | .1074           | .3967           | 87  | .3111           | .3111           | .3778           |
| 28 | .4224           | .2500           | .3276           | 88  | .1828           | .3978           | .4194           |
| 29 | .3514           | .2883           | .3604           | 89  | .2673           | .3762           | .3564           |
| 30 | .3458           | .2430           | .4112           | 90  | .1628           | .4419           | .3953           |
| 31 | .4554           | .2143           | .3304           | 91  | .2268           | .2784           | .4948           |
| 32 | .4237           | .3051           | .2712           | 92  | .3646           | .2813           | .3542           |
| 33 | .2970           | .3663           | .3366           | 93  | .2970           | .2871           | .4158           |
| 34 | .2925           | .3208           | .3868           | 94  | .4651           | .1395           | .3953           |
| 35 | .3187           | .3077           | .3736           | 95  | .3958           | .1979           | .4063           |
| 36 | .3333           | .2703           | .3964           | 96  | .4302           | .1977           | .3721           |
| 37 | .2973           | .3694           | .3333           | 97  | .4045           | .2022           | .3933           |
| 38 | .3939           | .1414           | .4646           | 98  | .3659           | .2073           | .4268           |
| 39 | .3611           | .3148           | .3241           | 99  | .3626           | .3077           | .3297           |
| 40 | .4679           | .2110           | .3211           | 100 | .3882           | .3059           | .3059           |
| 41 | .4144           | .2162           | .3694           | 101 | .4211           | .2737           | .3053           |
| 42 | .5000           | .2037           | .2963           | 102 | .4535           | .2442           | .3023           |
| 43 | .2800           | .3100           | .4100           | 103 | .3258           | .2472           | .4270           |
| 44 | .3304           | .3043           | .3652           | 104 | .2597           | .3636           | .3766           |
| 45 | .2564           | .3162           | .4274           | 105 | .3367           | .3367           | .3265           |
| 46 | .3429           | .2571           | .4000           | 106 | .2043           | .3978           | .3978           |
| 47 | .4298           | .1983           | .3719           | 107 | .3232           | .3434           | .3333           |
| 48 | .3925           | .2897           | .3178           | 108 | .4184           | .1735           | .4082           |
| 49 | .3235           | .2647           | .4118           | 109 | .4409           | .1183           | .4409           |
| 50 | .3125           | .3393           | .3482           | 110 | .4023           | .2529           | .3448           |
| 51 | .3458           | .2991           | .3551           | 111 | .2809           | .2809           | .4382           |
| 52 | .2525           | .3535           | .3939           | 112 | .4211           | .1053           | .4737           |
| 53 | .4063           | .1667           | .4271           | 113 | .5098           | .1176           | .3725           |
| 54 | .5784           | .1078           | .3137           | 114 | .5349           | .1860           | .2791           |
| 55 | .4569           | .1552           | .3879           | 115 | .2051           | .2308           | .5641           |
| 56 | .5000           | .1132           | .3868           | 116 | .4458           | .2289           | .3253           |
| 57 | .3551           | .1776           | .4673           | 117 | .5056           | .1573           | .3371           |
| 58 | .4404           | .1560           | .4037           | 118 | .4390           | .1098           | .4512           |
| 59 | .4661           | .1610           | .3729           | 119 | .5957           | .1170           | .2872           |
| 60 | .4530           | .2222           | .3248           | 120 | .4432           | .2159           | .3409           |

| t   | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t   | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| 121 | .4588           | .1882           | .3529           | 181 | .2673           | .3168           | .4158           |
| 122 | .4643           | .1548           | .3810           | 182 | .3984           | .3516           | .2500           |
| 123 | .5437           | .1359           | .3204           | 183 | .4301           | .1075           | .4624           |
| 124 | .3592           | .2913           | .3495           | 184 | .5000           | .2143           | .2857           |
| 125 | .3837           | .1512           | .4651           | 185 | .5354           | .1818           | .2828           |
| 126 | .4653           | .2079           | .3267           | 186 | .5413           | .1651           | .2936           |
| 127 | .2553           | .3723           | .3723           | 187 | .5315           | .1622           | .3063           |
| 128 | .3605           | .3140           | .3256           | 188 | .4608           | .2059           | .3333           |
| 129 | .4043           | .2553           | .3404           | 189 | .5140           | .2243           | .2617           |
| 130 | .4607           | .1910           | .3483           | 190 | .3925           | .2150           | .3925           |
| 131 | .5208           | .2396           | .2396           | 191 | .3793           | .1724           | .4483           |
| 132 | .3820           | .2809           | .3371           | 192 | .3711           | .2268           | .4021           |
| 133 | .4043           | .1702           | .4255           | 193 | .3736           | .2198           | .4066           |
| 134 | .4943           | .1034           | .4023           | 194 | .4314           | .2647           | .3039           |
| 135 | .4896           | .1563           | .3542           | 195 | .5979           | .0928           | .3093           |
| 136 | .4059           | .2376           | .3564           | 196 | .5361           | .1856           | .2784           |
| 137 | .3636           | .2626           | .3737           | 197 | .6337           | .1485           | .2178           |
| 138 | .3600           | .2300           | .4100           | 198 | .6696           | .0714           | .2589           |
| 139 | .2909           | .2364           | .4727           | 199 | .6857           | .1429           | .1714           |
| 140 | .3333           | .3021           | .3646           | 200 | .6190           | .1429           | .2381           |
| 141 | .2596           | .2885           | .4519           | 201 | .5135           | .2252           | .2613           |
| 142 | .2900           | .3400           | .3700           | 202 | .5214           | .2564           | .2222           |
| 143 | .4000           | .2286           | .3714           | 203 | .5000           | .2545           | .2455           |
| 144 | .4095           | .2286           | .3619           | 204 | .5536           | .1339           | .3125           |
| 145 | .5577           | .1731           | .2692           | 205 | .5752           | .0973           | .3274           |
| 146 | .4711           | .1240           | .4050           | 206 | .4685           | .1892           | .3423           |
| 147 | .4298           | .1653           | .4050           | 207 | .5041           | .1488           | .3471           |
| 148 | .3874           | .2432           | .3694           | 208 | .5357           | .1696           | .2946           |
| 149 | .4257           | .2079           | .3663           | 209 | .6296           | .1481           | .2222           |
| 150 | .3558           | .2885           | .3558           | 210 | .6475           | .1066           | .2459           |
| 151 | .4390           | .2439           | .3171           | 211 | .6293           | .1034           | .2672           |
| 152 | .4248           | .2035           | .3717           | 212 | .6972           | .1009           | .2018           |
| 153 | .3774           | .2547           | .3679           | 213 | .7265           | .0940           | .1795           |
| 154 | .2857           | .3776           | .3367           | 214 | .5043           | .2735           | .2222           |
| 155 | .3101           | .2791           | .4109           | 215 | .3051           | .4831           | .2119           |
| 156 | .2407           | .3148           | .4444           | 216 | .3083           | .4500           | .2417           |
| 157 | .3704           | .2685           | .3611           | 217 | .3051           | .3898           | .3051           |
| 158 | .3125           | .2589           | .4286           | 218 | .2857           | .3333           | .3810           |
| 159 | .2797           | .3220           | .3983           | 219 | .3246           | .3947           | .2807           |
| 160 | .3429           | .2952           | .3619           | 220 | .4188           | .2564           | .3248           |
| 161 | .3679           | .1887           | .4434           | 221 | .7603           | .0826           | .1570           |
| 162 | .4286           | .1597           | .4118           | 222 | .6434           | .1008           | .2558           |
| 163 | .3981           | .2039           | .3981           | 223 | .5378           | .1849           | .2773           |
| 164 | .2991           | .2336           | .4673           | 224 | .4211           | .2281           | .3509           |
| 165 | .2273           | .3068           | .4659           | 225 | .4365           | .2460           | .3175           |
| 166 | .3333           | .2500           | .4167           | 226 | .4427           | .1985           | .3588           |
| 167 | .2523           | .3333           | .4144           | 227 | .5169           | .2034           | .2797           |
| 168 | .2661           | .3578           | .3761           | 228 | .4153           | .2627           | .3220           |
| 169 | .3832           | .3364           | .2804           | 229 | .4219           | .2344           | .3438           |
| 170 | .5089           | .1339           | .3571           | 230 | .4198           | .2672           | .3130           |
| 171 | .4771           | .1468           | .3761           | 231 | .3622           | .3543           | .2835           |
| 172 | .3246           | .2544           | .4211           | 232 | .4958           | .2353           | .2689           |
| 173 | .3097           | .2743           | .4159           | 233 | .5345           | .1724           | .2931           |
| 174 | .4355           | .1613           | .4032           | 234 | .5496           | .1679           | .2824           |
| 175 | .4057           | .1887           | .4057           | 235 | .5789           | .1228           | .2982           |
| 176 | .3684           | .2105           | .4211           | 236 | .5702           | .1491           | .2807           |
| 177 | .5043           | .1282           | .3675           | 237 | .5882           | .1345           | .2773           |
| 178 | .4146           | .1870           | .3984           | 238 | .5752           | .2124           | .2124           |
| 179 | .3750           | .1964           | .4286           | 239 | .4811           | .2264           | .2925           |
| 180 | .3431           | .2843           | .3725           | 240 | .3091           | .4545           | .2364           |

| t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 241 | .4182    | .3182    | .2636    | 301 | .6020    | .1429    | .2551    |
| 242 | .5238    | .1524    | .3238    | 302 | .6092    | .1609    | .2299    |
| 243 | .5565    | .2177    | .2258    | 303 | .5859    | .1919    | .2222    |
| 244 | .4035    | .2807    | .3158    | 304 | .6250    | .1250    | .2500    |
| 245 | .3934    | .3689    | .2377    | 305 | .5221    | .2035    | .2743    |
| 246 | .3929    | .2946    | .3125    | 306 | .5253    | .2727    | .2020    |
| 247 | .5859    | .1719    | .2422    | 307 | .4476    | .3143    | .2381    |
| 248 | .5500    | .1417    | .3083    | 308 | .4948    | .2577    | .2474    |
| 249 | .3162    | .3504    | .3333    | 309 | .5660    | .1792    | .2547    |
| 250 | .3984    | .2683    | .3333    | 310 | .5229    | .1560    | .3211    |
| 251 | .3308    | .3385    | .3308    | 311 | .5909    | .1364    | .2727    |
| 252 | .3934    | .3279    | .2787    | 312 | .4194    | .2581    | .3226    |
| 253 | .3250    | .3167    | .3583    | 313 | .4272    | .3301    | .2427    |
| 254 | .3983    | .2542    | .3475    | 314 | .5376    | .1828    | .2796    |
| 255 | .2734    | .4453    | .2813    | 315 | .4688    | .2500    | .2813    |
| 256 | .3782    | .2857    | .3361    | 316 | .3883    | .2427    | .3689    |
| 257 | .4423    | .2885    | .2692    | 317 | .4898    | .2551    | .2551    |
| 258 | .3730    | .3175    | .3095    | 318 | .4455    | .2871    | .2673    |
| 259 | .3583    | .3083    | .3333    | 319 | .3412    | .3765    | .2824    |
| 260 | .4000    | .2609    | .3391    | 320 | .4588    | .3412    | .2000    |
| 261 | .4159    | .2920    | .2920    | 321 | .5111    | .2556    | .2333    |
| 262 | .4083    | .2750    | .3167    | 322 | .6436    | .1881    | .1683    |
| 263 | .3596    | .3070    | .3333    | 323 | .5660    | .2264    | .2075    |
| 264 | .3173    | .3750    | .3077    | 324 | .3838    | .4242    | .1919    |
| 265 | .3362    | .3621    | .3017    | 325 | .3226    | .4409    | .2366    |
| 266 | .1792    | .3868    | .4340    | 326 | .2604    | .4896    | .2500    |
| 267 | .2018    | .3853    | .4128    | 327 | .4118    | .3137    | .2745    |
| 268 | .3186    | .2743    | .4071    | 328 | .4196    | .3036    | .2768    |
| 269 | .3388    | .3058    | .3554    | 329 | .6091    | .1545    | .2364    |
| 270 | .2566    | .3982    | .3451    | 330 | .6396    | .1081    | .2523    |
| 271 | .3423    | .3423    | .3153    | 331 | .5047    | .2056    | .2897    |
| 272 | .3148    | .2963    | .3889    | 332 | .3333    | .3981    | .2685    |
| 273 | .3300    | .4100    | .2600    | 333 | .2925    | .3868    | .3208    |
| 274 | .3059    | .3765    | .3176    | 334 | .3796    | .3148    | .3056    |
| 275 | .3491    | .3302    | .3208    | 335 | .3462    | .3077    | .3462    |
| 276 | .3617    | .3404    | .2979    | 336 | .3238    | .4190    | .2571    |
| 277 | .3053    | .2421    | .4526    | 337 | .3178    | .3738    | .3084    |
| 278 | .4040    | .2525    | .3434    | 338 | .3663    | .3663    | .2673    |
| 279 | .3784    | .3423    | .2793    | 339 | .3611    | .3056    | .3333    |
| 280 | .2755    | .3776    | .3469    | 340 | .3400    | .4500    | .2100    |
| 281 | .3956    | .3297    | .2747    | 341 | .3232    | .3939    | .2828    |
| 282 | .4118    | .2353    | .3529    | 342 | .3053    | .3789    | .3158    |
| 283 | .4021    | .1856    | .4124    | 343 | .3514    | .3874    | .2613    |
| 284 | .5435    | .1848    | .2717    | 344 | .3947    | .2456    | .3596    |
| 285 | .6022    | .1505    | .2473    | 345 | .5050    | .1980    | .2970    |
| 286 | .5745    | .1064    | .3191    | 346 | .5545    | .1364    | .3091    |
| 287 | .6939    | .0918    | .2143    | 347 | .4914    | .2414    | .2672    |
| 288 | .7755    | .0918    | .1327    | 348 | .4757    | .2136    | .3107    |
| 289 | .5368    | .2105    | .2526    | 349 | .5179    | .2054    | .2768    |
| 290 | .4400    | .3200    | .2400    | 350 | .3909    | .2727    | .3364    |
| 291 | .4444    | .2407    | .3148    | 351 | .5000    | .2203    | .2797    |
| 292 | .5849    | .1792    | .2358    | 352 | .5310    | .1947    | .2743    |
| 293 | .6000    | .1400    | .2600    | 353 | .5517    | .1552    | .2931    |
| 294 | .6200    | .1200    | .2600    | 354 | .6000    | .1478    | .2522    |
| 295 | .6442    | .1058    | .2500    | 355 | .5776    | .1897    | .2328    |
| 296 | .6630    | .1848    | .1522    | 356 | .5377    | .2547    | .2075    |
| 297 | .5263    | .1789    | .2947    | 357 | .5893    | .1250    | .2857    |
| 298 | .4327    | .2596    | .3077    | 358 | .5909    | .1091    | .3000    |
| 299 | .4842    | .1368    | .3789    | 359 | .5738    | .1393    | .2869    |
| 300 | .6087    | .0870    | .3043    | 360 | .5676    | .2072    | .2252    |

| t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 361 | .4701    | .2479    | .2821    | 421 | .3983    | .3559    | .2458    |
| 362 | .3083    | .4000    | .2917    | 422 | .3846    | .4000    | .2154    |
| 363 | .3077    | .4017    | .2906    | 423 | .3409    | .3561    | .3030    |
| 364 | .3036    | .4821    | .2143    | 424 | .2500    | .4333    | .3167    |
| 365 | .3241    | .3796    | .2963    | 425 | .3220    | .4661    | .2119    |
| 366 | .3173    | .3558    | .3269    | 426 | .3516    | .3438    | .3047    |
| 367 | .2936    | .3945    | .3119    | 427 | .2656    | .4609    | .2734    |
| 368 | .4037    | .3028    | .2936    | 428 | .3238    | .4190    | .2571    |
| 369 | .4167    | .2833    | .3000    | 429 | .2222    | .4444    | .3333    |
| 370 | .4561    | .2456    | .2982    | 430 | .2857    | .5000    | .2143    |
| 371 | .4211    | .2456    | .3333    | 431 | .1765    | .5294    | .2941    |
| 372 | .5268    | .2500    | .2232    | 432 | .2475    | .4356    | .3168    |
| 373 | .3922    | .3039    | .3039    | 433 | .3458    | .3364    | .3178    |
| 374 | .3469    | .3469    | .3061    | 434 | .4215    | .2810    | .2975    |
| 375 | .3689    | .5146    | .1165    | 435 | .3361    | .3697    | .2941    |
| 376 | .2347    | .5408    | .2245    | 436 | .1892    | .5766    | .2342    |
| 377 | .2455    | .5182    | .2364    | 437 | .1078    | .7157    | .1765    |
| 378 | .1667    | .5980    | .2353    | 438 | .0978    | .6957    | .2065    |
| 379 | .0833    | .6204    | .2963    | 439 | .1628    | .5581    | .2791    |
| 380 | .1020    | .6531    | .2449    | 440 | .1220    | .5854    | .2927    |
| 381 | .3085    | .4468    | .2447    | 441 | .1220    | .5854    | .2927    |
| 382 | .5053    | .2000    | .2947    | 442 | .2683    | .3293    | .4024    |
| 383 | .6408    | .1262    | .2330    | 443 | .2308    | .3846    | .3846    |
| 384 | .5481    | .1731    | .2788    | 444 | .3043    | .4022    | .2935    |
| 385 | .3796    | .3611    | .2593    | 445 | .5190    | .2278    | .2532    |
| 386 | .2772    | .3366    | .3861    | 446 | .5926    | .2037    | .2037    |
| 387 | .2793    | .4054    | .3153    | 447 | .3058    | .3884    | .3058    |
| 388 | .1827    | .4327    | .3846    | 448 | .0759    | .7342    | .1899    |
| 389 | .1881    | .4158    | .3960    | 449 | .0759    | .7342    | .1899    |
| 390 | .2667    | .3905    | .3429    | 450 | .1609    | .6437    | .1954    |
| 391 | .2793    | .4685    | .2523    | 451 | .2286    | .4714    | .3000    |
| 392 | .2793    | .4685    | .2523    | 452 | .2857    | .4156    | .2987    |
| 393 | .6176    | .1471    | .2353    | 453 | .4368    | .3103    | .2529    |
| 394 | .6000    | .2087    | .1913    | 454 | .1075    | .5699    | .3226    |
| 395 | .5304    | .2000    | .2696    | 455 | .1807    | .4819    | .3373    |
| 396 | .2642    | .3868    | .3491    | 456 | .0854    | .5976    | .3171    |
| 397 | .2574    | .3762    | .3663    | 457 | .0513    | .6667    | .2821    |
| 398 | .4722    | .2130    | .3148    | 458 | .2000    | .5467    | .2533    |
| 399 | .6696    | .1607    | .1696    | 459 | .4632    | .3158    | .2211    |
| 400 | .5455    | .1727    | .2818    | 460 | .6100    | .1800    | .2100    |
| 401 | .4867    | .1947    | .3186    | 461 | .3700    | .3500    | .2800    |
| 402 | .5565    | .1043    | .3391    | 462 | .4747    | .2222    | .3030    |
| 403 | .5546    | .1765    | .2689    | 463 | .4271    | .2500    | .3229    |
| 404 | .4741    | .2241    | .3017    | 464 | .4767    | .2209    | .3023    |
| 405 | .3950    | .3109    | .2941    | 465 | .6067    | .1685    | .2247    |
| 406 | .4138    | .2931    | .2931    | 466 | .7010    | .1546    | .1443    |
| 407 | .4516    | .3226    | .2258    | 467 | .5534    | .1456    | .3010    |
| 408 | .3590    | .3846    | .2564    | 468 | .4951    | .2524    | .2524    |
| 409 | .3860    | .2807    | .3333    | 469 | .3265    | .3776    | .2959    |
| 410 | .5077    | .2231    | .2692    | 470 | .1531    | .5510    | .2959    |
| 411 | .5882    | .2017    | .2101    | 471 | .1222    | .6778    | .2000    |
| 412 | .5075    | .1791    | .3134    | 472 | .1368    | .5263    | .3368    |
| 413 | .4308    | .2692    | .3000    | 473 | .5098    | .1765    | .3137    |
| 414 | .4545    | .2231    | .3223    | 474 | .4722    | .1852    | .3426    |
| 415 | .3468    | .3065    | .3468    | 475 | .3762    | .2772    | .3465    |
| 416 | .5593    | .2119    | .2288    | 476 | .3229    | .3750    | .3021    |
| 417 | .5833    | .1333    | .2833    | 477 | .2990    | .3918    | .3093    |
| 418 | .6124    | .1938    | .1938    | 478 | .2706    | .2824    | .4471    |
| 419 | .6780    | .1610    | .1610    | 479 | .4184    | .2143    | .3673    |
| 420 | .4672    | .2541    | .2787    | 480 | .2813    | .2708    | .4479    |

| t   | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t   | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| 481 | .3800           | .2300           | .3900           | 541 | .3163           | .2347           | .4490           |
| 482 | .3137           | .3235           | .3627           | 542 | .2857           | .3333           | .3810           |
| 483 | .3053           | .2526           | .4421           | 543 | .1792           | .4151           | .4057           |
| 484 | .3617           | .2340           | .4043           | 544 | .2323           | .3737           | .3939           |
| 485 | .2989           | .3793           | .3218           | 545 | .2717           | .3043           | .4232           |
| 486 | .2857           | .2755           | .4388           | 546 | .3393           | .2232           | .4375           |
| 487 | .2391           | .3370           | .4239           | 547 | .2909           | .2727           | .4364           |
| 488 | .3256           | .3721           | .3023           | 548 | .3263           | .2105           | .4632           |
| 489 | .2152           | .4304           | .3544           | 549 | .4021           | .1340           | .4632           |
| 490 | .1379           | .4943           | .3678           | 550 | .3982           | .1770           | .4248           |
| 491 | .1026           | .5769           | .3205           | 551 | .5047           | .1869           | .3084           |
| 492 | .0341           | .6250           | .3409           | 552 | .4300           | .2400           | .3300           |
| 493 | .1127           | .5211           | .3662           | 553 | .3267           | .3267           | .3465           |
| 494 | .3372           | .2907           | .3721           | 554 | .2368           | .3860           | .3772           |
| 495 | .4270           | .2360           | .3371           | 555 | .2286           | .4667           | .3048           |
| 496 | .5730           | .1573           | .2697           | 556 | .3238           | .2190           | .4571           |
| 497 | .3763           | .1183           | .5054           | 557 | .3226           | .2796           | .3978           |
| 498 | .3723           | .1277           | .5000           | 558 | .2544           | .3246           | .4211           |
| 499 | .2609           | .2283           | .5109           | 559 | .2718           | .3301           | .3981           |
| 500 | .2609           | .2500           | .4891           | 560 | .3131           | .3131           | .3737           |
| 501 | .2750           | .2375           | .4875           | 561 | .3148           | .2963           | .3889           |
| 502 | .2766           | .2872           | .4362           | 562 | .2266           | .3203           | .4531           |
| 503 | .1628           | .3953           | .4419           | 563 | .2692           | .2692           | .4615           |
| 504 | .1744           | .4302           | .3953           | 564 | .2212           | .4135           | .3654           |
| 505 | .1757           | .4324           | .3919           | 565 | .2407           | .3519           | .4074           |
| 506 | .2045           | .4773           | .3182           | 566 | .3220           | .2627           | .4153           |
| 507 | .1154           | .5769           | .3077           | 567 | .4369           | .2621           | .3010           |
| 508 | .2763           | .4211           | .3026           | 568 | .2772           | .2475           | .4752           |
| 509 | .4588           | .1294           | .4118           | 569 | .1905           | .3524           | .4571           |
| 510 | .5055           | .1538           | .3407           | 570 | .1429           | .5143           | .3429           |
| 511 | .2195           | .4390           | .3415           | 571 | .1042           | .6354           | .2604           |
| 512 | .2738           | .3214           | .4048           | 572 | .1100           | .5300           | .3600           |
| 513 | .3412           | .2000           | .4588           | 573 | .1402           | .5234           | .3364           |
| 514 | .3368           | .3053           | .3579           | 574 | .1458           | .5625           | .2717           |
| 515 | .2619           | .3333           | .4048           | 575 | .1596           | .5000           | .3404           |
| 516 | .2381           | .2738           | .4881           | 576 | .4516           | .2043           | .3441           |
| 517 | .2875           | .3000           | .4125           | 577 | .4909           | .1909           | .3182           |
| 518 | .2083           | .3438           | .4479           | 578 | .4700           | .2300           | .3000           |
| 519 | .1522           | .4239           | .4239           | 579 | .4741           | .1810           | .3448           |
| 520 | .1333           | .4556           | .4111           | 580 | .2758           | .2589           | .4643           |
| 521 | .1596           | .5000           | .3404           | 581 | .3103           | .2644           | .4253           |
| 522 | .0989           | .5604           | .3407           | 582 | .3133           | .3976           | .2892           |
| 523 | .0595           | .5833           | .3571           | 583 | .2293           | .3678           | .4023           |
| 524 | .0750           | .6125           | .3125           | 584 | .2360           | .3708           | .3933           |
| 525 | .0789           | .7105           | .2105           | 585 | .1250           | .6250           | .2500           |
| 526 | .0506           | .6582           | .2911           | 586 | .1341           | .5854           | .2805           |
| 527 | .0441           | .7647           | .1912           | 587 | .3000           | .3200           | .3800           |
| 528 | .1481           | .4568           | .3951           | 588 | .3981           | .3010           | .3010           |
| 529 | .2593           | .3704           | .3704           | 589 | .3750           | .2955           | .3295           |
| 530 | .5116           | .1744           | .3140           | 590 | .3500           | .2625           | .3875           |
| 531 | .3778           | .2556           | .3667           | 591 | .4124           | .2062           | .3814           |
| 532 | .3978           | .2688           | .3333           | 592 | .7184           | .0583           | .2233           |
| 533 | .4731           | .1828           | .3441           | 593 | .4040           | .3131           | .2828           |
| 534 | .6827           | .0769           | .2404           | 594 | .4393           | .1776           | .3832           |
| 535 | .4479           | .3125           | .2396           | 595 | .6117           | .0874           | .3010           |
| 536 | .3673           | .2857           | .3469           | 596 | .6822           | .0841           | .2336           |
| 537 | .3535           | .2828           | .3636           | 597 | .5586           | .1441           | .2973           |
| 538 | .3143           | .2476           | .4381           | 598 | .4333           | .1667           | .4000           |
| 539 | .1861           | .4356           | .3762           | 599 | .4513           | .1239           | .4248           |
| 540 | .2626           | .3232           | .4141           | 600 | .3504           | .2393           | .4103           |



| t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 601 | .2661    | .4220    | .3119    | 661 | .2645    | .3719    | .3636    |
| 602 | .4690    | .1770    | .3540    | 662 | .3525    | .2787    | .3689    |
| 603 | .4732    | .1607    | .3661    | 663 | .3814    | .2458    | .3729    |
| 604 | .2906    | .3504    | .3590    | 664 | .2807    | .3509    | .3684    |
| 605 | .2222    | .4188    | .3590    | 665 | .3140    | .3719    | .3140    |
| 606 | .1982    | .4414    | .3604    | 666 | .3413    | .3651    | .2937    |
| 607 | .3796    | .2870    | .3333    | 667 | .3277    | .3025    | .3697    |
| 608 | .2538    | .3385    | .4077    | 668 | .2462    | .3692    | .3846    |
| 609 | .2478    | .3717    | .3805    | 669 | .2870    | .3148    | .3981    |
| 610 | .3333    | .3250    | .3417    | 670 | .2403    | .3256    | .4341    |
| 611 | .4348    | .1826    | .3826    | 671 | .2143    | .3492    | .4365    |
| 612 | .4397    | .2069    | .3534    | 672 | .3136    | .2966    | .3898    |
| 613 | .4397    | .2069    | .3534    | 673 | .3248    | .2821    | .3932    |
| 614 | .3025    | .3361    | .3613    | 674 | .4107    | .1786    | .4107    |
| 615 | .3590    | .2821    | .3590    | 675 | .3786    | .2233    | .3981    |
| 616 | .2500    | .4333    | .3167    | 676 | .4948    | .1443    | .3608    |
| 617 | .3922    | .2059    | .4020    | 677 | .4068    | .2458    | .3475    |
| 618 | .2857    | .2679    | .4464    | 678 | .4595    | .1622    | .3784    |
| 619 | .2936    | .3028    | .4037    | 679 | .4673    | .2150    | .3178    |
| 620 | .3492    | .3333    | .3175    | 680 | .5524    | .2000    | .2476    |
| 621 | .3509    | .3772    | .2719    | 681 | .6545    | .1182    | .2273    |
| 622 | .3738    | .3084    | .3178    | 682 | .5478    | .2000    | .2522    |
| 623 | .4609    | .2344    | .3047    | 683 | .4811    | .1981    | .3208    |
| 624 | .3934    | .2951    | .3115    | 684 | .5351    | .1491    | .3158    |
| 625 | .3393    | .3482    | .3125    | 685 | .4298    | .2368    | .3333    |
| 626 | .3036    | .3393    | .3571    | 686 | .4123    | .2712    | .3158    |
| 627 | .1840    | .4640    | .3520    | 687 | .4100    | .2100    | .3800    |
| 628 | .1610    | .5159    | .3220    | 688 | .3084    | .2523    | .4393    |
| 629 | .2542    | .4492    | .2966    | 689 | .2193    | .4211    | .3596    |
| 630 | .4911    | .1875    | .3214    | 690 | .4911    | .2411    | .2679    |
| 631 | .6260    | .0976    | .2764    | 691 | .4423    | .1635    | .3942    |
| 632 | .4904    | .2115    | .2981    | 692 | .4528    | .1604    | .3868    |
| 633 | .4800    | .2480    | .2720    | 693 | .6415    | .1226    | .2358    |
| 634 | .3694    | .3243    | .3063    | 694 | .5918    | .1429    | .2653    |
| 635 | .1982    | .4685    | .3333    | 695 | .5556    | .1667    | .2778    |
| 636 | .3396    | .3491    | .3113    | 696 | .5556    | .1667    | .2778    |
| 637 | .3889    | .2857    | .3254    | 697 | .3981    | .2233    | .2786    |
| 638 | .3504    | .3419    | .3077    | 698 | .3636    | .2424    | .3939    |
| 639 | .2522    | .3217    | .4261    | 699 | .5000    | .1923    | .3077    |
| 640 | .3534    | .3448    | .3017    | 700 | .5258    | .1953    | .2784    |
| 641 | .4351    | .2443    | .3206    | 701 | .3208    | .1887    | .4906    |
| 642 | .3652    | .3478    | .2870    | 702 | .1616    | .3838    | .4545    |
| 643 | .3548    | .3387    | .3065    | 703 | .1443    | .4021    | .4536    |
| 644 | .2973    | .3153    | .3874    | 704 | .1935    | .3978    | .4086    |
| 645 | .3802    | .3140    | .3058    | 705 | .2430    | .4112    | .3458    |
| 646 | .3040    | .3760    | .3200    | 706 | .2680    | .3814    | .3505    |
| 647 | .2936    | .4037    | .3028    | 707 | .3298    | .2872    | .3830    |
| 648 | .2364    | .3818    | .3818    | 708 | .3673    | .2245    | .4082    |
| 649 | .2734    | .4141    | .3125    | 709 | .4655    | .1638    | .3707    |
| 650 | .2920    | .3628    | .3451    | 710 | .5208    | .1979    | .2813    |
| 651 | .3852    | .2787    | .3361    | 711 | .4100    | .2100    | .3800    |
| 652 | .4407    | .1695    | .3898    | 712 | .3265    | .2653    | .4082    |
| 653 | .5906    | .1654    | .2441    | 713 | .3084    | .2430    | .4486    |
| 654 | .4483    | .2931    | .2586    | 714 | .3208    | .3113    | .3679    |
| 655 | .4222    | .2444    | .3333    | 715 | .2784    | .3918    | .3299    |
| 656 | .3934    | .2623    | .3443    | 716 | .2700    | .3600    | .3700    |
| 657 | .3361    | .3109    | .3529    | 717 | .2385    | .3853    | .3761    |
| 658 | .3643    | .2016    | .4341    | 718 | .2917    | .3646    | .3438    |
| 659 | .3273    | .2545    | .4182    | 719 | .3936    | .2340    | .3723    |
| 660 | .2645    | .3719    | .3636    | 720 | .4124    | .2062    | .3814    |

| t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 721 | .1518    | .4554    | .3929    | 781 | .4444    | .1825    | .3730    |
| 722 | .0909    | .5657    | .3434    | 782 | .4016    | .2295    | .3689    |
| 723 | .0962    | .5673    | .3365    | 783 | .6336    | .1603    | .2061    |
| 724 | .2708    | .3438    | .3854    | 784 | .6107    | .1756    | .2137    |
| 725 | .2857    | .3304    | .3839    | 785 | .4793    | .2397    | .2810    |
| 726 | .4286    | .2551    | .3163    | 786 | .4508    | .3197    | .2295    |
| 727 | .3738    | .3178    | .3084    | 787 | .5000    | .2197    | .2803    |
| 728 | .4609    | .2000    | .3391    | 788 | .4762    | .2381    | .2657    |
| 729 | .3393    | .3125    | .3482    | 789 | .5854    | .1463    | .2683    |
| 730 | .2941    | .2941    | .4118    | 790 | .4215    | .2066    | .3719    |
| 731 | .2609    | .3913    | .3478    | 791 | .5328    | .2541    | .2131    |
| 732 | .2411    | .4286    | .3304    | 792 | .4855    | .2319    | .2826    |
| 733 | .2479    | .4463    | .3058    | 793 | .3884    | .2893    | .3223    |
| 734 | .2315    | .4352    | .3333    | 794 | .5000    | .2188    | .2813    |
| 735 | .2917    | .3500    | .3583    | 795 | .6115    | .1583    | .2302    |
| 736 | .2174    | .3478    | .4348    | 796 | .6288    | .1288    | .2424    |
| 737 | .2364    | .3182    | .4455    | 797 | .5455    | .2500    | .2045    |
| 738 | .4722    | .1389    | .3889    | 798 | .5748    | .1654    | .2598    |
| 739 | .7712    | .0254    | .2034    | 799 | .7000    | .1071    | .1929    |
| 740 | .3519    | .3333    | .3148    | 800 | .7444    | .0752    | .1805    |
| 741 | .3710    | .3145    | .3145    | 801 | .4098    | .3197    | .2705    |
| 742 | .2627    | .3729    | .3644    | 802 | .2240    | .5040    | .2720    |
| 743 | .1944    | .4630    | .3426    | 803 | .5662    | .2647    | .1691    |
| 744 | .1765    | .4874    | .3361    | 804 | .5290    | .2174    | .2536    |
| 745 | .1545    | .5000    | .3455    | 805 | .3769    | .3000    | .3231    |
| 746 | .2358    | .3984    | .3659    | 806 | .2560    | .4560    | .2880    |
| 747 | .2650    | .3932    | .3419    | 807 | .2537    | .4328    | .3134    |
| 748 | .3009    | .3982    | .3009    | 808 | .2627    | .4915    | .2458    |
| 749 | .3740    | .2683    | .3577    | 809 | .4098    | .3607    | .2295    |
| 750 | .4359    | .2137    | .3504    | 810 | .5606    | .2197    | .2197    |
| 751 | .3680    | .3040    | .3280    | 811 | .4833    | .2417    | .2750    |
| 752 | .2250    | .4667    | .3083    | 812 | .3206    | .3206    | .3588    |
| 753 | .1770    | .4779    | .3451    | 813 | .3475    | .3898    | .2627    |
| 754 | .1652    | .4609    | .3739    | 814 | .3178    | .2710    | .4112    |
| 755 | .5167    | .1750    | .3083    | 815 | .3456    | .3382    | .3162    |
| 756 | .3607    | .1967    | .4426    | 816 | .2906    | .4017    | .3077    |
| 757 | .2432    | .3604    | .3964    | 817 | .2422    | .4141    | .3438    |
| 758 | .2571    | .3048    | .4381    | 818 | .4380    | .2645    | .2975    |
| 759 | .4262    | .2295    | .3443    | 819 | .5000    | .1953    | .3047    |
| 760 | .4955    | .1712    | .3333    | 820 | .5887    | .1613    | .2500    |
| 761 | .4955    | .1712    | .3333    | 821 | .4640    | .2480    | .2880    |
| 762 | .3694    | .2432    | .3874    | 822 | .4435    | .2419    | .3145    |
| 763 | .4080    | .2720    | .3200    | 823 | .4231    | .3077    | .2692    |
| 764 | .3500    | .2750    | .3750    | 824 | .4333    | .2667    | .3000    |
| 765 | .4000    | .2727    | .3273    | 825 | .5164    | .1721    | .3115    |
| 766 | .4127    | .2698    | .3175    | 826 | .5649    | .1603    | .2748    |
| 767 | .3707    | .3103    | .3190    | 827 | .4839    | .2742    | .2419    |
| 768 | .3913    | .2957    | .3130    | 828 | .4957    | .2650    | .2393    |
| 769 | .4153    | .2119    | .3729    | 829 | .5693    | .1825    | .2482    |
| 770 | .5530    | .1667    | .2803    | 830 | .6560    | .1760    | .1680    |
| 771 | .5812    | .1709    | .2479    | 831 | .4957    | .2609    | .2435    |
| 772 | .4957    | .2222    | .2821    | 832 | .3440    | .3750    | .2800    |
| 773 | .4478    | .2090    | .3433    | 833 | .3383    | .4060    | .2556    |
| 774 | .4960    | .2160    | .2880    | 834 | .3520    | .3680    | .2800    |
| 775 | .3529    | .2017    | .4454    | 835 | .5077    | .3000    | .1923    |
| 776 | .4486    | .1682    | .3832    | 836 | .5923    | .1615    | .2462    |
| 777 | .4722    | .2593    | .2685    | 837 | .5379    | .2121    | .2500    |
| 778 | .5089    | .1607    | .3304    | 838 | .5440    | .2240    | .2320    |
| 779 | .7328    | .0431    | .2241    | 839 | .3281    | .3750    | .2969    |
| 780 | .6769    | .1231    | .2000    | 840 | .4298    | .3058    | .2645    |

| t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t   | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|-----|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|
| 841 | .4132    | .3306    | .2562    | 901 | .4455    | .2178    | .1366    |
| 842 | .3897    | .3015    | .3088    | 902 | .6195    | .1770    | .1035    |
| 843 | .3884    | .3058    | .3058    | 903 | .5278    | .2130    | .1593    |
| 844 | .4597    | .2742    | .2661    | 904 | .5088    | .2193    | .1719    |
| 845 | .5188    | .2406    | .2406    | 905 | .5204    | .2449    | .1347    |
| 846 | .4872    | .2222    | .2906    | 906 | .4359    | .3077    | .1564    |
| 847 | .4964    | .2336    | .2701    | 907 | .1905    | .5714    | .1381    |
| 848 | .5379    | .2069    | .2552    | 908 | .1415    | .6509    | .1075    |
| 849 | .5441    | .2279    | .2279    | 909 | .3558    | .4615    | .1827    |
| 850 | .4317    | .2302    | .3381    | 910 | .4286    | .1933    | .1782    |
| 851 | .4307    | .2774    | .2920    | 911 | .2966    | .3644    | .1390    |
| 852 | .4609    | .2344    | .3047    | 912 | .2328    | .4310    | .1362    |
| 853 | .4706    | .2521    | .2773    | 913 | .2342    | .4324    | .1333    |
| 854 | .4701    | .2564    | .2735    | 914 | .4240    | .2960    | .1800    |
| 855 | .4583    | .2250    | .3167    | 915 | .2613    | .4324    | .1063    |
| 856 | .4876    | .2893    | .2231    | 916 | .2632    | .4737    | .1632    |
| 857 | .4412    | .3333    | .2255    | 917 | .2035    | .4956    | .1009    |
| 858 | .4123    | .3158    | .2719    | 918 | .1417    | .5667    | .1917    |
| 859 | .3421    | .3860    | .2719    | 919 | .1468    | .6422    | .1110    |
| 860 | .2941    | .3950    | .3109    | 920 | .3274    | .4159    | .1566    |
| 861 | .3186    | .4248    | .2566    | 921 | .5351    | .2281    | .1368    |
| 862 | .2957    | .4261    | .2783    | 922 | .5983    | .1795    | .1222    |
| 863 | .1552    | .6024    | .2414    | 923 | .4595    | .2703    | .1703    |
| 864 | .1538    | .5128    | .3333    | 924 | .2788    | .4038    | .1173    |
| 865 | .5089    | .2679    | .2232    | 925 | .3534    | .3190    | .1276    |
| 866 | .5750    | .1917    | .2333    | 926 | .3852    | .2869    | .1279    |
| 867 | .4609    | .1913    | .3478    | 927 | .3950    | .2605    | .1445    |
| 868 | .3607    | .3197    | .3197    | 928 | .5517    | .1638    | .1845    |
| 869 | .2619    | .4127    | .3254    | 929 | .7350    | .1111    | .1538    |
| 870 | .3306    | .3388    | .3306    | 930 | .6228    | .1579    | .1193    |
| 871 | .3738    | .3932    | .2430    | 931 | .4615    | .2404    | .1281    |
| 872 | .3884    | .2727    | .3388    | 932 | .3729    | .3051    | .1220    |
| 873 | .5487    | .2124    | .2389    | 933 | .6807    | .1345    | .1849    |
| 874 | .4959    | .1736    | .3306    | 934 | .5328    | .2459    | .1213    |
| 875 | .4234    | .2703    | .3063    | 935 | .5652    | .1913    | .1435    |
| 876 | .3364    | .2617    | .4019    | 936 | .3761    | .3077    | .1162    |
| 877 | .4865    | .2252    | .2883    | 937 | .4202    | .2773    | .1025    |
| 878 | .4952    | .2476    | .2571    | 938 | .4202    | .3613    | .1185    |
| 879 | .3273    | .3909    | .2818    | 939 | .3468    | .3226    | .1306    |
| 880 | .3679    | .3396    | .2925    | 940 | .3947    | .3596    | .1456    |
| 881 | .4000    | .2545    | .3455    | 941 | .3952    | .3952    | .1097    |
| 882 | .2593    | .4444    | .2963    | 942 | .3952    | .3952    | .1097    |
| 883 | .2564    | .3590    | .3846    | 943 | .2576    | .4318    | .1106    |
| 884 | .2203    | .3475    | .4322    | 944 | .1620    | .6480    | .1840    |
| 885 | .2830    | .3585    | .3585    | 945 | .1250    | .6607    | .1143    |
| 886 | .3431    | .3137    | .3431    | 946 | .2389    | .5133    | .1478    |
| 887 | .5049    | .2427    | .2524    | 947 | .6983    | .2069    | .0948    |
| 888 | .5234    | .1776    | .2991    | 948 | .3386    | .3307    | .1307    |
| 889 | .6061    | .1616    | .2323    | 949 | .2054    | .5179    | .1268    |
| 890 | .6667    | .0741    | .2593    | 950 | .3058    | .3636    | .1306    |
| 891 | .6796    | .0777    | .2427    | 951 | .3672    | .3125    | .1203    |
| 892 | .6176    | .1373    | .2451    | 952 | .3279    | .3689    | .1303    |
| 893 | .4141    | .2525    | .3333    | 953 | .3858    | .3071    | .1071    |
| 894 | .3235    | .3922    | .2843    | 954 | .3981    | .2039    | .1381    |
| 895 | .4216    | .2353    | .3431    | 955 | .3235    | .4118    | .1247    |
| 896 | .4220    | .2936    | .2844    | 956 | .2177    | .3871    | .1352    |
| 897 | .5091    | .2273    | .2636    | 957 | .2941    | .3025    | .1034    |
| 898 | .5238    | .1613    | .3143    | 958 | .3727    | .3273    | .1000    |
| 899 | .6100    | .1600    | .2300    | 959 | .2368    | .4211    | .1421    |
| 900 | .4057    | .2642    | .3302    | 960 | .2520    | .3902    | .1577    |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 961  | .2574           | .4554           | .2871           | 1021 | .4462           | .2692           | .2846           |
| 962  | .1709           | .5385           | .2906           | 1022 | .6462           | .1769           | .1769           |
| 963  | .0693           | .6535           | .2772           | 1023 | .5692           | .1846           | .2462           |
| 964  | .1875           | .5833           | .2292           | 1024 | .5280           | .2720           | .2000           |
| 965  | .3945           | .3761           | .2294           | 1025 | .4848           | .3106           | .2045           |
| 966  | .5804           | .1875           | .2321           | 1026 | .4132           | .3636           | .2231           |
| 967  | .5446           | .1964           | .2589           | 1027 | .2925           | .5377           | .1698           |
| 968  | .6262           | .0935           | .2804           | 1028 | .1993           | .6552           | .1466           |
| 969  | .5517           | .1983           | .2500           | 1029 | .3898           | .4068           | .2034           |
| 970  | .5161           | .1935           | .2903           | 1030 | .5357           | .2054           | .2589           |
| 971  | .6000           | .1900           | .2100           | 1031 | .6637           | .1593           | .1770           |
| 972  | .6509           | .0943           | .2547           | 1032 | .5969           | .1550           | .2481           |
| 973  | .7449           | .0816           | .1735           | 1033 | .4960           | .2880           | .2160           |
| 974  | .7670           | .0388           | .1942           | 1034 | .2773           | .4874           | .2353           |
| 975  | .5678           | .2119           | .2203           | 1035 | .2381           | .4524           | .3095           |
| 976  | .2807           | .4386           | .2807           | 1036 | .1368           | .6421           | .2211           |
| 977  | .4259           | .2778           | .2963           | 1037 | .0923           | .7385           | .1692           |
| 978  | .7255           | .1176           | .1569           | 1038 | .1909           | .6182           | .1909           |
| 979  | .5966           | .1849           | .2185           | 1039 | .2393           | .5299           | .2308           |
| 980  | .5124           | .2810           | .2066           | 1040 | .1000           | .7222           | .1778           |
| 981  | .5403           | .1210           | .3387           | 1041 | .2421           | .5684           | .1895           |
| 982  | .6607           | .0893           | .2500           | 1042 | .4135           | .4423           | .1442           |
| 983  | .6167           | .1917           | .1917           | 1043 | .5217           | .2870           | .1913           |
| 984  | .5207           | .2149           | .2645           | 1044 | .1171           | .6847           | .1982           |
| 985  | .5873           | .2222           | .1905           | 1045 | .1134           | .6598           | .2268           |
| 986  | .4202           | .3193           | .2605           | 1046 | .0396           | .6931           | .2673           |
| 987  | .2742           | .5000           | .2258           | 1047 | .0842           | .7158           | .2000           |
| 988  | .5619           | .2571           | .1810           | 1048 | .2130           | .5463           | .2407           |
| 989  | .6396           | .1351           | .2252           | 1049 | .6168           | .1776           | .2056           |
| 990  | .7069           | .0948           | .1983           | 1050 | .8317           | .0198           | .1485           |
| 991  | .5085           | .2373           | .2542           | 1051 | .6364           | .2066           | .1570           |
| 992  | .3419           | .4103           | .2479           | 1052 | .6667           | .1714           | .1619           |
| 993  | .3333           | .4797           | .1870           | 1053 | .7248           | .1284           | .1468           |
| 994  | .4500           | .3083           | .2417           | 1054 | .6727           | .1636           | .1636           |
| 995  | .4880           | .2640           | .2480           | 1055 | .6016           | .1870           | .2114           |
| 996  | .4880           | .2640           | .2480           | 1056 | .2523           | .5586           | .1892           |
| 997  | .6535           | .1339           | .2126           | 1057 | .8182           | .0545           | .1273           |
| 998  | .7521           | .1405           | .1074           | 1058 | .3879           | .3793           | .2328           |
| 999  | .4656           | .2672           | .2672           | 1059 | .3154           | .5154           | .1692           |
| 1000 | .3554           | .4050           | .2397           | 1060 | .5656           | .2377           | .1967           |
| 1001 | .3254           | .3889           | .2857           | 1061 | .3040           | .4400           | .2560           |
| 1002 | .7368           | .0977           | .1654           | 1062 | .1652           | .5478           | .2870           |
| 1003 | .9413           | .1858           | .2473           | 1063 | .3188           | .4623           | .3188           |
| 1005 | .7519           | .1008           | .1473           | 1065 | .3386           | .3386           | .3228           |
| 1006 | .3889           | .3413           | .2698           | 1066 | .4833           | .2157           | .3000           |
| 1007 | .3252           | .4228           | .2520           | 1067 | .6842           | .1404           | .1754           |
| 1008 | .2632           | .5351           | .2018           | 1068 | .5952           | .1508           | .2540           |
| 1009 | .4672           | .3361           | .1967           | 1069 | .6154           | .1709           | .2137           |
| 1010 | .6529           | .1653           | .1818           | 1070 | .6090           | .2261           | .1739           |
| 1011 | .5194           | .2868           | .1938           | 1071 | .4683           | .2698           | .2619           |
| 1012 | .4242           | .2348           | .3409           | 1072 | .4667           | .3157           | .2167           |
| 1013 | .4839           | .2823           | .2339           | 1073 | .4107           | .3393           | .2500           |
| 1014 | .5120           | .3120           | .1760           | 1074 | .3008           | .4065           | .2927           |
| 1015 | .5622           | .1769           | .2538           | 1075 | .1942           | .5825           | .2233           |
| 1016 | .5641           | .2137           | .2222           | 1076 | .1538           | .6374           | .2088           |
| 1017 | .6496           | .1709           | .1795           | 1077 | .1562           | .6176           | .2255           |
| 1018 | .7170           | .1226           | .1604           | 1078 | .1635           | .6538           | .1827           |
| 1019 | .6260           | .1545           | .2195           | 1079 | .0928           | .7216           | .1956           |
| 1020 | .5625           | .2109           | .2266           | 1080 | .2430           | .5421           | .2150           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1081 | .2605           | .4370           | .3025           | 1141 | .2432           | .5495           | .2072           |
| 1082 | .6569           | .1471           | .1961           | 1142 | .2300           | .5900           | .1800           |
| 1083 | .7679           | .0804           | .1518           | 1143 | .1386           | .6931           | .1683           |
| 1084 | .4138           | .3017           | .2845           | 1144 | .1207           | .7931           | .0862           |
| 1085 | .2400           | .4800           | .2800           | 1145 | .0667           | .7833           | .1500           |
| 1086 | .2542           | .4576           | .2881           | 1146 | .2277           | .6436           | .1287           |
| 1087 | .3333           | .3248           | .3419           | 1147 | .4343           | .3030           | .2626           |
| 1088 | .5478           | .1739           | .2783           | 1148 | .4595           | .2793           | .2613           |
| 1089 | .3153           | .3514           | .3333           | 1149 | .4370           | .2773           | .2857           |
| 1090 | .3000           | .4455           | .2545           | 1150 | .6514           | .1468           | .2018           |
| 1091 | .1667           | .5439           | .2895           | 1151 | .5431           | .2845           | .1724           |
| 1092 | .1553           | .6311           | .2136           | 1152 | .2870           | .3704           | .3426           |
| 1093 | .1743           | .6055           | .2202           | 1153 | .1881           | .5842           | .2277           |
| 1094 | .2381           | .4000           | .3619           | 1154 | .0745           | .7447           | .1809           |
| 1095 | .3704           | .3426           | .2870           | 1155 | .1215           | .6729           | .2056           |
| 1096 | .6216           | .1441           | .2342           | 1156 | .0581           | .7558           | .1860           |
| 1097 | .5690           | .1983           | .2328           | 1157 | .0460           | .8276           | .1264           |
| 1098 | .6667           | .1583           | .1750           | 1158 | .2784           | .4742           | .2474           |
| 1099 | .4696           | .2957           | .2348           | 1159 | .2959           | .4082           | .2959           |
| 1100 | .4151           | .3019           | .2830           | 1160 | .4393           | .2150           | .3458           |
| 1101 | .5545           | .2079           | .2376           | 1161 | .6230           | .1148           | .2623           |
| 1102 | .5225           | .2072           | .2703           | 1162 | .7660           | .0638           | .1702           |
| 1103 | .1963           | .5234           | .2804           | 1163 | .5043           | .2906           | .2051           |
| 1104 | .2035           | .5487           | .2478           | 1164 | .3818           | .3545           | .2636           |
| 1105 | .5739           | .1913           | .2348           | 1165 | .4085           | .3169           | .2746           |
| 1106 | .7273           | .1273           | .1455           | 1166 | .5234           | .2500           | .2266           |
| 1107 | .7257           | .1150           | .1593           | 1167 | .6721           | .1393           | .1885           |
| 1108 | .5714           | .1933           | .2353           | 1168 | .6638           | .1379           | .1983           |
| 1109 | .3984           | .3203           | .2813           | 1169 | .7917           | .0833           | .1250           |
| 1110 | .4000           | .3462           | .2538           | 1170 | .5074           | .3015           | .1912           |
| 1111 | .6220           | .2126           | .1654           | 1171 | .2482           | .4599           | .2920           |
| 1112 | .7049           | .0738           | .2213           | 1172 | .5714           | .1654           | .2632           |
| 1113 | .7241           | .1034           | .1724           | 1173 | .7324           | .0775           | .1901           |
| 1114 | .7217           | .1304           | .1478           | 1174 | .4203           | .3261           | .2536           |
| 1115 | .6992           | .1382           | .1626           | 1175 | .4526           | .2628           | .2847           |
| 1116 | .5641           | .2564           | .1795           | 1176 | .7313           | .0896           | .1791           |
| 1117 | .5313           | .2422           | .2266           | 1177 | .6045           | .2015           | .1940           |
| 1118 | .6418           | .1791           | .1791           | 1178 | .5714           | .1955           | .2331           |
| 1119 | .5547           | .2734           | .1719           | 1179 | .4058           | .3333           | .2609           |
| 1120 | .4831           | .2966           | .2203           | 1180 | .3308           | .4462           | .2231           |
| 1121 | .3871           | .3387           | .2742           | 1181 | .4589           | .2671           | .2740           |
| 1122 | .2586           | .5517           | .1897           | 1182 | .5926           | .2296           | .1778           |
| 1123 | .2479           | .4872           | .2650           | 1183 | .6271           | .1356           | .2373           |
| 1124 | .5920           | .2000           | .2080           | 1184 | .6977           | .1085           | .1938           |
| 1125 | .4275           | .2519           | .3206           | 1185 | .5000           | .2463           | .2537           |
| 1126 | .2083           | .5583           | .2333           | 1186 | .3841           | .3696           | .2464           |
| 1127 | .1545           | .5610           | .2846           | 1187 | .2290           | .4656           | .3053           |
| 1128 | .2419           | .5323           | .2258           | 1188 | .3310           | .3380           | .3310           |
| 1129 | .6015           | .1728           | .2256           | 1189 | .5887           | .2624           | .1489           |
| 1130 | .5038           | .2824           | .2137           | 1190 | .4931           | .3056           | .2014           |
| 1131 | .4537           | .3333           | .2130           | 1191 | .4200           | .3067           | .2733           |
| 1132 | .3551           | .3478           | .2971           | 1192 | .4604           | .2806           | .2500           |
| 1133 | .2521           | .6134           | .1345           | 1193 | .6311           | .1475           | .2213           |
| 1134 | .1579           | .5526           | .2895           | 1194 | .6515           | .2045           | .1439           |
| 1135 | .2205           | .5197           | .2598           | 1195 | .6620           | .1127           | .2183           |
| 1136 | .1870           | .6179           | .1951           | 1196 | .5821           | .1940           | .2239           |
| 1137 | .0899           | .7079           | .2022           | 1197 | .4048           | .3968           | .1984           |
| 1138 | .1250           | .7125           | .1625           | 1198 | .2308           | .5231           | .2462           |
| 1139 | .2500           | .5833           | .1667           | 1199 | .1550           | .6589           | .1860           |
| 1140 | .3158           | .4561           | .2281           | 1200 | .2901           | .4122           | .2977           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1201 | .4060           | .3233           | .2707           | 1261 | .3503           | .3631           | .2866           |
| 1202 | .2889           | .4444           | .2667           | 1262 | .1972           | .5352           | .2676           |
| 1203 | .2303           | .5000           | .2697           | 1263 | .1472           | .5153           | .3374           |
| 1204 | .4375           | .2431           | .3194           | 1264 | .2568           | .3311           | .4122           |
| 1205 | .3556           | .3481           | .2963           | 1265 | .2378           | .3659           | .3963           |
| 1206 | .2958           | .3803           | .3239           | 1266 | .2937           | .3500           | .3562           |
| 1207 | .2887           | .4225           | .2887           | 1267 | .2193           | .5351           | .2456           |
| 1208 | .2657           | .4965           | .2378           | 1268 | .1852           | .4963           | .3185           |
| 1209 | .2000           | .5929           | .2071           | 1269 | .2639           | .4514           | .2847           |
| 1210 | .2308           | .4545           | .3147           | 1270 | .2444           | .4667           | .2889           |
| 1211 | .4255           | .2270           | .3475           | 1271 | .1789           | .5122           | .3089           |
| 1212 | .5500           | .2714           | .1786           | 1272 | .1983           | .5086           | .2931           |
| 1213 | .5766           | .2409           | .1825           | 1273 | .1913           | .5652           | .2435           |
| 1214 | .6000           | .1500           | .2500           | 1274 | .2174           | .5304           | .2522           |
| 1215 | .4690           | .1931           | .3379           | 1275 | .4214           | .2500           | .3286           |
| 1216 | .3475           | .2340           | .4184           | 1276 | .4961           | .2636           | .2403           |
| 1217 | .4331           | .2677           | .2992           | 1277 | .4167           | .3056           | .2778           |
| 1218 | .4783           | .2246           | .2971           | 1278 | .2661           | .4435           | .2903           |
| 1219 | .5000           | .2628           | .2372           | 1279 | .1825           | .4921           | .3254           |
| 1220 | .4328           | .2836           | .2836           | 1280 | .1742           | .5758           | .2500           |
| 1221 | .5586           | .1931           | .2483           | 1281 | .1803           | .4508           | .3689           |
| 1222 | .6071           | .2286           | .1643           | 1282 | .3617           | .2340           | .4043           |
| 1223 | .6358           | .1921           | .1722           | 1283 | .3657           | .2985           | .3358           |
| 1224 | .3986           | .3784           | .2230           | 1284 | .2727           | .3561           | .3712           |
| 1225 | .2098           | .5315           | .2587           | 1285 | .1970           | .4242           | .3788           |
| 1226 | .2033           | .5041           | .2927           | 1286 | .2205           | .4803           | .2992           |
| 1227 | .1964           | .5893           | .2143           | 1287 | .1938           | .4806           | .3256           |
| 1228 | .1875           | .4931           | .3194           | 1288 | .1359           | .5631           | .3010           |
| 1229 | .4688           | .3125           | .2188           | 1289 | .1585           | .5732           | .2683           |
| 1230 | .4224           | .2733           | .3043           | 1290 | .0299           | .7910           | .1791           |
| 1231 | .2963           | .5037           | .2000           | 1291 | .0800           | .6400           | .2800           |
| 1232 | .2148           | .5101           | .2752           | 1292 | .2137           | .5299           | .2564           |
| 1233 | .1626           | .6016           | .2358           | 1293 | .3710           | .3226           | .3065           |
| 1234 | .1318           | .7287           | .1395           | 1294 | .2037           | .5093           | .2870           |
| 1235 | .3377           | .3841           | .2781           | 1295 | .0594           | .6733           | .2673           |
| 1236 | .5192           | .2564           | .2244           | 1296 | .1134           | .6598           | .2268           |
| 1237 | .2600           | .5067           | .2333           | 1297 | .1279           | .6047           | .2674           |
| 1238 | .1739           | .5217           | .3043           | 1298 | .2759           | .5747           | .1494           |
| 1239 | .1729           | .5714           | .2556           | 1299 | .2542           | .4661           | .2797           |
| 1240 | .1781           | .5890           | .2329           | 1300 | .5455           | .2192           | .2364           |
| 1241 | .2053           | .5166           | .2781           | 1301 | .4015           | .1971           | .4015           |
| 1242 | .2815           | .4667           | .2519           | 1302 | .2736           | .3113           | .4151           |
| 1243 | .2581           | .4274           | .3145           | 1303 | .1603           | .5115           | .3282           |
| 1244 | .3404           | .3546           | .3050           | 1304 | .1282           | .6410           | .2308           |
| 1245 | .5649           | .1364           | .2987           | 1305 | .2114           | .5854           | .2033           |
| 1246 | .5625           | .1875           | .2500           | 1306 | .1466           | .5345           | .3190           |
| 1247 | .5294           | .1765           | .2941           | 1307 | .1373           | .5882           | .2745           |
| 1248 | .5188           | .1729           | .3083           | 1308 | .1491           | .6228           | .2281           |
| 1249 | .6954           | .1060           | .1987           | 1309 | .2212           | .4904           | .2885           |
| 1250 | .6457           | .1260           | .2283           | 1310 | .1818           | .5041           | .3140           |
| 1251 | .6331           | .1223           | .2446           | 1311 | .3548           | .3548           | .2903           |
| 1252 | .4110           | .3425           | .2466           | 1312 | .3071           | .2913           | .4016           |
| 1253 | .2468           | .4805           | .2727           | 1313 | .2880           | .4000           | .3120           |
| 1254 | .3049           | .3598           | .3354           | 1314 | .2927           | .3821           | .3252           |
| 1255 | .5494           | .1914           | .2593           | 1315 | .3083           | .4083           | .2833           |
| 1256 | .5871           | .1097           | .3032           | 1316 | .3770           | .3934           | .2295           |
| 1257 | .4400           | .2800           | .2800           | 1317 | .3200           | .4080           | .2720           |
| 1258 | .3310           | .3724           | .2966           | 1318 | .2091           | .5364           | .2545           |
| 1259 | .2987           | .3831           | .3182           | 1319 | .1463           | .5772           | .2764           |
| 1260 | .3649           | .3514           | .2838           | 1320 | .1058           | .6058           | .2885           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1321 | .1042           | .6458           | .2500           | 1381 | .2264           | .4214           | .3522           |
| 1322 | .1026           | .5897           | .3077           | 1382 | .4424           | .2182           | .3394           |
| 1323 | .2993           | .4015           | .2993           | 1383 | .4943           | .2126           | .2931           |
| 1324 | .3529           | .2941           | .3529           | 1384 | .2159           | .4375           | .3466           |
| 1325 | .2459           | .3770           | .3770           | 1385 | .2749           | .3567           | .3684           |
| 1326 | .2583           | .3250           | .4167           | 1386 | .4148           | .2386           | .3466           |
| 1327 | .3106           | .3485           | .3409           | 1387 | .2439           | .4399           | .3171           |
| 1328 | .4257           | .2500           | .3243           | 1388 | .2057           | .4752           | .3191           |
| 1329 | .5944           | .0979           | .3077           | 1389 | .1929           | .4643           | .3429           |
| 1330 | .5845           | .2113           | .2042           | 1390 | .4080           | .2471           | .3449           |
| 1331 | .5960           | .2053           | .1987           | 1391 | .2785           | .2595           | .4620           |
| 1332 | .6118           | .1447           | .2434           | 1392 | .1726           | .4464           | .3810           |
| 1333 | .6051           | .1465           | .2484           | 1393 | .1644           | .4795           | .3562           |
| 1334 | .6364           | .0839           | .2797           | 1394 | .2930           | .4013           | .3057           |
| 1335 | .5786           | .1509           | .2704           | 1395 | .4286           | .2114           | .3600           |
| 1336 | .3677           | .2710           | .3613           | 1396 | .5068           | .1149           | .3784           |
| 1337 | .2143           | .5317           | .2540           | 1397 | .4211           | .1988           | .3801           |
| 1338 | .1938           | .5194           | .2868           | 1398 | .3168           | .3043           | .3789           |
| 1339 | .1915           | .5532           | .2553           | 1399 | .2785           | .2911           | .4304           |
| 1340 | .4317           | .2878           | .2806           | 1400 | .2813           | .2750           | .4437           |
| 1341 | .3784           | .1959           | .4257           | 1401 | .2798           | .3452           | .3750           |
| 1342 | .2403           | .3896           | .3701           | 1402 | .2126           | .4409           | .3465           |
| 1343 | .2342           | .4114           | .3544           | 1403 | .2039           | .5000           | .2961           |
| 1344 | .2533           | .4533           | .2933           | 1404 | .4094           | .1612           | .4094           |
| 1345 | .2887           | .3662           | .3451           | 1405 | .4833           | .1882           | .3278           |
| 1346 | .4789           | .2324           | .2887           | 1406 | .3964           | .1893           | .4142           |
| 1347 | .3605           | .2109           | .4286           | 1407 | .3540           | .2733           | .3727           |
| 1348 | .2044           | .4526           | .3431           | 1408 | .4765           | .1294           | .3941           |
| 1349 | .2841           | .2898           | .4261           | 1409 | .5714           | .1250           | .3036           |
| 1350 | .1845           | .4660           | .3495           | 1410 | .2651           | .3373           | .3976           |
| 1351 | .0962           | .6346           | .2692           | 1411 | .3017           | .2793           | .4190           |
| 1352 | .1583           | .6000           | .2417           | 1412 | .4438           | .2079           | .3483           |
| 1353 | .3083           | .4667           | .2250           | 1413 | .2284           | .4815           | .2901           |
| 1354 | .2982           | .3947           | .3070           | 1414 | .2739           | .3567           | .3694           |
| 1355 | .2435           | .4348           | .3217           | 1415 | .3007           | .2614           | .4379           |
| 1356 | .2803           | .3712           | .3485           | 1416 | .2899           | .3195           | .3905           |
| 1357 | .2844           | .3578           | .3578           | 1417 | .3034           | .3586           | .3379           |
| 1358 | .4925           | .2612           | .2463           | 1418 | .2866           | .3248           | .3895           |
| 1359 | .5896           | .0896           | .3209           | 1419 | .2035           | .3953           | .4012           |
| 1360 | .4507           | .2394           | .3099           | 1420 | .2138           | .4214           | .3648           |
| 1361 | .1796           | .3832           | .4371           | 1421 | .1786           | .5071           | .3143           |
| 1362 | .2692           | .3846           | .3462           | 1422 | .1455           | .5394           | .3152           |
| 1363 | .5109           | .1752           | .3139           | 1423 | .2517           | .4014           | .3469           |
| 1364 | .5944           | .1538           | .2517           | 1424 | .3354           | .2795           | .3851           |
| 1365 | .4667           | .2267           | .3067           | 1425 | .4250           | .1750           | .4000           |
| 1366 | .3450           | .2047           | .4503           | 1426 | .3041           | .2515           | .4444           |
| 1367 | .6287           | .0838           | .2874           | 1427 | .2679           | .3393           | .3929           |
| 1368 | .6481           | .1173           | .2346           | 1428 | .2042           | .3732           | .4225           |
| 1369 | .3935           | .3032           | .3032           | 1429 | .1622           | .4865           | .3514           |
| 1370 | .5153           | .1656           | .3190           | 1430 | .1267           | .5000           | .3733           |
| 1371 | .5779           | .2013           | .2208           | 1431 | .1469           | .4685           | .3846           |
| 1372 | .3054           | .3832           | .3114           | 1432 | .2625           | .2062           | .5313           |
| 1373 | .2642           | .3962           | .3396           | 1433 | .2601           | .3121           | .4277           |
| 1374 | .3533           | .3533           | .2933           | 1434 | .1950           | .3962           | .4088           |
| 1375 | .6125           | .1250           | .2625           | 1435 | .1753           | .4416           | .3831           |
| 1376 | .6883           | .1364           | .1753           | 1436 | .1812           | .4375           | .3812           |
| 1377 | .5621           | .1302           | .3077           | 1437 | .0800           | .5000           | .4200           |
| 1378 | .3393           | .3571           | .3036           | 1438 | .1230           | .5820           | .2951           |
| 1379 | .4759           | .2108           | .3133           | 1439 | .1849           | .4521           | .3630           |
| 1380 | .3476           | .2834           | .3690           | 1440 | .4586           | .1210           | .4204           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1441 | .5449           | .1011           | .3539           | 1501 | .3916           | .2587           | .3497           |
| 1442 | .3020           | .3221           | .3758           | 1502 | .3916           | .2597           | .3497           |
| 1443 | .2519           | .4046           | .3435           | 1503 | .4497           | .1879           | .3624           |
| 1444 | .3111           | .2889           | .4000           | 1504 | .2385           | .3308           | .4308           |
| 1445 | .2544           | .5088           | .2368           | 1505 | .1230           | .4836           | .3934           |
| 1446 | .1453           | .4957           | .3590           | 1506 | .1714           | .4429           | .3857           |
| 1447 | .1610           | .4407           | .3983           | 1507 | .3169           | .2535           | .4220           |
| 1448 | .2593           | .3407           | .4000           | 1508 | .3478           | .1739           | .4783           |
| 1449 | .3741           | .2041           | .4218           | 1509 | .5128           | .1026           | .3846           |
| 1450 | .5460           | .1166           | .3374           | 1510 | .4655           | .1322           | .4023           |
| 1451 | .3882           | .1711           | .4408           | 1511 | .2416           | .3020           | .4564           |
| 1452 | .3704           | .1481           | .4815           | 1512 | .6415           | .0818           | .2767           |
| 1453 | .2105           | .3224           | .4671           | 1513 | .6821           | .0694           | .2486           |
| 1454 | .2105           | .3224           | .4671           | 1514 | .4839           | .1613           | .3548           |
| 1455 | .2158           | .3453           | .4388           | 1515 | .4821           | .1488           | .3690           |
| 1456 | .1603           | .3654           | .4744           | 1516 | .5916           | .0681           | .3403           |
| 1457 | .1806           | .4306           | .3889           | 1517 | .7330           | .0284           | .2386           |
| 1458 | .1769           | .3673           | .4558           | 1518 | .7074           | .0745           | .2181           |
| 1459 | .2797           | .1958           | .5245           | 1519 | .4195           | .1667           | .4138           |
| 1460 | .2897           | .2621           | .4483           | 1520 | .3372           | .2849           | .3779           |
| 1461 | .3106           | .2112           | .4783           | 1521 | .4649           | .1459           | .3892           |
| 1462 | .3172           | .2138           | .4690           | 1522 | .2109           | .3878           | .4014           |
| 1463 | .3143           | .2357           | .4500           | 1523 | .3584           | .1676           | .4740           |
| 1464 | .2806           | .2446           | .4748           | 1524 | .3697           | .2061           | .4242           |
| 1465 | .2643           | .2500           | .4857           | 1525 | .3614           | .1747           | .4639           |
| 1466 | .1985           | .2941           | .5074           | 1526 | .2625           | .4375           | .3000           |
| 1467 | .2771           | .2289           | .4940           | 1527 | .2000           | .4417           | .3583           |
| 1468 | .3203           | .1569           | .5229           | 1528 | .2098           | .4965           | .2937           |
| 1469 | .3185           | .1926           | .4889           | 1529 | .4671           | .1437           | .3892           |
| 1470 | .3151           | .2123           | .4726           | 1530 | .2041           | .4694           | .3265           |
| 1471 | .4397           | .1702           | .3901           | 1531 | .2919           | .2919           | .4161           |
| 1472 | .4671           | .1053           | .4276           | 1532 | .4157           | .1928           | .3855           |
| 1473 | .2727           | .1667           | .5606           | 1533 | .5417           | .0833           | .3750           |
| 1474 | .1429           | .3500           | .5071           | 1534 | .4973           | .1283           | .3743           |
| 1475 | .1544           | .4265           | .4191           | 1535 | .3018           | .3314           | .3669           |
| 1476 | .1699           | .3791           | .4510           | 1536 | .2601           | .4046           | .3353           |
| 1477 | .2071           | .2571           | .5357           | 1537 | .1977           | .4070           | .3953           |
| 1478 | .0920           | .4172           | .4008           | 1538 | .2865           | .3146           | .3989           |
| 1479 | .1520           | .4560           | .3920           | 1539 | .4337           | .2229           | .3434           |
| 1480 | .1338           | .4366           | .4296           | 1540 | .4550           | .1600           | .3850           |
| 1481 | .1716           | .3582           | .4701           | 1541 | .2449           | .2653           | .4898           |
| 1482 | .2143           | .3117           | .4740           | 1542 | .1221           | .4580           | .4198           |
| 1483 | .1484           | .3677           | .4839           | 1543 | .1655           | .4532           | .3813           |
| 1484 | .1938           | .3798           | .4264           | 1544 | .2188           | .4219           | .3594           |
| 1485 | .1622           | .3514           | .4865           | 1545 | .1379           | .5345           | .3276           |
| 1486 | .0822           | .4589           | .4589           | 1546 | .0952           | .5865           | .3173           |
| 1487 | .1318           | .5349           | .3333           | 1547 | .1345           | .5630           | .3025           |
| 1488 | .1128           | .4887           | .3985           | 1548 | .3383           | .3534           | .3083           |
| 1489 | .1986           | .3617           | .4397           | 1549 | .4586           | .2038           | .3376           |
| 1490 | .2375           | .2750           | .4875           | 1550 | .3974           | .2185           | .3841           |
| 1491 | .4247           | .1781           | .3973           | 1551 | .1611           | .3960           | .4430           |
| 1492 | .3750           | .1458           | .4792           | 1552 | .1859           | .4487           | .3654           |
| 1493 | .2517           | .2041           | .5442           | 1553 | .4444           | .2111           | .3444           |
| 1494 | .2897           | .1034           | .6069           | 1554 | .4667           | .1879           | .3455           |
| 1495 | .2993           | .1825           | .5182           | 1555 | .1527           | .3969           | .4504           |
| 1496 | .2705           | .2213           | .5082           | 1556 | .1400           | .4267           | .4333           |
| 1497 | .2846           | .2308           | .4846           | 1557 | .4327           | .1813           | .3860           |
| 1498 | .2277           | .3366           | .4356           | 1558 | .1667           | .4167           | .4167           |
| 1499 | .2376           | .3366           | .4257           | 1559 | .1600           | .4667           | .3733           |
| 1500 | .2879           | .3485           | .3636           | 1560 | .2454           | .3129           | .4417           |



| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1561 | .1987           | .4238           | .3775           | 1621 | .2114           | .4343           | .3543           |
| 1562 | .2152           | .3797           | .4051           | 1622 | .1883           | .5455           | .2662           |
| 1563 | .2024           | .3810           | .4167           | 1623 | .2323           | .4452           | .3226           |
| 1564 | .2083           | .3571           | .4345           | 1624 | .2250           | .4250           | .3500           |
| 1565 | .2119           | .4172           | .3709           | 1625 | .1346           | .5962           | .2692           |
| 1566 | .1233           | .4795           | .3973           | 1626 | .1171           | .6577           | .2252           |
| 1567 | .1319           | .5972           | .2708           | 1627 | .1296           | .6173           | .2531           |
| 1568 | .2484           | .3268           | .4248           | 1628 | .3522           | .2642           | .3836           |
| 1569 | .2604           | .2840           | .4556           | 1629 | .3567           | .2456           | .3977           |
| 1570 | .1293           | .4082           | .4626           | 1630 | .3697           | .2485           | .3818           |
| 1571 | .1328           | .4219           | .4453           | 1631 | .2775           | .2948           | .4277           |
| 1572 | .2273           | .2208           | .5519           | 1632 | .2771           | .3373           | .3855           |
| 1573 | .2849           | .3430           | .3721           | 1633 | .1989           | .4318           | .3693           |
| 1574 | .2113           | .4085           | .3803           | 1634 | .1736           | .4653           | .3611           |
| 1575 | .1732           | .5039           | .3228           | 1635 | .2188           | .3812           | .4000           |
| 1576 | .1138           | .5285           | .3577           | 1636 | .1946           | .4295           | .3758           |
| 1577 | .0909           | .5051           | .4040           | 1637 | .2128           | .5390           | .2482           |
| 1578 | .0842           | .5263           | .3895           | 1638 | .4730           | .1689           | .3581           |
| 1579 | .2715           | .3709           | .3576           | 1639 | .2681           | .3188           | .4130           |
| 1580 | .3797           | .2405           | .3797           | 1640 | .2143           | .4071           | .3796           |
| 1581 | .2685           | .3691           | .3624           | 1641 | .1600           | .4400           | .4000           |
| 1582 | .2908           | .3617           | .3475           | 1642 | .1639           | .4590           | .3770           |
| 1583 | .3866           | .2857           | .3277           | 1643 | .1563           | .5625           | .2813           |
| 1584 | .2792           | .3117           | .4091           | 1644 | .2256           | .4586           | .3158           |
| 1585 | .3007           | .3007           | .3986           | 1645 | .2913           | .2835           | .4252           |
| 1586 | .2593           | .3407           | .4000           | 1646 | .3020           | .3490           | .3490           |
| 1587 | .2562           | .3058           | .4380           | 1647 | .4058           | .2174           | .3768           |
| 1588 | .1636           | .5091           | .3273           | 1648 | .4151           | .2075           | .3774           |
| 1589 | .1696           | .5179           | .3125           | 1649 | .2617           | .2819           | .4564           |
| 1590 | .1630           | .4519           | .3852           | 1650 | .2090           | .2985           | .4925           |
| 1591 | .3103           | .2966           | .3931           | 1651 | .1935           | .4323           | .3742           |
| 1592 | .4268           | .2420           | .3312           | 1652 | .2752           | .3154           | .4094           |
| 1593 | .3750           | .2125           | .4125           | 1653 | .1923           | .4308           | .3769           |
| 1594 | .2000           | .3613           | .4387           | 1654 | .1389           | .4306           | .4306           |
| 1595 | .1844           | .4255           | .3901           | 1655 | .1716           | .4552           | .3731           |
| 1596 | .1973           | .4014           | .4014           | 1656 | .2857           | .3286           | .4857           |
| 1597 | .3813           | .2446           | .3741           | 1657 | .2403           | .3117           | .4481           |
| 1598 | .4368           | .1667           | .3966           | 1658 | .3595           | .1830           | .4575           |
| 1599 | .4941           | .1471           | .3588           | 1659 | .5000           | .1500           | .1500           |
| 1600 | .2875           | .2937           | .4187           | 1660 | .5000           | .1795           | .4205           |
| 1601 | .5494           | .1358           | .3148           | 1661 | .2788           | .2970           | .4242           |
| 1602 | .6263           | .1162           | .2576           | 1662 | .1538           | .3787           | .4675           |
| 1603 | .4237           | .2373           | .3390           | 1663 | .1145           | .5115           | .2740           |
| 1604 | .4483           | .2299           | .3218           | 1664 | .1719           | .4453           | .3828           |
| 1605 | .6576           | .0924           | .2500           | 1665 | .1295           | .4892           | .3813           |
| 1606 | .7542           | .0894           | .1564           | 1666 | .1742           | .3788           | .4470           |
| 1607 | .5054           | .2204           | .2742           | 1667 | .1467           | .2533           | .6000           |
| 1608 | .4897           | .1804           | .3299           | 1668 | .2190           | .2409           | .5401           |
| 1609 | .5368           | .1526           | .3105           | 1669 | .1563           | .2734           | .5703           |
| 1610 | .2500           | .4239           | .3261           | 1670 | .1261           | .4874           | .3856           |
| 1611 | .2732           | .3716           | .3552           | 1671 | .0696           | .4870           | .4435           |
| 1612 | .4560           | .2253           | .3187           | 1672 | .0982           | .4821           | .4196           |
| 1613 | .1965           | .4393           | .3642           | 1673 | .2500           | .3524           | .2906           |
| 1614 | .2378           | .4390           | .3232           | 1674 | .3071           | .2786           | .4143           |
| 1615 | .2444           | .4889           | .2667           | 1675 | .3233           | .2782           | .3985           |
| 1616 | .4098           | .2896           | .3005           | 1676 | .2480           | .3360           | .4150           |
| 1617 | .2811           | .4054           | .3135           | 1677 | .2612           | .3806           | .3532           |
| 1618 | .1618           | .4971           | .3410           | 1678 | .4626           | .1429           | .3946           |
| 1619 | .2241           | .3908           | .3851           | 1679 | .5034           | .1310           | .3655           |
| 1620 | .2905           | .3041           | .4054           | 1680 | .3514           | .2095           | .4392           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1681 | .4082           | .1637           | .4082           | 1741 | .3185           | .3259           | .3556           |
| 1682 | .2875           | .2000           | .5125           | 1742 | .1575           | .3150           | .5276           |
| 1683 | .2920           | .1825           | .5255           | 1743 | .0833           | .5000           | .4167           |
| 1684 | .2658           | .2405           | .4937           | 1744 | .2621           | .4069           | .3310           |
| 1685 | .2286           | .1929           | .5786           | 1745 | .2015           | .3657           | .4328           |
| 1686 | .1544           | .3750           | .4706           | 1746 | .4000           | .2080           | .3920           |
| 1687 | .1463           | .4390           | .4146           | 1747 | .2703           | .2230           | .5068           |
| 1688 | .1825           | .3651           | .4524           | 1748 | .1387           | .5182           | .3431           |
| 1689 | .1681           | .3274           | .5044           | 1749 | .1000           | .4692           | .4308           |
| 1690 | .1085           | .5426           | .3488           | 1750 | .1643           | .4571           | .3786           |
| 1691 | .1382           | .4065           | .4553           | 1751 | .3577           | .2117           | .4307           |
| 1692 | .1343           | .4328           | .4328           | 1752 | .2924           | .2281           | .4795           |
| 1693 | .1905           | .2857           | .5238           | 1753 | .1554           | .4595           | .3851           |
| 1694 | .1606           | .3869           | .4526           | 1754 | .1569           | .3464           | .4967           |
| 1695 | .1463           | .4146           | .4390           | 1755 | .1513           | .2961           | .5526           |
| 1696 | .1102           | .4567           | .4331           | 1756 | .2400           | .3800           | .3800           |
| 1697 | .1228           | .4737           | .4035           | 1757 | .1460           | .4234           | .4307           |
| 1698 | .1066           | .5328           | .3607           | 1758 | .1079           | .4748           | .4173           |
| 1699 | .1339           | .4107           | .4554           | 1759 | .1014           | .4855           | .4130           |
| 1700 | .1515           | .4697           | .3788           | 1760 | .4798           | .1503           | .3699           |
| 1701 | .3832           | .2455           | .3713           | 1761 | .4079           | .2303           | .3618           |
| 1702 | .4178           | .2280           | .3562           | 1762 | .3851           | .2360           | .3789           |
| 1703 | .3916           | .2168           | .3916           | 1763 | .4171           | .1657           | .4171           |
| 1704 | .3145           | .2453           | .4403           | 1764 | .6450           | .1065           | .2485           |
| 1705 | .3986           | .2500           | .3514           | 1765 | .2667           | .3636           | .3697           |
| 1706 | .4839           | .1419           | .3742           | 1766 | .2738           | .2560           | .4702           |
| 1707 | .4785           | .1472           | .3742           | 1767 | .4375           | .1548           | .3977           |
| 1708 | .2770           | .3041           | .4189           | 1768 | .6053           | .1000           | .2947           |
| 1709 | .2189           | .4675           | .3136           | 1769 | .3298           | .2394           | .4309           |
| 1710 | .1832           | .4656           | .3511           | 1770 | .2682           | .3687           | .3631           |
| 1711 | .1493           | .5299           | .3209           | 1771 | .1492           | .4420           | .4088           |
| 1712 | .4698           | .2081           | .3221           | 1772 | .1398           | .5430           | .3172           |
| 1713 | .5322           | .1930           | .2749           | 1773 | .1818           | .4182           | .4000           |
| 1714 | .4561           | .2164           | .3275           | 1774 | .3478           | .2235           | .4286           |
| 1715 | .4088           | .2390           | .3522           | 1775 | .1875           | .4187           | .3937           |
| 1716 | .5322           | .1170           | .3509           | 1776 | .1444           | .5333           | .3222           |
| 1717 | .2727           | .3394           | .3879           | 1777 | .1435           | .4420           | .4144           |
| 1718 | .2803           | .2930           | .4268           | 1778 | .2914           | .2384           | .4702           |
| 1719 | .4023           | .2299           | .3678           | 1779 | .1355           | .5355           | .3290           |
| 1720 | .2229           | .4699           | .3072           | 1780 | .0949           | .4241           | .4810           |
| 1721 | .1438           | .5033           | .3529           | 1781 | .2147           | .3252           | .4601           |
| 1722 | .1462           | .3684           | .4854           | 1782 | .2739           | .2611           | .4650           |
| 1723 | .3487           | .2171           | .4342           | 1783 | .1659           | .4545           | .3797           |
| 1724 | .2308           | .3397           | .4295           | 1784 | .1977           | .4237           | .3785           |
| 1725 | .1509           | .5094           | .3396           | 1785 | .1572           | .4717           | .3711           |
| 1726 | .1419           | .5203           | .3378           | 1786 | .2182           | .3394           | .4424           |
| 1727 | .2651           | .3012           | .4337           | 1787 | .1824           | .4277           | .3899           |
| 1728 | .2000           | .2968           | .5032           | 1788 | .1812           | .3478           | .4710           |
| 1729 | .2514           | .2905           | .4581           | 1789 | .1728           | .4259           | .4012           |
| 1730 | .2244           | .3654           | .4103           | 1790 | .0581           | .5419           | .4000           |
| 1731 | .1667           | .3913           | .4420           | 1791 | .1161           | .4387           | .4452           |
| 1732 | .1940           | .4701           | .3358           | 1792 | .3030           | .2485           | .4485           |
| 1733 | .2585           | .2653           | .4762           | 1793 | .4759           | .1230           | .4011           |
| 1734 | .2722           | .2089           | .5190           | 1794 | .3584           | .1618           | .4798           |
| 1735 | .2704           | .2390           | .4906           | 1795 | .3036           | .1726           | .5238           |
| 1736 | .3068           | .1761           | .5170           | 1796 | .3750           | .1094           | .5156           |
| 1737 | .1441           | .4153           | .4407           | 1797 | .2381           | .3016           | .4603           |
| 1738 | .0135           | .5405           | .4459           | 1798 | .2472           | .2921           | .4607           |
| 1739 | .0606           | .5455           | .3939           | 1799 | .2281           | .2398           | .5322           |
| 1740 | .1527           | .3664           | .4809           | 1800 | .3543           | .0971           | .5486           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1801 | .1850           | .3050           | .5100           | 1861 | .0938           | .4219           | .4844           |
| 1802 | .2308           | .2426           | .5266           | 1862 | .1234           | .5195           | .3571           |
| 1803 | .1657           | .3432           | .4911           | 1863 | .1284           | .4392           | .4324           |
| 1804 | .1429           | .3182           | .5390           | 1864 | .2819           | .2685           | .4497           |
| 1805 | .1392           | .4072           | .4536           | 1865 | .1776           | .2697           | .5526           |
| 1806 | .1656           | .3312           | .5032           | 1866 | .1806           | .3161           | .5032           |
| 1807 | .2147           | .2454           | .5399           | 1867 | .1027           | .4110           | .4863           |
| 1808 | .1796           | .2814           | .5389           | 1868 | .1230           | .4098           | .4672           |
| 1809 | .2131           | .3333           | .4536           | 1869 | .0827           | .5799           | .3383           |
| 1810 | .1718           | .3436           | .4847           | 1870 | .1342           | .4698           | .3960           |
| 1811 | .1677           | .3613           | .4710           | 1871 | .1008           | .4729           | .4264           |
| 1812 | .1875           | .2937           | .5187           | 1872 | .2109           | .3125           | .4766           |
| 1813 | .2356           | .3161           | .4483           | 1873 | .2117           | .3796           | .4088           |
| 1814 | .2793           | .2346           | .4860           | 1874 | .1096           | .3904           | .5000           |
| 1815 | .2982           | .1696           | .5322           | 1875 | .1066           | .5410           | .3525           |
| 1816 | .2299           | .2414           | .5287           | 1876 | .0887           | .5323           | .3790           |
| 1817 | .3262           | .1604           | .5134           | 1877 | .0962           | .5288           | .3750           |
| 1818 | .2470           | .2530           | .5000           | 1878 | .0620           | .5581           | .3798           |
| 1819 | .1042           | .4514           | .4444           | 1879 | .1783           | .3333           | .4884           |
| 1820 | .1558           | .3247           | .5195           | 1880 | .2263           | .3285           | .4453           |
| 1821 | .2418           | .2857           | .4725           | 1881 | .1032           | .5952           | .3016           |
| 1822 | .1761           | .3208           | .5031           | 1882 | .1192           | .5232           | .3576           |
| 1823 | .2957           | .2634           | .4409           | 1883 | .1940           | .4478           | .3582           |
| 1824 | .5426           | .0904           | .3670           | 1884 | .1825           | .3504           | .4672           |
| 1825 | .6025           | .0932           | .3043           | 1885 | .1152           | .5091           | .3758           |
| 1826 | .4527           | .1841           | .3632           | 1886 | .1377           | .5145           | .3478           |
| 1827 | .2295           | .3770           | .3934           | 1887 | .1382           | .5285           | .3333           |
| 1828 | .0880           | .4800           | .4320           | 1888 | .1905           | .4524           | .3571           |
| 1829 | .1355           | .4516           | .4129           | 1889 | .3200           | .2267           | .4533           |
| 1830 | .2591           | .2435           | .4974           | 1890 | .3214           | .2571           | .4214           |
| 1831 | .2143           | .2662           | .5195           | 1891 | .2222           | .3125           | .4653           |
| 1832 | .1944           | .3333           | .4722           | 1892 | .1412           | .2994           | .5593           |
| 1833 | .2426           | .2353           | .5221           | 1893 | .1732           | .4252           | .4016           |
| 1834 | .3294           | .2235           | .4471           | 1894 | .1709           | .4530           | .3761           |
| 1835 | .1471           | .2412           | .6118           | 1895 | .1406           | .4609           | .3984           |
| 1836 | .0946           | .3446           | .5608           | 1896 | .2569           | .3333           | .4097           |
| 1837 | .1429           | .2987           | .5584           | 1897 | .3692           | .2154           | .4154           |
| 1838 | .1582           | .3924           | .4494           | 1898 | .3289           | .2550           | .4161           |
| 1839 | .1139           | .4241           | .4620           | 1899 | .3611           | .2431           | .3958           |
| 1840 | .1679           | .4161           | .4161           | 1900 | .4096           | .2108           | .3795           |
| 1841 | .2051           | .3846           | .4103           | 1901 | .6014           | .0909           | .3077           |
| 1842 | .1312           | .3687           | .5000           | 1902 | .5533           | .1400           | .3067           |
| 1843 | .1366           | .4286           | .4348           | 1903 | .5179           | .1538           | .3282           |
| 1844 | .1342           | .4094           | .4564           | 1904 | .2442           | .3023           | .4535           |
| 1845 | .1399           | .2797           | .5804           | 1905 | .1111           | .4575           | .4314           |
| 1846 | .1151           | .4676           | .4173           | 1906 | .1233           | .4658           | .4110           |
| 1847 | .0960           | .4640           | .4400           | 1907 | .1837           | .4082           | .4082           |
| 1848 | .0849           | .4151           | .5000           | 1908 | .2168           | .3427           | .4406           |
| 1849 | .0784           | .4804           | .4412           | 1909 | .1489           | .5035           | .3475           |
| 1850 | .1017           | .5508           | .3475           | 1910 | .0728           | .5364           | .3907           |
| 1851 | .0538           | .6077           | .3385           | 1911 | .0909           | .5124           | .3967           |
| 1852 | .1704           | .4074           | .4222           | 1912 | .1274           | .4904           | .3822           |
| 1853 | .3929           | .2286           | .3786           | 1913 | .3026           | .2039           | .4934           |
| 1854 | .4497           | .1678           | .3826           | 1914 | .1605           | .3210           | .5185           |
| 1855 | .3636           | .2078           | .4286           | 1915 | .1164           | .5205           | .3630           |
| 1856 | .2115           | .2885           | .5000           | 1916 | .1111           | .4815           | .4074           |
| 1857 | .3702           | .1788           | .4503           | 1917 | .1469           | .3497           | .5035           |
| 1858 | .3687           | .1937           | .4375           | 1918 | .1636           | .4364           | .4000           |
| 1859 | .1750           | .3250           | .5000           | 1919 | .2044           | .3132           | .4818           |
| 1860 | .1220           | .5041           | .3740           | 1920 | .1906           | .3032           | .5161           |

| t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> | t    | q <sub>1t</sub> | q <sub>2t</sub> | q <sub>3t</sub> |
|------|-----------------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1921 | .2398           | .2398           | .5205           | 1981 | .4655           | .1092           | .4253           |
| 1922 | .1933           | .2533           | .5533           | 1982 | .1882           | .3656           | .4462           |
| 1923 | .2252           | .2781           | .4967           | 1983 | .1696           | .3684           | .4620           |
| 1924 | .2839           | .1419           | .5742           | 1984 | .1897           | .2759           | .5345           |
| 1925 | .3476           | .2195           | .4329           | 1985 | .2500           | .1845           | .5655           |
| 1926 | .4094           | .1409           | .4497           | 1986 | .4194           | .1183           | .4624           |
| 1927 | .4182           | .1879           | .3939           | 1987 | .5843           | .0618           | .3539           |
| 1928 | .4907           | .1739           | .3354           | 1988 | .3575           | .1658           | .4767           |
| 1929 | .3913           | .1359           | .4728           | 1989 | .2915           | .2563           | .4523           |
| 1930 | .2822           | .3374           | .3804           | 1990 | .2410           | .2308           | .5282           |
| 1931 | .2529           | .2824           | .4647           | 1991 | .3117           | .2013           | .4870           |
| 1932 | .3687           | .2020           | .4293           | 1992 | .4220           | .0983           | .4798           |
| 1933 | .1197           | .4188           | .4615           | 1993 | .5511           | .1080           | .3409           |
| 1934 | .1176           | .4538           | .4286           | 1994 | .4681           | .1117           | .4202           |
| 1935 | .2063           | .3175           | .4762           | 1995 | .4244           | .1279           | .4477           |
| 1936 | .3453           | .1799           | .4748           | 1996 | .3938           | .1658           | .4404           |
| 1937 | .2128           | .3191           | .4681           | 1997 | .4199           | .1326           | .4475           |
| 1938 | .1212           | .3939           | .4848           | 1998 | .3736           | .1724           | .4540           |
| 1939 | .2319           | .2826           | .4855           | 1999 | .3851           | .1839           | .4310           |
| 1940 | .1554           | .4189           | .4257           | 2000 | .6294           | .0765           | .2941           |
| 1941 | .1338           | .4296           | .4366           | 2001 | .7514           | .0395           | .2090           |
| 1942 | .1400           | .4600           | .4000           | 2002 | .6103           | .0798           | .3099           |
| 1943 | .2081           | .2617           | .5302           | 2003 | .3587           | .2772           | .3641           |
| 1944 | .1456           | .2848           | .5696           | 2004 | .1596           | .4734           | .3670           |
| 1945 | .1469           | .3497           | .5035           | 2005 | .1543           | .4286           | .4171           |
| 1946 | .2887           | .2042           | .5070           | 2006 | .1686           | .5000           | .3314           |
| 1947 | .3293           | .1707           | .5000           | 2007 | .0815           | .5000           | .4185           |
| 1948 | .2848           | .1987           | .5166           | 2008 | .4108           | .1730           | .4162           |
| 1949 | .2180           | .3233           | .4586           | 2009 | .3125           | .2045           | .4830           |
| 1950 | .1742           | .2652           | .5606           | 2010 | .1934           | .4254           | .3812           |
| 1951 | .2113           | .3169           | .4718           | 2011 | .2713           | .2447           | .4840           |
| 1952 | .2486           | .2655           | .4859           | 2012 | .2901           | .1728           | .5370           |
| 1953 | .1429           | .3571           | .5000           | 2013 | .2303           | .2584           | .5112           |
| 1954 | .1871           | .2878           | .5252           | 2014 | .1987           | .3077           | .4936           |
| 1955 | .1761           | .3380           | .4859           | 2015 | .2848           | .2384           | .4768           |
| 1956 | .1566           | .3916           | .4518           | 2016 | .2805           | .2134           | .5061           |
| 1957 | .1096           | .3082           | .5822           | 2017 | .2983           | .2431           | .4586           |
| 1958 | .1554           | .3514           | .4932           | 2018 | .2454           | .2515           | .5031           |
| 1959 | .1939           | .2848           | .5212           | 2019 | .3091           | .2121           | .4788           |
| 1960 | .2050           | .2857           | .5093           | 2020 | .3094           | .1823           | .5083           |
| 1961 | .1973           | .2585           | .5442           | 2021 | .2102           | .3011           | .4886           |
| 1962 | .1250           | .3403           | .5347           | 2022 | .2429           | .3051           | .4520           |
| 1963 | .2099           | .2778           | .5123           | 2023 | .1988           | .3373           | .4639           |
| 1964 | .1266           | .3101           | .5633           | 2024 | .1765           | .3725           | .4510           |
| 1965 | .1325           | .3113           | .5563           | 2025 | .1359           | .4457           | .4185           |
| 1966 | .1060           | .3311           | .5629           | 2026 | .2152           | .4114           | .3734           |
| 1967 | .1975           | .2166           | .5860           | 2027 | .2407           | .2901           | .4691           |
| 1968 | .1333           | .3444           | .5222           | 2028 | .3293           | .1829           | .4878           |
| 1969 | .0739           | .4034           | .5227           | 2029 | .2343           | .2229           | .5429           |
| 1970 | .1472           | .3313           | .5215           | 2030 | .2062           | .2062           | .5875           |
| 1971 | .1543           | .2531           | .5926           | 2031 | .2037           | .2593           | .5370           |
| 1972 | .2067           | .3073           | .4860           | 2032 | .2561           | .1565           | .5854           |
| 1973 | .1250           | .2917           | .5833           | 2033 | .3741           | .2721           | .3537           |
| 1974 | .1132           | .3019           | .5849           | 2034 | .2593           | .2716           | .4691           |
| 1975 | .1288           | .2822           | .5890           | 2035 | .4110           | .1918           | .3373           |
| 1976 | .1737           | .2934           | .5329           | 2036 | .3733           | .1600           | .4667           |
| 1977 | .2857           | .1905           | .5233           | 2037 | .2222           | .3099           | .4678           |
| 1978 | .2527           | .2413           | .5054           | 2038 | .1698           | .3585           | .4717           |
| 1979 | .4438           | .1302           | .4260           | 2039 | .1895           | .2876           | .5229           |
| 1980 | .4389           | .1167           | .4444           | 2040 | .2200           | .2733           | .5067           |

| t    | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t    | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|------|----------|----------|----------|------|----------|----------|----------|
| 2041 | .3194    | .2500    | .4306    | 2101 | .1452    | .4194    | .4355    |
| 2042 | .3553    | .1908    | .4539    | 2102 | .1124    | .3989    | .4888    |
| 2043 | .4221    | .1299    | .4481    | 2103 | .1860    | .3372    | .4767    |
| 2044 | .1918    | .3219    | .4863    | 2104 | .1710    | .3834    | .4456    |
| 2045 | .2014    | .2708    | .5278    | 2105 | .1453    | .4186    | .4360    |
| 2046 | .3806    | .1871    | .4323    | 2106 | .1792    | .3237    | .4971    |
| 2047 | .4052    | .1438    | .4510    | 2107 | .2901    | .2469    | .4630    |
| 2048 | .3687    | .1687    | .4625    | 2108 | .2054    | .3676    | .4270    |
| 2049 | .2115    | .3141    | .4744    | 2109 | .1840    | .3436    | .4724    |
| 2050 | .2039    | .3487    | .4474    | 2110 | .1687    | .3554    | .4759    |
| 2051 | .2298    | .2857    | .4845    | 2111 | .2024    | .2619    | .5357    |
| 2052 | .2317    | .2866    | .4817    | 2112 | .2670    | .2216    | .5114    |
| 2053 | .1701    | .3673    | .4626    | 2113 | .3833    | .1722    | .4444    |
| 2054 | .1579    | .2556    | .5865    | 2114 | .2955    | .2273    | .4773    |
| 2055 | .2270    | .1702    | .6028    | 2115 | .2468    | .2208    | .5325    |
| 2056 | .2133    | .2200    | .5667    | 2116 | .1985    | .1527    | .6489    |
| 2057 | .1389    | .3611    | .5000    | 2117 | .3260    | .1989    | .4751    |
| 2058 | .1474    | .2885    | .5641    | 2118 | .2027    | .3176    | .4797    |
| 2059 | .2418    | .2353    | .5229    | 2119 | .1573    | .3764    | .4663    |
| 2060 | .2222    | .2353    | .5425    | 2120 | .1713    | .3923    | .4365    |
| 2061 | .1898    | .1971    | .6131    | 2121 | .1944    | .3278    | .4778    |
| 2062 | .3237    | .2374    | .4388    | 2122 | .2634    | .2634    | .4731    |
| 2063 | .2857    | .2484    | .4658    | 2123 | .2383    | .2694    | .4922    |
| 2064 | .3243    | .2297    | .4459    | 2124 | .2458    | .2737    | .4804    |
| 2065 | .3448    | .1517    | .5034    | 2125 | .2278    | .2722    | .5000    |
| 2066 | .2109    | .2721    | .5170    | 2126 | .2651    | .2530    | .4819    |
| 2067 | .2516    | .2065    | .5419    | 2127 | .2324    | .2811    | .4865    |
| 2068 | .2381    | .2381    | .5238    | 2128 | .2686    | .1943    | .5371    |
| 2069 | .3091    | .2242    | .4667    | 2129 | .3409    | .2045    | .4545    |
| 2070 | .2394    | .1831    | .5775    | 2130 | .3769    | .1608    | .4623    |
| 2071 | .2013    | .3270    | .4717    | 2131 | .2128    | .3121    | .4752    |
| 2072 | .1538    | .3357    | .5105    | 2132 | .1327    | .4159    | .4513    |
| 2073 | .1481    | .3333    | .5185    | 2133 | .0938    | .4896    | .4167    |
| 2074 | .1507    | .2671    | .5822    | 2134 | .1983    | .4052    | .3966    |
| 2075 | .1628    | .2384    | .5988    | 2135 | .2015    | .5149    | .2836    |
| 2076 | .1863    | .3043    | .5093    | 2136 | .1938    | .4651    | .3411    |
| 2077 | .1538    | .3077    | .5385    | 2137 | .1139    | .5610    | .3252    |
| 2078 | .2733    | .2298    | .4969    | 2138 | .1493    | .4478    | .4030    |
| 2079 | .1930    | .3801    | .4269    | 2139 | .2420    | .4268    | .3312    |
| 2080 | .1623    | .4156    | .4221    | 2140 | .3289    | .2282    | .4430    |
| 2081 | .1678    | .2617    | .5705    | 2141 | .3179    | .3046    | .3775    |
| 2082 | .2026    | .2353    | .5621    | 2142 | .1818    | .3007    | .5175    |
| 2083 | .1687    | .4000    | .4312    | 2143 | .1875    | .3875    | .4250    |
| 2084 | .1400    | .3000    | .5600    | 2144 | .1447    | .3289    | .5263    |
| 2085 | .1463    | .3171    | .5366    | 2145 | .1275    | .3624    | .5101    |
| 2086 | .3092    | .2632    | .4276    | 2146 | .1575    | .3082    | .5342    |
| 2087 | .3081    | .2267    | .4651    | 2147 | .2437    | .3187    | .4375    |
| 2088 | .2011    | .2989    | .5000    | 2148 | .4295    | .1342    | .4362    |
| 2089 | .2037    | .3704    | .4259    | 2149 | .3210    | .2284    | .4506    |
| 2090 | .1294    | .4941    | .3765    | 2150 | .2055    | .2671    | .5274    |
| 2091 | .1561    | .4393    | .4046    | 2151 | .3097    | .2839    | .4065    |
| 2092 | .2690    | .2632    | .4678    | 2152 | .4305    | .2252    | .3444    |
| 2093 | .3354    | .1709    | .4937    | 2153 | .4238    | .1192    | .4570    |
| 2094 | .3608    | .2526    | .3866    | 2154 | .2702    | .2143    | .5065    |
| 2095 | .4254    | .2155    | .3591    | 2155 | .2903    | .2387    | .4710    |
| 2096 | .2917    | .2917    | .4167    | 2156 | .3987    | .1765    | .4248    |
| 2097 | .2222    | .3444    | .4333    | 2157 | .2745    | .2157    | .5099    |
| 2098 | .1878    | .3094    | .5028    | 2158 | .1591    | .4552    | .3750    |
| 2099 | .1705    | .3125    | .5170    | 2159 | .1813    | .4211    | .3977    |
| 2100 | .2284    | .3086    | .4630    | 2160 | .4025    | .2516    | .3459    |

| t    | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ | t    | $q_{1t}$ | $q_{2t}$ | $q_{3t}$ |
|------|----------|----------|----------|------|----------|----------|----------|
| 2161 | .2284    | .2654    | .5062    | 2194 | .2184    | .2701    | .5115    |
| 2162 | .2378    | .2937    | .4685    | 2195 | .1845    | .2738    | .5417    |
| 2163 | .2560    | .3214    | .4226    | 2196 | .1966    | .3708    | .4326    |
| 2164 | .1772    | .4241    | .3987    | 2197 | .2222    | .3395    | .4383    |
| 2165 | .7143    | .0827    | .2030    | 2198 | .2024    | .2917    | .5060    |
| 2166 | .7360    | .1292    | .1348    | 2199 | .2457    | .2800    | .4743    |
| 2167 | .5966    | .1534    | .2500    | 2200 | .3663    | .2093    | .4244    |
| 2168 | .4214    | .2138    | .3648    | 2201 | .3000    | .2588    | .4412    |
| 2169 | .1959    | .4730    | .3311    | 2202 | .2298    | .3106    | .4536    |
| 2170 | .1104    | .5337    | .3558    | 2203 | .2176    | .3353    | .4471    |
| 2171 | .2874    | .3448    | .3678    | 2204 | .1860    | .2500    | .5640    |
| 2172 | .2242    | .3455    | .4303    | 2205 | .1779    | .3129    | .5092    |
| 2173 | .1000    | .4750    | .4250    | 2206 | .2059    | .3118    | .4824    |
| 2174 | .1765    | .4771    | .3464    | 2207 | .1234    | .3312    | .5455    |
| 2175 | .1382    | .4934    | .3684    | 2208 | .1235    | .3882    | .4882    |
| 2176 | .1494    | .4156    | .4351    | 2209 | .1667    | .4023    | .4310    |
| 2177 | .3734    | .2785    | .3481    | 2210 | .1098    | .5260    | .3642    |
| 2178 | .4762    | .1945    | .3393    | 2211 | .1871    | .4129    | .4000    |
| 2179 | .2611    | .2420    | .4968    | 2212 | .2789    | .2721    | .4490    |
| 2180 | .3924    | .2342    | .3734    | 2213 | .2209    | .2883    | .4908    |
| 2181 | .2965    | .2151    | .4884    | 2214 | .2241    | .3218    | .4540    |
| 2182 | .2024    | .3155    | .4821    | 2215 | .2329    | .2808    | .4863    |
| 2183 | .1358    | .5309    | .3333    | 2216 | .1818    | .1883    | .6299    |
| 2184 | .2952    | .3012    | .4036    | 2217 | .2733    | .2616    | .4651    |
| 2185 | .4103    | .1987    | .3910    | 2218 | .2516    | .3145    | .4340    |
| 2186 | .2638    | .3681    | .3681    | 2219 | .2604    | .2604    | .4793    |
| 2187 | .2026    | .2680    | .5294    | 2220 | .2710    | .2452    | .4839    |
| 2188 | .2865    | .2807    | .4327    | 2221 | .2922    | .2727    | .4351    |
| 2189 | .1696    | .4269    | .4035    | 2222 | .2185    | .2583    | .5232    |
| 2190 | .1840    | .3804    | .4356    | 2223 | .2467    | .1800    | .5733    |
| 2191 | .2588    | .2471    | .4941    | 2224 | .3750    | .2321    | .3929    |
| 2192 | .1943    | .3886    | .4171    | 2225 | .4059    | .1188    | .4752    |
| 2193 | .1585    | .3598    | .4817    | 2226 | .4000    | .1532    | .4468    |
|      |          |          |          | 2227 | .2516    | .3161    | .4323    |
|      |          |          |          | 2228 | .2264    | .2830    | .4906    |

APENDICE N°2: FUNCION APL "INEFF"

▽ INEFF

```
[1] 'INEXACTITUD DE LAS PREDICCIONES'
[2] Z←0
[3] R1←10
[4] R←510ρ0
[5] A←0.02×0,150
[6] L:N←0
[7] LL:N←N+1
[8] QQ←((3,-(N+1))+BQ)+(3,N+1)ρ+/[1](3,-(N+1))+BQ
[9] E←2×(((3,N)+QQ)+.×1N)+N×N+1
[10] P←(51 3 ρQ)+ 2 1 Q(E-Q)×.×A
[11] R1←R1,(2×(51 3 ρQQ[;N+1])+P)+.×QQ[;N+1]
[12] →LL×1N≤9
[13] R←R+R1
[14] R1←QQ+E+P+10
[15] BQ← 0 -1 +BQ
[16] Z←Z+1
[17] →L×1(ρBQ)[2]≥11
[18] Z
[19] BQ←AQ
[20] AQ← 2 1 ρ0
[21] →L×1(ρBQ)[2]≥11
[22] INFM← 2 1 Q 10 51 ρR+Z
[23] 8 1 ρ' '
[24] 10 6 ∇0,110
[25] ' '
[26] 10 6 ∇(51 1 ρA),INFM
[27] 8 1 ρ' '
[28] 'NUMERO DE PREDICCIONES REALIZADAS: ',∇Z
```

APENDICE N°3: FUNCION APL "MEDIAA"

▽ MEDIAA

```
[1] Q←10
[2] V←1
[3] Q←Q.(+/Q[V;]++/[1] Q)+(pQ)[2]
[4] V←V+1
[5] +3×1V≤3
[6] 'Q'
[7] Q
```

▽



APENDICE N° 4: FUNCION APL "INEX"

```

V INEX C
[1] 2+0
[2] I+201p0
[3] L:A+C+0.0001x0.1200
[4] QQ+(3-2+BQ)+3 2 p+[1] 3 -2 +BQ
[5] I+I+/(201 3 pQQ[;2])x2*(201 3 pQQ[;2])+(A+.xQQ[;1])+(1-A).xQ
[6] A+QQ+10
[7] HQ+ 0 -1 +BQ
[8] Z+Z+1
[9] +Lx1(pEQ)[2]≥11
[10] Z
[11] BQ+AQ
[12] AQ+ 2 1 p0
[13] +Lx1(pEQ)[2]≥11
[14] A+C+0.0001x0.1200
[15] Y+ 2 1 Q 2 201 pA,I+Z
[16] X+[(1+AI)÷5
[17] 'INEXACTITUD DE LAS PREDICCIONES CUANDO N=1:'
[18] 8 1 p' ,
[19] Y[(5x1X),(1+AI),5xX+140-X;]
[20] 8 1 p' ,
[21] 'INEXACTITUD MINIMA:'
[22] I[1+A I]÷Z
[23] 'VALOR CORRESPONDIENTE DE 'A'';'
[24] A[1+AI]
[25] 8 1 p' ,
[26] 'NUMERO DE PREDICCIONES REALIZADAS: ',V Z
[27] 8 1 p' ,

```

CAPITULO 7:

LA TEORÍA DE LA INFORMACION Y LOS MOVIMIENTOS EURSATILES  
EN ESPAÑA (II): REVISION DE LOS RESULTADOS ANTERIORES Y  
NUEVOS ANALISIS

## 1- INTRODUCCION.

En el capítulo anterior, se observó la existencia de una alta dependencia en los movimientos bursátiles del mercado de valores español. En este, se profundizará en los resultados de aquel en dos sentidos:

- En primer lugar, tratando de obtener una primera aproximación concreta al proceso generador de las series, se enunciarán algunas propiedades generales del proceso de Markov de primer orden, al que, a la vista de los resultados anteriores y, concretamente, de la forma de la función de predicción óptima, aquellos parecen ajustarse. Posteriormente, se comprobará si las series estudiadas cumplen tales propiedades en forma aproximada.
- En segundo lugar, se cuestionarán los resultados obtenidos en el capítulo anterior, fundamental-

mente en base a la posible falta de estacionariedad de los datos. Para estudiar la estabilidad de los resultados, se procederá a realizar nuevos análisis. Tales resultados serán también calificados mediante un análisis de regresión.

Los resultados obtenidos en estos dos sentidos, conducirán a una revisión de las conclusiones anteriormente obtenidas con respecto a las relaciones existentes entre la Bolsa de Madrid y otros mercados de Occidente, y a la realización de otras nuevas.

El capítulo termina con un intento de comparación entre la bolsa madrileña y algunos mercados orientales. Para ello, se procederá a un nuevo análisis, basado en datos de periodicidad semanal, que permitirá, también, un mejor conocimiento de las características de dependencia y predictibilidad del mercado de valores en España.

2- ANÁLISIS DE LAS SERIES MEDIANTE PROCESOS DE MARKOV DE PRIMER ORDEN.

En un esfuerzo por delimitar mejor el mecanismo generador de los datos analizados, se puede estudiar la posibilidad de conceptualizar aquel como un proceso de Markov de primer orden. Tal posibilidad se deduce de la forma de la regla de predicción óptima obtenida. En efecto, si las predicciones son insesgadas, siendo la predicción óptima, para el día "t", del tanto "i" (i = 1, 2, 3):

$$p_{it} = \alpha \cdot q_{i,t-1} + (1-\alpha) \bar{q}_i \quad (2.1)$$

el proceso generador de " $q_{it}$ " será de la forma:

$$q_{it} - \bar{q}_i = \alpha(q_{i,t-1} - \bar{q}_i) + \epsilon_{it} \quad (i=1,2,3) \quad (2.2)$$

siendo " $\epsilon_{it}$ " los residuos aleatorios. En otras palabras, las predicciones realizadas conforme a (2.1) "serán óptimas si las propor

ciones se generan con arreglo al proceso estocástico" (2.2) ( 465 ).

Si los residuos aleatorios " $\xi_{it}$ " se adaptan a ciertas propiedades, la expresión (2.2) corresponderá a un proceso estocástico markoviano de primer orden. Tales propiedades deben ser las siguientes ( 466 ):

1- Media nula:

$$E(\xi_{it}) = 0 \quad \text{para todo "i" y "t"}$$

2- Varianza ( $\sigma^2(\xi_{it})$ ) independiente de "t".

3- La covarianza entre " $\xi_{it}$ " y " $\xi_{jt}$ " ( $\text{cov}(\xi_{it}, \xi_{jt})$ ) puede depender de "i" y "j" pero no de "t".

---

( 465 ) M.M. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 242.

( 466 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow....", ob. cit., p. 283.

- 4- La covarianza entre " $\xi_{i,t}$ " y " $\xi_{j,t+k}$ " (esto es,  $\text{cov}(\xi_{i,t}, \xi_{j,t+k})$ ) vale cero para todo "i" y "j" siempre que "k" sea distinta de cero.

"El proceso de Markov se reduce a la ecuación de predicción" (2.1) "cuando se toman a ambos lados esperanzas condicionales dados los datos disponibles en el día "t-1". En consecuencia, la predicción " $p_{it}$ " no es más que la esperanza de " $q_{it}$ " bajo esa condición" ( 47 ). Es así, que este modelo que, en principio, nació de un análisis basado en la teoría de la información, puede ser testado al margen de aquella, comprobando si las series de las tres fracciones, correspondientes al número de acciones que suben, bajan, o permanecen invariables en su cotización anterior, en relación al total de las cotizadas en las sucesivas sesiones bursátiles, se ajustan al proceso markoviano descrito. Para ello, basta observar, como ya se hizo para los mercados de Amsterdam, Londres y Nueva York, si tales series se con-

---

( 47 ) Ibid., p. 283.

forman a las propiedades de tal proceso. En esta línea, se va a definir el coeficiente de correlación entre las series "i" y "j" ( $i, j = 1, 2, 3$ ), cuando se toma un retardo de "k" días como:

$$r_{ij}(k) = \frac{\text{cov}(q_{i,t+k}, q_{jt})}{\sigma(q_{i,t+k}) \cdot \sigma(q_{jt})} \quad (2.3)$$

donde la covarianza entre ambas series con este retardo vale:

$$\text{cov}(q_{i,t+k}, q_{jt}) = \frac{\sum_{t=1}^{2228-k} (q_{i,t+k} - \bar{q}_i)(q_{jt} - \bar{q}_j)}{2228-k} \quad (2.4)$$

siendo sus desviaciones típicas:

$$\begin{aligned} \sigma(q_{i,t+k}) &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{2228-k} (q_{i,t+k} - \bar{q}_i)^2}{2228-k}} \\ \sigma(q_{jt}) &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{2228-k} (q_{jt} - \bar{q}_j)^2}{2228-k}} \end{aligned} \quad (2.5)$$



y sus medias:

$$\bar{q}_i = \frac{\sum_{t=1}^{2228-k} q_{it+k}}{2228-k}$$

(2.6)

$$\bar{q}_j = \frac{\sum_{t=1}^{2228-k} q_{jt}}{2228-k}$$

Se hablará de coeficientes de autocorrelación para referirse a los " $r_{ij}(k)$ " cuando " $i = j$ ". Si " $i \neq j$ ", se les denominará coeficientes de correlación cruzada.

Pues bien, si las series se ajustaran al proceso de la expresión (2.1), los coeficientes de autocorrelación calculados con un retardo de " $k$ " días deberían aproximarse a " $\alpha^k$ ". Esto es, en un proceso de Markov de primer orden se cumpliría que:

$$r_{ii}(k) = \alpha^k \quad \text{para todo } i = 1, 2, 3$$

$$\text{y } k = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Además, en tal proceso, se da una determinada relación entre los coeficientes de correlación cruzada. A saber:

$$r_{ij}(k+1) = \alpha \cdot r_{ij}(k) \quad \text{para todo } i, j=1,2,3 \quad (2.3)$$

y  $k=1,2,\dots$

Por tanto, si las series estudiadas se ajustaran al proceso definido anteriormente, el coeficiente de correlación cruzada entre dos de ellas, cuando se utiliza un retardo de " $k$ " sesiones, debería ser aproximadamente igual al " $\alpha$ " por uno del valor que toma tal coeficiente cuando el retardo es de " $k-1$ " jornadas.

Los valores calculados para ambos tipos de coeficientes (autocorrelación y correlación cruzada) de las series de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles subieron, bajaron, y repitieron de cotización en la Bolsa de Madrid, se recogen en la primera parte del cuadro número 1. A la vista de esta y de las partes " $b$ " y " $c$ " del mismo cuadro, cabe afirmar que, si bien el ajuste no es perfecto, resulta bastante aproximado; al menos tanto como lo fué en los mercados de Amsterdam y Londres, para los que tanto

CUADRO Nº 1: COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION Y CORRELACION CRUZADA

a) BOLSA DE MADRID ( $\alpha$  óptima: 0.7280)

| RETARDO<br>k | AUTOCORRELACIONES |              |              |              | CORRELACIONES CRUZADAS |              |              |              |              |              |
|--------------|-------------------|--------------|--------------|--------------|------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|              | $r_{kk}$ (k)      | $r_{2k}$ (k) | $r_{3k}$ (k) | $r_{4k}$ (k) | $r_{1k}$ (k)           | $r_{2k}$ (k) | $r_{3k}$ (k) | $r_{4k}$ (k) | $r_{1k}$ (k) | $r_{2k}$ (k) |
| 0            | 1.0000            | 1.0000       | 1.0000       | -0.7883      | -0.7883                | -0.5216      | -0.5216      | -0.5216      | -0.1137      | -0.1137      |
| 1            | 0.7473            | 0.6875       | 0.7715       | -0.5568      | -0.5593                | -0.4346      | -0.4313      | -0.4313      | -0.0503      | -0.0539      |
| 2            | 0.5077            | 0.3999       | 0.7153       | -0.3036      | -0.3118                | -0.3991      | -0.3877      | -0.3877      | -0.0512      | -0.0641      |
| 3            | 0.4045            | 0.2665       | 0.6939       | -0.1935      | -0.1968                | -0.3853      | -0.3804      | -0.3804      | -0.0518      | -0.0571      |
| 4            | 0.3706            | 0.2141       | 0.6787       | -0.1727      | -0.1399                | -0.3594      | -0.4045      | -0.4045      | -0.0710      | -0.0179      |
| 5            | 0.3389            | 0.1595       | 0.6591       | -0.1364      | -0.1011                | -0.3586      | -0.4069      | -0.4069      | -0.0578      | -0.0010      |

b) BOLSA DE AMSTERDAM ( $\alpha$  óptimo: 0.477)

| RETARDO<br>k | AUTOCORRELACIONES |             |             |             | CORRELACIONES CRUZADAS |             |             |             |             |             |
|--------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|              | $r_{11}(k)$       | $r_{12}(k)$ | $r_{13}(k)$ | $r_{14}(k)$ | $r_{21}(k)$            | $r_{22}(k)$ | $r_{23}(k)$ | $r_{24}(k)$ | $r_{31}(k)$ | $r_{32}(k)$ |
| 0            | 1.000             | 1.000       | 1.000       | 1.000       | -0.964                 | -0.964      | -0.125      | -0.145      | -0.125      | -0.145      |
| 1            | 0.473             | 0.482       | 0.517       | 0.517       | -0.467                 | -0.450      | -0.079      | -0.060      | -0.017      | -0.123      |
| 2            | 0.247             | 0.266       | 0.472       | 0.472       | -0.246                 | -0.233      | -0.050      | -0.078      | -0.003      | -0.125      |
| 3            | 0.149             | 0.186       | 0.453       | 0.453       | -0.156                 | -0.146      | -0.006      | -0.116      | 0.028       | -0.150      |
| 4            | 0.102             | 0.135       | 0.406       | 0.406       | -0.108                 | -0.099      | -0.009      | -0.100      | 0.022       | -0.132      |
| 5            | 0.107             | 0.139       | 0.366       | 0.366       | -0.109                 | -0.110      | -0.013      | -0.111      | 0.008       | -0.107      |

CUADRO Nº 1 (continuación)

(C) BOLSA DE LONDRES (óptimo: 0.58)

| RETRAZO | AUTOCORRELACIONES |             |             |             | CORRELACIONES CRUZADAS |             |             |             |             |             |             |             |
|---------|-------------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|         | $r_{11}(k)$       | $r_{12}(k)$ | $r_{13}(k)$ | $r_{14}(k)$ | $r_{12}(k)$            | $r_{13}(k)$ | $r_{14}(k)$ | $r_{23}(k)$ | $r_{24}(k)$ | $r_{25}(k)$ | $r_{34}(k)$ | $r_{35}(k)$ |
| 0       | 1.0000            | 1.0000      | 1.0000      | -0.7121     | -0.7121                | -0.0459     | -0.0459     | -0.0459     | -0.0459     | -0.0459     | -0.0459     | -0.6687     |
| 1       | 0.5163            | 0.5698      | 0.5624      | -0.3745     | -0.4023                | -0.0133     | -0.0133     | -0.0133     | -0.0133     | -0.0133     | -0.0261     | -0.4146     |
| 2       | 0.3049            | 0.3164      | 0.4272      | -0.1680     | -0.2005                | -0.0833     | -0.0833     | -0.0833     | -0.0833     | -0.0833     | -0.0373     | -0.2725     |
| 3       | 0.1782            | 0.2329      | 0.3912      | -0.0778     | -0.1080                | -0.0773     | -0.0773     | -0.0773     | -0.0773     | -0.0773     | -0.0348     | -0.2490     |
| 4       | 0.1028            | 0.2119      | 0.3661      | -0.0504     | -0.0679                | -0.0368     | -0.0368     | -0.0368     | -0.0368     | -0.0368     | -0.0122     | -0.2483     |

Theil y Leenders ( 1968 ) como Dryden ( 1969 ) coincidieron en calificarlo de suficiente para conceptuar al proceso generador de las series como cercano a un proceso de Markov de primer orden, especialmente en lo concerniente a las series correspondientes a las fracciones de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, subieron y bajaron de cotización. El comportamiento más anormal correspondió, al igual que en los otros mercados, a la serie relativa a las acciones que mantuvieron su cotización anterior.

---

( 1968 ) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow...", ob. cit., p. 284.

( 1969 ) M.M. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 242.

### 3- ANÁLISIS DE REGRESIÓN DE LAS SERIES

Hay algo que este último análisis pone claramente de manifiesto: la dependencia no es la misma para las tres series consideradas. Cada una de ellas tiene un comportamiento diferente de las otras dos. Esto es especialmente claro en lo referente a la tercera, esto es, la correspondiente a las fracciones de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, repitieron su cotización anterior. La metodología de Theil-Leenders conduce, sin embargo, a un único valor de " $\alpha$ " para explicar el comportamiento de las tres series. Para calcular el " $\alpha_i$ " correspondiente a la serie " $i$ " ( $i = 1, 2, 3$ ), se puede realizar un sencillo análisis de regresión, como sugirió Fama, mediante el procedimiento de mínimos cuadrados. "Dado el gran tamaño de la muestra, para justificar la estimación de " $\alpha$ " mediante una regresión estandar, basta hacer unos supuestos mínimos sobre la aleatoriedad del término de error " $\epsilon_{it}$ ". Así, el simple análisis de regresión constituye una prueba natural de

los resultados obtenidos mediante la teoría de la información"  
( 930 ).

Se trata, por tanto, de estimar, utilizando el procedimiento de mínimos cuadrados, los coeficientes " $\alpha_1$ ", " $\alpha_2$ ", y " $\alpha_3$ ", de las rectas de regresión:

$$\begin{aligned} q_{1t} - \bar{q}_1 &= \alpha_1 (q_{1,t-1} - \bar{q}_1) + \epsilon_{1t} \\ q_{2t} - \bar{q}_2 &= \alpha_2 (q_{2,t-1} - \bar{q}_2) + \epsilon_{2t} \\ q_{3t} - \bar{q}_3 &= \alpha_3 (q_{3,t-1} - \bar{q}_3) + \epsilon_{3t} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Realizado el correspondiente análisis, tales estimaciones resultaron ser:

---

( 930 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 293.



$$\alpha_1 = 0.7473$$

$$\alpha_2 = 0.6878$$

$$\alpha_3 = 0.7712$$

Obviamente, estos valores no hacen sino confirmar la elevada dependencia encontrada cuando se utilizó la metodología de Theil y Leenders.

Otros resultados se presentan en el cuadro número 2 del que se deduce una conclusión importante: mediante la regresión de las proporciones de cada jornada sobre las correspondientes a la sesión bursátil previa, se ha reducido la variabilidad del error de predicción en un 34 por cien para la serie primera (tanto por uno de acciones que suben), en un 27 por cien para la segunda (fracción correspondiente a las que bajan) y en un 64 por cien para la tercera serie (proporción de acciones que repiten la cotización previa), lo que vuelve a poner de manifiesto la alta dependencia existente, especialmente fuerte en la última serie mencionada.

CUADRO Nº 2: COEFICIENTES DE REGRESION Y OTROS RESULTADOS (2228 sesiones)

|   | i      |        |        |
|---|--------|--------|--------|
|   | 1      | 2      | 3      |
| $\bar{q}_1$                                 | 0.3395 | 0.3113 | 0.3492 |
| $\alpha_1$                                  | 0.7473 | 0.6378 | 0.7712 |
| $\sigma(q_1)$                               | 0.1570 | 0.1348 | 0.0972 |
| $\sigma(\xi_1)$                             | 0.1043 | 0.0979 | 0.0618 |
| $[(\sigma(\xi_1)/\sigma(q_1))-1] \cdot 100$ | -33.57 | -27.37 | -63.58 |

#### 4- LA POSIBLE FALTA DE ESTACIONARIEDAD DE LAS SERIES Y OTRAS PRECISIONES.

Hay una primera precisión que cabe hacer en cuanto a los resultados obtenidos previamente: tales resultados podrían estar sesgados por el casi constante decaimiento operado en el mercado español desde finales de 1973. Como primera aproximación al análisis de la influencia que este hecho ha podido tener en las series estudiadas, siguiendo la metodología empleada por Fama ( <sup>411</sup> ), se calcularon las medias aritméticas, por bloques de 50 sesiones bursátiles diferentes, de las tres series estudiadas. Los resultados obtenidos ( <sup>412</sup> ) se presentan en el cuadro número 3, del que se ha extraído la figura nº 4.

---

( <sup>411</sup> ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 295.

( <sup>412</sup> ) Para ello se utilizó la función "MA50", recogida en el apéndice número 5 de este capítulo. Tal función requiere como único "input", el vector "P" de dimensión "T", que recoge los sucesivos valores, en las "T" sesiones bursátiles consideradas, de la fracción "i" a que se refieren los cálculos (i = 1, 2, 3) y genera, como "output", la media, la desviación típica y el coeficiente de autocorrelación de cada uno de los bloques de 50 datos en que se puede dividir la muestra (número de bloques en "P" =  $\lfloor T/50 \rfloor$  donde T = 9P).

El tiempo medio de CPU invertido por esta función cuando se tomaron en "P" los valores correspondientes a las 2228 sesiones sucesivas (T = 2228) fué de 3 segundos y 49 centésimas.

CUADRO N° 3: MEDIAS ARITMETICAS DE LAS TRES FRACCIONES EN LOS SUCE-  
VOS BLOQUES DE 50 SESIONES EN QUE SE SUBDIVIDIO LA MUES-  
TRA.

| Nº de<br>bloque | $\bar{q}_1$ | $\bar{q}_2$ | $\bar{q}_3$ |
|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| 1               | .3833       | .2638       | .3529       |
| 2               | .4015       | .2499       | .3486       |
| 3               | .4031       | .2254       | .3715       |
| 4               | .4135       | .2233       | .3632       |
| 5               | .4911       | .2282       | .2807       |
| 6               | .4231       | .2671       | .3098       |
| 7               | .4542       | .2754       | .2704       |
| 8               | .4040       | .3184       | .2776       |
| 9               | .3564       | .3709       | .2727       |
| 10              | .3233       | .3417       | .3350       |
| 11              | .2694       | .3536       | .3770       |
| 12              | .3302       | .3114       | .3584       |
| 13              | .3415       | .3212       | .3373       |
| 14              | .4109       | .2444       | .3446       |
| 15              | .3030       | .3335       | .3635       |
| 16              | .4666       | .2281       | .3053       |
| 17              | .4382       | .2884       | .2734       |
| 18              | .4185       | .2873       | .2942       |
| 19              | .3864       | .3479       | .2657       |
| 20              | .4662       | .2776       | .2562       |
| 21              | .4332       | .3554       | .2114       |
| 22              | .4129       | .3505       | .2366       |
| 23              | .4032       | .3825       | .2143       |
| 24              | .4528       | .3183       | .2290       |
| 25              | .3750       | .3620       | .2630       |
| 26              | .2733       | .4340       | .2927       |
| 27              | .3067       | .3849       | .3084       |
| 28              | .3708       | .3024       | .3268       |
| 29              | .2823       | .3422       | .3754       |
| 30              | .2446       | .2902       | .4651       |
| 31              | .3567       | .2736       | .3697       |
| 32              | .2457       | .3623       | .3920       |
| 33              | .3087       | .3508       | .3405       |
| 34              | .2208       | .3475       | .4317       |
| 35              | .2663       | .3333       | .4005       |
| 36              | .2573       | .3222       | .4206       |
| 37              | .2018       | .3234       | .4747       |
| 38              | .1979       | .3841       | .4180       |
| 39              | .2372       | .3132       | .4496       |
| 40              | .2619       | .2447       | .4934       |
| 41              | .2770       | .2674       | .4556       |
| 42              | .2222       | .2822       | .4957       |
| 43              | .2215       | .3169       | .4616       |
| 44              | .2821       | .3060       | .4119       |

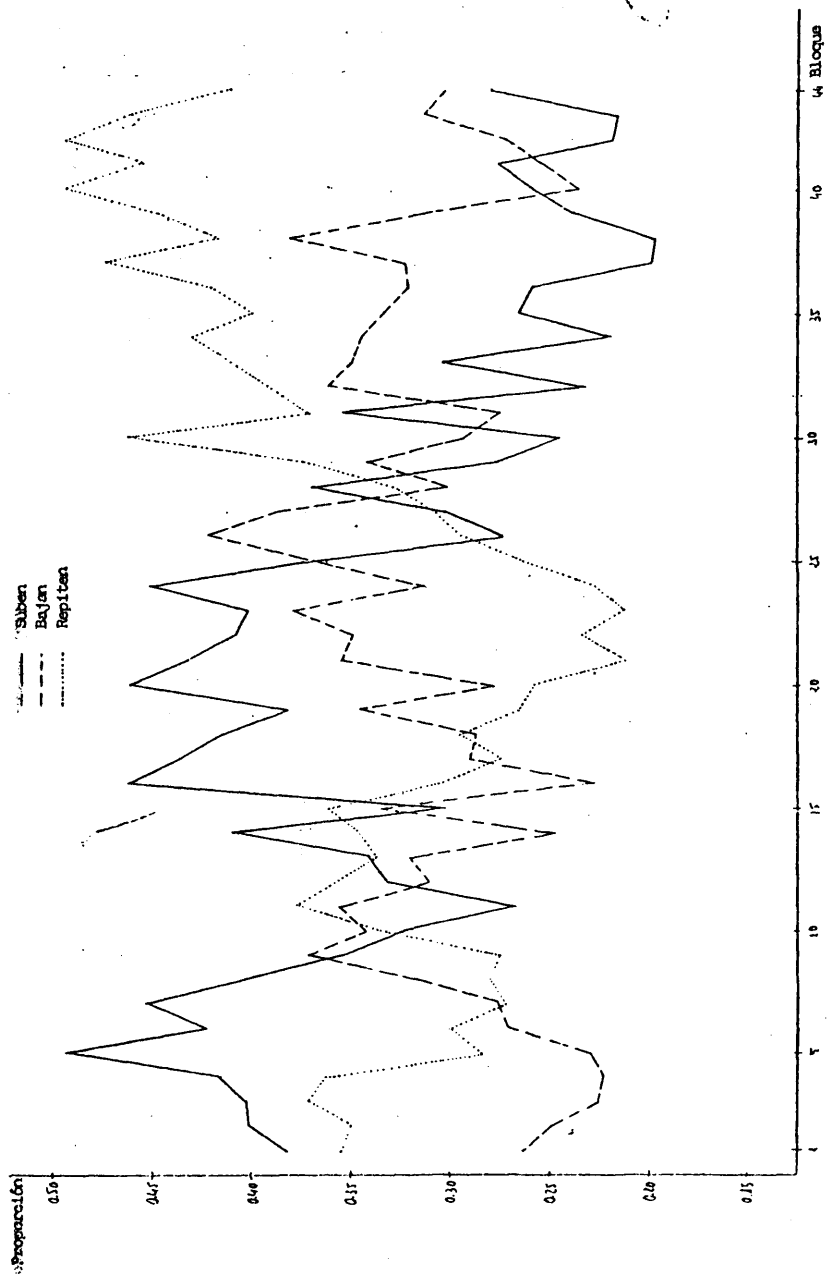


FIGURA 1: MEDIAS ARITMETICAS DE LAS TRES FRACCIONES EN LOS SUCESIVOS BLOQUES DE 50 SESIONES EN QUE SU SUBDIVIDIO LA MUESTRA

A la vista de ambos, cabe deducir que la apatía general del mercado parece haber redundado en un paulatino incremento de la fracción correspondiente a las acciones que repiten su cotización anterior, junto a un decaimiento estriado de la proporción de las que la mejoran. Este comportamiento, podría haber introducido sesgos positivos en los coeficientes de correlación serial de ambas series y, por ende, en sus coeficientes de regresión y aún en el valor obtenido para " $\alpha$ " en el análisis basado en la teoría de la información.

Para comprobar hasta que punto este hecho ha podido influir en los resultados obtenidos, se procedió en dos sentidos:

- En primer lugar, siguiendo las sugerencias de Fama ( 193 ), se estimaron los coeficient

---

( 193 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 295.

tes de autocorrelación, con un retardo de una sesión, de las tres series, en cada uno de los 44 subperiodos, no superpuestos, de 50 sesiones cada uno, en que se subdividió la muestra ( 974 ) . Calculados, posteriormente, los coeficientes de autocorrelación medios, resultaron ser de 0.6262 para la fracción correspondiente a las acciones que suben de cotización, 0.6023 para las que bajan y 0.3318 para las que repiten. Estos valores, comparados con los coeficientes calculados para el periodo completo (0.7473, 0.6875 y 0.7715, respectivamente), resultan especialmente significativos en relación con la serie de las acciones que,

---

( 974 ) Tales coeficientes se calcularon utilizando el programa "IA50" (véase la nota ( 972 ) a pie de página).

en las distintas sesiones bursátiles, repitieron su cotización anterior, si bien también en las otras dos series se observa una apreciable reducción en los coeficientes.

Todo ello induce a pensar que los resultados obtenidos en los análisis anteriores podrían haber sido provocados por las circunstancias anteriormente mencionadas y que en otras condiciones, los resultados hubieran sido diferentes.

- A la vista de todo lo anterior, parece razonable realizar, de principio a fin, un nuevo análisis, tomando ahora, como datos primarios, los correspondientes a las 1114 primeras sesiones de las 2228 que componían la muestra original. Tales datos abarcan desde el 30 de diciembre de 1967 hasta el 2 de octubre de 1973. Queda fuera, por tanto, todo el periodo de crisis gene-



ral a que antes se ha hecho referencia y se incluyen, en cambio, junto a periodos de alza general, otros críticos y algunos de "normalidad". Los resultados obtenidos con estos datos merecen comentario aparte.

El cuadro número 4 recoge la inexactitud media de las 1104 predicciones realizadas por las 501 reglas, que ya fueron analizadas utilizando la muestra completa, en este subperiodo. Estos resultados, generados empleando la función "INFFF" ( 43 ) y "MEDIAA" ( 44 ) nuevamente, sugieren que, efectivamente, las circunstancias mencionadas sesgaron ligeramente los resultados previos. Así, si bien la regla consistente en tomar, como predicción de la fracción "i" (i=1,2,3) para la jornada "t", el valor alcanzado por la misma en la sesión precedente, continúa

---

( 43 ) El tiempo de CPU invertido por la función "INFFF" al ejecutarse con estos datos, fue de 23 minutos, 42 segundos y 23 centésimas.

( 44 ) El tiempo de CPU invertido por la función "MEDIAA" en esta ocasión, fue de 87 centésimas de segundo.

CUADRO Nº 4: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS "(H,α)". (1114 sesiones)

| α       | N        |          |          |          |          |          |          |          |          |           |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
|         | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
| .000000 | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158  | .096158   |
| .020000 | .093567  | .093881  | .094120  | .094303  | .094448  | .094564  | .094655  | .094731  | .094797  | .094854   |
| .040000 | .091061  | .091678  | .092147  | .092505  | .092790  | .093018  | .093198  | .093347  | .093476  | .093589   |
| .060000 | .088639  | .089546  | .090237  | .090765  | .091185  | .091520  | .091786  | .092005  | .092196  | .092361   |
| .080000 | .086299  | .087484  | .088390  | .089081  | .089631  | .090070  | .090418  | .090705  | .090954  | .091170   |
| .100000 | .084039  | .085492  | .086605  | .087452  | .088128  | .088667  | .089094  | .089446  | .089752  | .090017   |
| .120000 | .081860  | .083569  | .084880  | .085879  | .086676  | .087311  | .087813  | .088228  | .088588  | .088901   |
| .140000 | .079759  | .081713  | .083215  | .084360  | .085273  | .086001  | .086575  | .087050  | .087463  | .087821   |
| .160000 | .077735  | .079924  | .081610  | .082895  | .083920  | .084737  | .085381  | .085913  | .086376  | .086777   |
| .180000 | .075788  | .078201  | .080064  | .081484  | .082615  | .083518  | .084228  | .084816  | .085327  | .085770   |
| .200000 | .073917  | .076544  | .078577  | .080125  | .081360  | .082344  | .083119  | .083758  | .084315  | .084798   |
| .220000 | .072121  | .074952  | .077147  | .078819  | .080153  | .081215  | .082051  | .082740  | .083341  | .083862   |
| .240000 | .070400  | .073424  | .075775  | .077565  | .078993  | .080131  | .081024  | .081762  | .082405  | .082962   |
| .260000 | .068752  | .071960  | .074460  | .076363  | .077882  | .079091  | .080040  | .080823  | .081505  | .082097   |
| .280000 | .067178  | .070559  | .073201  | .075212  | .076818  | .078095  | .079096  | .079922  | .080643  | .081267   |
| .300000 | .065677  | .069222  | .071999  | .074113  | .075801  | .077143  | .078194  | .079061  | .079817  | .080473   |
| .320000 | .064249  | .067947  | .070854  | .073065  | .074831  | .076235  | .077333  | .078238  | .079028  | .079713   |
| .340000 | .062892  | .066735  | .069764  | .072069  | .073908  | .075370  | .076513  | .077454  | .078276  | .078989   |
| .360000 | .061608  | .065586  | .068730  | .071122  | .073032  | .074549  | .075734  | .076709  | .077561  | .078299   |
| .380000 | .060396  | .064499  | .067752  | .070227  | .072203  | .073772  | .074995  | .076002  | .076882  | .077644   |
| .400000 | .059256  | .063474  | .066829  | .069382  | .071421  | .073038  | .074298  | .075334  | .076240  | .077025   |
| .420000 | .058188  | .062511  | .065963  | .068588  | .070685  | .072348  | .073641  | .074704  | .075634  | .076439   |
| .440000 | .057192  | .061610  | .065151  | .067844  | .069996  | .071701  | .073025  | .074113  | .075065  | .075889   |
| .460000 | .056268  | .060771  | .064396  | .067152  | .069354  | .071098  | .072450  | .073560  | .074532  | .075374   |
| .480000 | .055417  | .059995  | .063696  | .066510  | .068759  | .070538  | .071915  | .073046  | .074036  | .074893   |
| .500000 | .054638  | .059282  | .063052  | .065919  | .068210  | .070022  | .071422  | .072570  | .073577  | .074448   |

| $\alpha$ | N        |          |          |          |          |          |          |          |          |           |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
|          | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
| .520000  | .053932  | .058631  | .062465  | .065379  | .067709  | .069550  | .070969  | .072133  | .073154  | .074037   |
| .540000  | .053300  | .058003  | .061934  | .064890  | .066848  | .068737  | .070558  | .071795  | .072768  | .073562   |
| .560000  | .052742  | .057519  | .061459  | .064453  | .066490  | .068398  | .070188  | .071376  | .072419  | .073321   |
| .580000  | .052259  | .057039  | .061042  | .064068  | .066179  | .068060  | .069860  | .071056  | .072107  | .073016   |
| .600000  | .051852  | .056654  | .060682  | .063735  | .065812  | .067776  | .069573  | .070776  | .071833  | .072747   |
| .620000  | .051521  | .056333  | .060380  | .063454  | .065517  | .067482  | .069329  | .070535  | .071595  | .072513   |
| .640000  | .051268  | .056069  | .060136  | .063227  | .065270  | .067197  | .068966  | .070172  | .071234  | .072153   |
| .660000  | .051093  | .055871  | .059952  | .063053  | .065103  | .067007  | .068775  | .070051  | .071111  | .072027   |
| .680000  | .050998  | .055740  | .059827  | .062933  | .065023  | .066849  | .068499  | .069970  | .071026  | .071937   |
| .700000  | .050984  | .055678  | .059763  | .062868  | .064959  | .066733  | .068286  | .069693  | .070799  | .071785   |
| .720000  | .051054  | .055685  | .059760  | .062858  | .064935  | .066686  | .068145  | .069531  | .070672  | .071689   |
| .740000  | .051208  | .055763  | .059819  | .062905  | .064962  | .066706  | .068071  | .069450  | .070592  | .071631   |
| .760000  | .051449  | .055913  | .059942  | .063008  | .065047  | .066787  | .068118  | .069517  | .070663  | .071704   |
| .780000  | .051780  | .056137  | .060129  | .063169  | .065193  | .066921  | .068221  | .069633  | .070776  | .071815   |
| .800000  | .052202  | .056435  | .060381  | .063389  | .065409  | .067111  | .068471  | .069880  | .071026  | .072068   |
| .820000  | .052719  | .056811  | .060701  | .063669  | .065689  | .067383  | .068799  | .070219  | .071341  | .072384   |
| .840000  | .053335  | .057266  | .061089  | .064011  | .066059  | .067806  | .069266  | .070680  | .071804  | .072848   |
| .860000  | .054052  | .057802  | .061548  | .064414  | .066477  | .068005  | .069480  | .070900  | .072025  | .073069   |
| .880000  | .054877  | .058422  | .062078  | .064982  | .067047  | .068683  | .070139  | .071546  | .072670  | .073714   |
| .900000  | .055814  | .059129  | .062683  | .065516  | .067599  | .069315  | .070728  | .072129  | .073252  | .074296   |
| .920000  | .056869  | .059926  | .063365  | .066217  | .068366  | .069902  | .071368  | .072738  | .073863  | .074907   |
| .940000  | .058052  | .060818  | .064126  | .066888  | .068769  | .070345  | .071749  | .072945  | .074049  | .075063   |
| .960000  | .059372  | .061808  | .064970  | .067432  | .069436  | .070947  | .072341  | .073580  | .074684  | .075698   |
| .980000  | .060843  | .062903  | .065900  | .068250  | .070169  | .071609  | .072903  | .074110  | .075244  | .076298   |
| 1.000000 | .062483  | .064109  | .066621  | .069146  | .070971  | .072332  | .073529  | .074661  | .075724  | .076798   |

siendo preferible a la estrategia "ingenua" que parte de la im posibilidad de realizar ninguna predicción real, la diferencia de inexactitud entre las predicciones de aquella y las de esta, es ahora de un 35.02 por cien, algo inferior, por tanto, al porcentaje calculado cuando se utilizó la muestra completa (42.94 por cien). Por otra parte, el " $\alpha$ " óptimo, cercano al 0.70 a la luz del cuadro número 4, resultó ser de 0.6933 cuando se utili zó el programa "INEX" ( ¶¶ ) del que se recogen algunos resulta dos en el cuadro número 5 ( $C = 0.685$ ). El valor óptimo de " $\alpha$ ", en este subperiodo, es, por tanto, un 5 por cien inferior al co rrespondiente a la muestra completa (0.7280). Todo ello muestra que, si bien, como cabía esperar, la dependencia de los movimien tos bursátiles fue inferior en este subperiodo, la diferencia res pecto a los resultados obtenidos para el periodo completo es mí nima. A la misma conclusión cabe llegar observando los resulta dos recogidos en el cuadro número 6, del que se deduce que, si bien la regla "(1,1)" continúa siendo más aproximadamente "ópti

---

( ¶¶ ) El tiempo CPU utilizado por la función "INEX" fue, en es ta ocasión, de 8 minutos, 20 segundos y 75 centésimas.

CUADRO N° 5 : INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS  
CON DISTINTAS REGLAS "(1,α)". (1114 sesiones)

| $\alpha$      | $\bar{I}(q:p)$       |
|---------------|----------------------|
| 0.6854        | 0.0509861145         |
| 0.6859        | 0.0509853298         |
| 0.6864        | 0.05098459623        |
| 0.6869        | 0.05098391384        |
| 0.6874        | 0.05098328263        |
| 0.6879        | 0.05098270264        |
| 0.6884        | 0.05098217389        |
| 0.6889        | 0.05098169641        |
| 0.6894        | 0.05098127022        |
| 0.6899        | 0.05098089534        |
| 0.6904        | 0.0509805718         |
| 0.6909        | 0.05098029963        |
| 0.6914        | 0.05098007886        |
| 0.6919        | 0.0509799095         |
| 0.6924        | 0.05097979159        |
| 0.6929        | 0.05097972514        |
| <u>0.6933</u> | <u>0.05097970906</u> |
| 0.6934        | 0.05097971019        |
| 0.6939        | 0.05097974676        |
| 0.6944        | 0.05097983488        |
| 0.6949        | 0.05097997457        |
| 0.6954        | 0.05098016586        |
| 0.6959        | 0.05098040877        |
| 0.6964        | 0.05098070333        |
| 0.6969        | 0.05098104957        |
| 0.6974        | 0.05098144752        |
| 0.6979        | 0.0509818972         |
| 0.6984        | 0.05098239863        |
| 0.6989        | 0.05098295184        |
| 0.6994        | 0.05098355687        |
| 0.6999        | 0.05098421373        |
| 0.7004        | 0.05098492246        |
| 0.7009        | 0.05098568308        |
| 0.7014        | 0.05098649561        |
| 0.7019        | 0.05098736009        |
| 0.7024        | 0.05098827654        |
| 0.7029        | 0.05098924499        |
| 0.7034        | 0.05099026547        |
| 0.7039        | 0.050991338          |
| 0.7044        | 0.05099246261        |
| 0.7049        | 0.05099363933        |

CUADRO N° 6 : DIFERENCIAS DE INEXACTITUD ENTRE LAS DISTINTAS REGLAS CUANDO SE ANALIZA  
EL PERIODO COMPLETO Y CUANDO SE CONSIDERA EL PRIMER SUPERPERIODO DE 1114  
SESIONES

|   | PERIODO COMPLETO<br>(2228 sesiones) | SUPERPERIODO<br>(1114 sesiones) |
|---|-------------------------------------|---------------------------------|
| A) " $\alpha$ " OPTIMA                          | 0.7280                              | 0.6933                          |
| B) $\bar{I}$ (q:p) DE LA REGLA OPTIMA           | 0.054748                            | 0.050980                        |
| C) $\bar{I}$ (q:p) DE LA REGLA " $\alpha = 0$ " | 0.114981                            | 0.096159                        |
| D) $\bar{I}$ (q:p) DE LA REGLA "(1,1)"          | 0.065613                            | 0.062483                        |
| E) $[(B-C)/C] \times 100$                       | -52.39                              | -46.92                          |
| F) $[(B-D)/D] \times 100$                       | -16.56                              | -18.40                          |

ma" que la " $\alpha=0$ " (la regla óptima supone una menor reducción en la inexactitud de las predicciones frente a aquella regla, que en relación a esta), la diferencia entre ambas se ha reducido apreciablemente.

Repetido también, para estas 1114 primeras sesiones el análisis realizado en el epígrafe número 2, para comprobar el grado de ajuste de las series a un proceso de Markov de primer orden, se obtuvieron los coeficientes de autocorrelación y correlación cruzada que se presentan en el cuadro número 7. A la vista de este, cabe concluir que, al menos para las series correspondientes a las fracciones de acciones que subieron y bajaron de cotización, las propiedades del proceso sugerido parecen cumplirse con una aproximación incluso superior a la encontrada para el periodo completo. Al igual que en el análisis correspondiente a las 2228 sesiones, también en este sub-periodo el comportamiento más anormal correspondió a la serie de los tantos por uno de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles mantuvieron constante su valor previo.

CUADRO N° 7 : COEFICIENTES DE AUTOCORRELACION Y CORRELACION CRUZADA (subperíodo 30-12-67 a 2-10-73)

| RETARDO<br>k | AUTOCORRELACIONES |             |             |             | CORRELACIONES CRUZADAS |             |             |             |             |             |
|--------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|              | $r_{11}(k)$       | $r_{22}(k)$ | $r_{33}(k)$ | $r_{12}(k)$ | $r_{21}(k)$            | $r_{13}(k)$ | $r_{31}(k)$ | $r_{23}(k)$ | $r_{32}(k)$ | $r_{23}(k)$ |
| 0            | 1.0000            | 1.0000      | 1.0000      | -0.8638     | -0.8638                | -0.4520     | -0.4520     | -0.0590     | -0.0590     | -0.0590     |
| 1            | 0.6995            | 0.7027      | 0.6196      | -0.6178     | -0.6167                | -0.2905     | -0.2949     | -0.0241     | -0.0194     | -0.0194     |
| 2            | 0.4259            | 0.4191      | 0.5425      | -0.3495     | -0.3471                | -0.2233     | -0.2298     | -0.0564     | -0.0494     | -0.0494     |
| 3            | 0.2799            | 0.2687      | 0.5305      | -0.2005     | -0.2007                | -0.1979     | -0.1994     | -0.0796     | -0.0785     | -0.0785     |
| 4            | 0.2238            | 0.2013      | 0.4766      | -0.1637     | -0.1309                | -0.1522     | -0.2120     | -0.0987     | -0.0322     | -0.0322     |
| 5            | 0.1949            | 0.1418      | 0.4554      | -0.1220     | -0.0931                | -0.1692     | -0.2217     | -0.0677     | -0.0094     | -0.0094     |



Repetido también el análisis de regresión comentado en el epígrafe anterior, se obtuvieron, para este subperiodo, los siguientes valores de los coeficientes:

$$\alpha_1 = 0.6980$$

$$\alpha_2 = 0.7027$$

$$\alpha_3 = 0.6177$$

Aunque " $\alpha_1$ " y " $\alpha_3$ " son, como cabía esperar, muy inferiores a los obtenidos en el análisis realizado tomando la muestra completa (0.7473 y 0.7712 respectivamente), continúan demostrando un alto grado de dependencia en las sucesivas diferencias de valor respecto a la media a largo plazo de ambas series. En lo que respecta a la serie de las proporciones de acciones que redujeron su valor en las sucesivas sesiones, su coeficiente de regresión " $\alpha_2$ ", es incluso superior cuando se toma la primera mitad de la muestra que cuando se considera el periodo completo.

Semejante al cuadro 7 del capítulo anterior, es el número 8 de este. En él, se incluyen las desviaciones típicas de las tres variables, y de los errores o residuos aleatorios que le corresponden en las ecuaciones (3.1). Una conclusión interesante que se extrae de la comparación entre ambos cuadros es la sustancial reducción habida en la disminución de la variabilidad del error de predicción de las series primera y tercera. Este resultado, no menos obvio que el comentado en el párrafo anterior, vuelve a poner de manifiesto la menor dependencia habida en las series en este subperiodo respecto al periodo completo. No obstante, tales disminuciones cercanas al 30 por cien, continúan demostrando la alta dependencia existente en los movimientos bursátiles del mercado madrileño, cualquiera que sea el periodo escogido para el análisis.

CUADRO N° 8.: COEFICIENTES DE REGRESION Y OTROS RESULTADOS (1114 sesiones)

|   | i      |        |        |
|---|--------|--------|--------|
|   | 1      | 2      | 3      |
| $\bar{q}_i$                                 | 0.3987 | 0.2931 | 0.3082 |
| $\alpha_i$                                  | 0.6980 | 0.7027 | 0.6177 |
| $\sigma(q_i)$                               | 0.1472 | 0.1316 | 0.0743 |
| $\sigma(\xi_i)$                             | 0.1051 | 0.0936 | 0.0583 |
| $[(\sigma(\xi_i)/\sigma(q_i))-1] \cdot 100$ | -28.60 | -28.80 | -21.53 |

5- ULTERIORES COMPARACIONES CON LOS MERCADOS DE NUEVA YORK, LONDRES Y AMSTERDAM

A la vista de los resultados obtenidos en los epígrafes anteriores, cabe concluir que:

- La aplicación de la metodología de Theil y Leenders pone de manifiesto, tanto si se emplean todos los datos primarios de que se dispone, como si se analizan, tan solo, los de las 1114 primeras sesiones, que la regla de predicción óptima consiste en calcular la media ponderada entre el promedio a largo plazo de la fracción predicha y el valor tomado por dicha fracción en la jornada bursátil anterior a la predicha. El coeficiente de ponderación de este último (" $\alpha$ ") alcanza su máximo valor, entre todos los mercados analizados, en la Bolsa de Madrid. Esto también se cumple tanto si se toman las 2228 sesiones bursátiles como si solo se considera la primera mitad de tal periodo, en el que no se incluyen

los últimos años de crisis. Además, en ambos casos, el mercado madrileño y el de Londres son los únicos en que la regla "(1,1)" genera unas predicciones mejores que la regla que supone inexistencia de dependencia alguna (regla " $\alpha = 0$ "). La pérdida de inexactitud que supone la primera regla sobre la segunda es, en la Bolsa de Madrid, cualquiera que sea, de las dos muestras, la que se utilice, muy superior que en la de Londres (un 43 por cien, si se emplean las 2228 sesiones, y un 35 por cien si se utilizan sólo las 1114 primeras, frente a solo un 17 por cien en la Bolsa de Londres). Más todavía, cualquiera que sea el valor de " $T$ " en la expresión (3.4) del capítulo anterior, el valor óptimo de " $\alpha$ " es siempre mayor en la Bolsa de Madrid que en los demás mercados analizados. Este último resultado también se cumple cualquiera que sea el periodo estudiado. Y aún más, basta comparar los resultados incluidos en la segunda columna del cuadro número 6 con los recogidos de otros mercados

en el número 5 del capítulo anterior, para observar que las conclusiones obtenidas en el epígrafe número 7 de aquel, en el sentido de que es en el mercado español donde más cercana está la inexactitud de la regla "(1,1)" de la correspondiente a la óptima, y de que también es en éste donde la inexactitud de la regla " $\alpha = 0$ " se encuentra más alejada de aquella, se siguen cumpliendo en el subperiodo que va del 30 de diciembre de 1967 al 2 de octubre de 1973.

- La forma de la regla de predicción óptima, sugiere la posibilidad de que el mecanismo generador de las series sea un proceso de Markov de primer orden. Calculados los coeficientes de autocorrelación y de correlación cruzada de las tres series con diversos retardos, tanto cuando se consideran, en cada una de ellas, las 2228 fracciones, como si se contempla solo la primera mitad de la muestra, de los resultados obtenidos, cabe concluir que, al igual que en los mercados de Londres y Amsterdam, al menos para las pro-

porciones de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, ascendieron y descendieron de valor, el mecanismo sugerido parece ser bastante aproximado. También al igual que en aquellos dos mercados, el comportamiento más desviado respecto al que correspondría según un proceso de Markov de primer orden, resultó ser el de la serie de las proporciones que, en las sucesivas jornadas, representaron las acciones que no variaron su cotización previa.

- Los coeficientes de regresión " $\alpha_1$ ", " $\alpha_2$ " y " $\alpha_3$ " correspondientes a las tres variables " $q_{1t}$ ", " $q_{2t}$ " y " $q_{3t}$ ", calculados por mínimos cuadrados, se encuentran bastante cercanos al valor promedio de " $\alpha$ " obtenido utilizando la metodología de Theil y Leenders, corroborando, por tanto, la alta dependencia existente en el mercado de valores español. Aunque " $\alpha_1$ " y " $\alpha_3$ " resultan menores cuando se utilizan para los cálculos las 1114 primeras sesiones de la

muestra que cuando se consideran las 2228 del periodo total, siguen siendo lo suficientemente altos como para corroborar ampliamente la conclusión anterior. Las sucesivas fracciones " $q_{2t}$ ", por su parte, manifestaron, a la luz de este análisis, una dependencia superior incluso, cuando tal análisis se refirió, tan solo, a la primera parte de la muestra.

Quedan, ahora, por comparar, los resultados generados por los seis análisis de regresión (uno por serie y periodo) realizados en la Bolsa de Madrid, con los que Theil y Leenders ( 978 ), Dryden ( 979 ), Fama ( 980 ), y Philippatos y Nawrocki ( 981 ), obtuvieron en los mercados de Amsterdam, Londres y Nueva

---

( 978 ) Theil y Leenders no realizaron análisis de regresión alguno. Se tomarán, por tanto, como aproximaciones de los coeficientes de regresión de este mercado, los respectivos coeficientes de autocorrelación, con un retardo de una sesión, que presentaron en la p. 283 de su "Tomorrow ...", (ob. cit.).

( 979 ) M.H. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 244.

( 980 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 293.

( 981 ) G.C. Philippatos y D.M. Nawrocki: "The Information...", ob. cit., p. 452.



Va York. Para ello, se ha formado el cuadro número 9, que vuel  
ve a ser demostrativo de la alta dependencia existente en el  
mercado de valores español en relación al resto de los estudia  
dos. Cuando se toman los coeficientes de la Bolsa de Madrid co  
rrespondientes a la muestra completa de 2228 sesiones, estos  
resultan superiores, para las tres series, a los de cualquie-  
ra otro de los mercados considerados y por una diferencia am-  
plia y clara respecto al mercado de Londres que la sigue en ni  
vel de dependencia ( 982 ). Al considerar, tan solo, el primer  
subperiodo de 1114 sesiones, el mercado madrileño continua  
siendo, también por un margen amplio, el que muestra una ma-  
yor dependencia en las dos primeras series. En cuanto a la ter

---

( 982 ) Quizás quepa aquí una observación al margen para desta-  
car la utilidad del coeficiente " $\alpha$ " de Theil y Leenders,  
no ya por su congruencia, en orden a la jerarquización  
por dependencia, con los resultados obtenidos mediante  
el análisis de regresión (basta jerarquizar los merca-  
dos de Madrid, Londres y Amsterdam utilizando separada  
mente ambas formas de análisis, para comprobar que se  
llega al mismo resultado), sino por su capacidad para,  
como "promedio", resolver casos en que, en base a esta  
última forma de análisis, podrían aparecer problemas de  
contradicción entre las jerarquizaciones realizadas con  
los distintos " $\alpha_i$ " (por ejemplo, en la ordenación por  
dependencia de los mercados de Londres y Nueva York).

CUADRO Nº 9 : COEFICIENTES DE REGRESION " $\alpha_1$ ", " $\alpha_2$ " Y " $\alpha_3$ " Y COEFICIENTES OPTIMOS " $\alpha$ " DE LOS  
DIFERENTES MERCADOS

| MERCADOS   |                                     | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\alpha$ |
|------------|-------------------------------------|------------|------------|------------|----------|
| MADRID     | SUPERPERIODO<br>(1114 sesiones)     | 0.6980     | 0.7027     | 0.6177     | 0.6933   |
|            | PERIODO COMPLETO<br>(2228 sesiones) | 0.7473     | 0.6878     | 0.7712     | 0.7280   |
| LONDRES    |                                     | 0.52       | 0.57       | 0.58       | 0.58     |
| AMSTERDAM  |                                     | 0.473      | 0.482      | 0.517      | 0.477    |
| NUEVA YORK | FAHA                                | 0.2840     | 0.2846     | 0.6725     | 0.3      |
|            | Philipratos y il.                   | 0.40075    | 0.39405    | 0.65320    | 0.42     |

cera serie, la máxima dependencia, superior incluso a la de la Bolsa de Madrid en este primer subperiodo, parece corresponder a la Bolsa de Nueva York ( 483 ). La dependencia existente en las dos primeras series en la Bolsa de Madrid es, sin embargo, tan marcadamente superior a la correspondiente a la de Nueva York, en relación a la pequeña diferencia existente entre ambas bolsas en lo concerniente a la dependencia de la tercera serie, que, en términos generales, las oscilaciones de aquella parecen, a priori, muy superiores a las de la bolsa americana. No obstante, y puesto que lo que se necesita es un promedio, basta observar el coeficiente " $\alpha$ " óptimo, de ambas bolsas, para concluir que la Bolsa de Madrid tiene, en sus movimientos, una dependencia mucho mayor que la de Nueva York. De otro lado, el aceptar la hipótesis contraria,

---

( 483 ) Aunque es común, a los cuatro mercados, el comportamiento marcadamente "anormal" de esta serie, en relación a las otras dos, a la luz de los resultados proporcionados por Fama ("Tomorrow...", ob. cit., p. 293 y 395), tal característica parece acentuarse en el de Nueva York.

conduciría a poner en duda, también, la mayor dependencia de las bolsas de Londres y Amsterdam, en relación al mercado americano, lo que resultaría manifiestamente contrario a los resultados obtenidos en base a la metodología de Theil y Leenders. La Bolsa de Nueva York es, además, la única en que la explicación del comportamiento de las series de proporciones de acciones que, en las sucesivas jornadas bursátiles, suben, bajan y no varían de valor, como un proceso de Markov de primer orden "no parece ser el caso" ( 984 ).

En el cuadro número 10 se ha calculado la reducción que se produce en la variabilidad de los errores de predicción al hacer las regresiones de las expresiones (3.1) en los mercados de Madrid y Nueva York ( 985 ). Estos resultados son, ob-

---

( 984 ) E.F. Fama: "Tomorrow...", ob. cit., p. 294.

( 985 ) Ni Theil ni Leenders ("Tomorrow...", ob. cit.) ni Dryden ("Short-Term...", ob. cit.) ofrecen estos datos. Philippatos y Nawrocki ("Information...", ob. cit.) presentan las desviaciones típicas de las series (p. 450) y las reducciones operadas en los errores de predicción al hacer las regresiones (p. 452). A partir de ambos datos, se han calculado las desviaciones de los " $\epsilon_1$ " que se presentan en el cuadro número 10.

viamente, congruentes con los anteriores. Cuando, en las estimaciones, se tomaron las 2228 sesiones bursátiles, la reducción de variabilidad que aparece es, para las tres series, muy superior en la Bolsa de Madrid. Al considerar, tan solo, el primer subperiodo de 1114 sesiones, el mercado madrileño presenta una mayor dependencia que el de Nueva York en las series primera y segunda, pero no en la tercera, en la que la reducción operada en los errores de predicción es inferior en el caso de la Bolsa de Madrid.

CUADRO Nº 10: ANALISIS DE LAS DESVIACIONES TÍPICAS DE LAS SERIES EN EL MERCADO MADRILEÑO Y EL NEWYORKINO.

| 1                                   |               |                         |  |               |                         |  |               |                         |  |
|-------------------------------------|---------------|-------------------------|--|---------------|-------------------------|--|---------------|-------------------------|--|
| 1                                   |               |                         | 2  |               |                         |  | 3             |                         |  |
|                                     | $\sigma(q_1)$ | $\sigma(\varepsilon_1)$ | $\left\{ \frac{\sigma(\varepsilon_1)}{\sigma(q_1)} - 1 \right\} 100$ | $\sigma(q_2)$ | $\sigma(\varepsilon_2)$ | $\left\{ \frac{\sigma(\varepsilon_2)}{\sigma(q_2)} - 1 \right\} 100$ | $\sigma(q_3)$ | $\sigma(\varepsilon_3)$ | $\left\{ \frac{\sigma(\varepsilon_3)}{\sigma(q_3)} - 1 \right\} 100$ |
|                                     |               |                         |  |               |                         |  |               |                         |  |
| MADRID                              | 0.1472        | 0.1051                  | -28.60   | 0.1316        | 0.0936                  | -28.88   | 0.0742        | 0.0533                  | -21.53   |
|                                     | 0.11570       | 0.1043                  | -33.57   | 0.1348        | 0.0979                  | -27.37   | 0.0972        | 0.0318                  | -63.58   |
| PERIODO COMPLETO<br>(2228 sesiones) |               |                         |  |               |                         |  |               |                         |  |
| PERIODO                             |               |                         |  |               |                         |  |               |                         |  |
| (1114 sesiones)                     |               |                         |  |               |                         |  |               |                         |  |
| NEW YORK                            | 0.1222        | 0.1172                  | -4.09  | 0.1267        | 0.1215                  | -4.10  | 0.0351        | 0.0243                  | -32.69   |
| PERIODO COMPLETO<br>(2228 sesiones) | 0.1130        | 0.10                    | -9   | 0.1196        | 0.11                    | -9   | 0.0288        | 0.02                    | -25  |

#### 6- LA BOLSA DE MADRID Y ALGUNAS BOLSAS ORIENTALES

En 1978, H. Hong publicó un análisis de la predicti-  
bilidad de los movimientos bursátiles en los mercados de Aus-  
tralia, HongKong y Singapur, basado en la metodología de Theil  
y Leenders ( 14 ). Este trabajo podría tener un gran interés  
ahora pues, demostrado que la dependencia de los movimientos  
bursátiles en el mercado de Madrid es mucho mayor que en los  
restantes mercados occidentales analizados, cabría preguntar-  
se si, al menos, el nivel de dependencia de nuestra bolsa es  
inferior a las de estos mercados orientales, o en que rela-  
ción se encuentra con cada una de ellas. Este trabajo que, en  
principio, debiera resultar sencillo, encuentra un importante  
inconveniente en el hecho de que Hong, a diferencia de los res-  
tantes autores que han aplicado esta metodología, utilizó da-  
tos semanales en lugar de diarios. Más aún, cuando este autor  
habla de "datos semanales", no deja claro a qué se refiere. Es

---

( 14 ) H. Hong: "Predictability...", ob. cit.

ta expresión puede significar:

- Que se tomaron como datos primarios los tantos por uno de títulos que en las sucesivas semanas aumentaron, descendieron y no variaron de cotización respecto a la semana anterior (tomando para los cálculos, por ejemplo, las últimas cotizaciones de cada semana, o las cotizaciones medias semanales, etc...).
- Que tales fracciones tienen una base diaria, pero que solo se tomaron las correspondientes a un día de la semana (por ejemplo, tomando las fracciones de acciones que, en la última sesión de cada semana, aumentaron, disminuyeron y repitieron su cotización respecto a la sesión anterior).

A favor de la primera interpretación, se puede recoger alguna frase de Hong. Así, cuando señala que "este test de teoría de



la información está basado en la oservación de las proporcio-  
nes de títulos que suben, bajan y permanecen constantes en un  
periodo (un día o semana)" ( 977 ). En algunas ocasiones se re  
fiere, sin embargo, a "las proporciones observadas hoy" y "las  
proporciones de mañana" ( 988 ), lo que parece más acorde con  
la segunda alternativa de interpretación, que será la que aquí  
se tome -si bien con las reservas correspondientes- pues, en  
cualquier caso, no se dispone en España de los datos relativos  
al número de títulos que, en las sucesivas semanas, aumentaron,  
disminuyeron y no variaron de cotización en relación a la se-  
mana anterior.

Tratando de encuadrar la bolsa madrileña en el con-  
junto de estos mercados y, simultáneamente, obtener un mejor co-  
nocimiento del comportamiento de los movimientos bursátiles en  
la misma, se tomaron los valores de las tres fracciones en la

---

( 977 ) Ibid., p. 620.

( 988 ) Ibid., pp. 620 y 621.

última sesión de cada una de las 600 semanas existentes en el periodo considerado. Utilizando las funciones "INFFF" y "MEDIAA" ( 989 ), se predijeron dichas fracciones, en base a los valores tomados por las mismas en las semanas anteriores, mediante las distintas reglas " $(N, \alpha)$ ", y se calcularon sus inexactitudes medias. Estas se recogen en el cuadro número 11, en el que, como se puede observar, a diferencia de lo que se concluyó cuando las predicciones eran diarias, al ser estas semanales, la regla óptima deja de ser del tipo " $(1, \alpha)$ ". Para predecir la fracción correspondiente al final de la próxima semana, tiene interés computar, no sólo la fracción correspondiente observada en esta semana, sino también las relativas a semanas anteriores. La mejor predicción que se podría realizar utilizando la fracción de esta semana, podría ser mejorada computando también los valores tomados por tal fracción en semanas anteriores.

---

( 989 ) Una breve descripción de ambas funciones, se realizó en el epígrafe número 6 del capítulo anterior. En este caso, en "AQ" se tomó la matriz que, en sus tres filas, contiene los valores de las tres fracciones correspondientes a las 305 primeras semanas, en tanto que "BQ" recogió los relativos a las 305 últimas de las 600 consideradas.

El tiempo de CPU invertido por la función "INFFF" fué de 12 minutos, 43 segundos y dos centésimas. En cuanto a la función "MEDIAA", el tiempo de CPU que utilizó fué de 23 centésimas de segundo.

CUADRO N° 11: INEFFECTIVIDAD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS " $N, \alpha$ " (valores de " $N$ " entre 1 y 10)  
(600 semanas)

836

| $\alpha$ | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| .000000  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112  | .104112   |
| .020000  | .102740  | .102773  | .102797  | .102813  | .102831  | .102862  | .102896  | .102925  | .102948  | .102968   |
| .040000  | .101453  | .101495  | .101533  | .101560  | .101592  | .101650  | .101717  | .101773  | .101818  | .101856   |
| .060000  | .100250  | .100277  | .100318  | .100351  | .100395  | .100478  | .100575  | .100655  | .100721  | .100776   |
| .080000  | .099131  | .099118  | .099154  | .099187  | .099238  | .099344  | .099469  | .099573  | .099657  | .099728   |
| .100000  | .098095  | .098019  | .098040  | .098068  | .098122  | .098248  | .098400  | .098525  | .098627  | .098712   |
| .120000  | .097141  | .095978  | .096974  | .095992  | .097048  | .097191  | .097367  | .097512  | .097630  | .097727   |
| .140000  | .096269  | .095995  | .095958  | .095960  | .096013  | .096172  | .096370  | .096533  | .096665  | .096775   |
| .160000  | .095478  | .095071  | .094991  | .094972  | .095019  | .095190  | .095409  | .095588  | .095733  | .095853   |
| .180000  | .094767  | .094204  | .094073  | .094027  | .094065  | .094247  | .094483  | .094677  | .094834  | .094964   |
| .200000  | .094138  | .093396  | .093203  | .093126  | .093151  | .093341  | .093593  | .093800  | .093967  | .094105   |
| .220000  | .093588  | .092644  | .092381  | .092268  | .092277  | .092472  | .092739  | .092957  | .093132  | .093278   |
| .240000  | .093119  | .091951  | .091608  | .091453  | .091443  | .091641  | .091920  | .092148  | .092330  | .092481   |
| .260000  | .092729  | .091314  | .090882  | .090681  | .090648  | .090847  | .091137  | .091373  | .091560  | .091716   |
| .280000  | .092419  | .090735  | .090205  | .089951  | .089893  | .090091  | .090389  | .090631  | .090823  | .090982   |
| .300000  | .092190  | .090213  | .089576  | .089265  | .089178  | .089371  | .089676  | .089922  | .090117  | .090279   |
| .320000  | .092041  | .089748  | .088995  | .088621  | .088501  | .088689  | .088998  | .089247  | .089444  | .089606   |
| .340000  | .091972  | .089340  | .088462  | .088020  | .087865  | .088043  | .088355  | .088606  | .088802  | .088965   |
| .360000  | .091983  | .088990  | .087977  | .087462  | .087267  | .087435  | .087748  | .087997  | .088193  | .088354   |
| .380000  | .092076  | .088697  | .087540  | .086946  | .086709  | .086863  | .087175  | .087423  | .087616  | .087774   |
| .400000  | .092250  | .088462  | .087151  | .086473  | .086191  | .086329  | .086637  | .086881  | .087070  | .087225   |
| .420000  | .092506  | .088284  | .086810  | .086043  | .085711  | .085831  | .086135  | .086373  | .086557  | .086707   |
| .440000  | .092844  | .088165  | .086518  | .085656  | .085271  | .085371  | .085668  | .085899  | .086076  | .086220   |
| .460000  | .093266  | .088104  | .086274  | .085311  | .084871  | .084948  | .085235  | .085458  | .085626  | .085764   |
| .480000  | .093771  | .088102  | .086080  | .085010  | .084510  | .084562  | .084838  | .085051  | .085209  | .085338   |
| .500000  | .094381  | .088159  | .085934  | .084752  | .084189  | .084213  | .084477  | .084677  | .084824  | .084944   |

N

|          | 1.000000 | 2.000000 | 3.000000 | 4.000000 | 5.000000 | 6.000000 | 7.000000 | 8.000000 | 9.000000 | 10.000000 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 520000   | .095038  | .088276  | .085837  | .084537  | .083908  | .083901  | .084150  | .084337  | .084472  | .084580   |
| 540000   | .095801  | .088452  | .085790  | .084366  | .083667  | .083627  | .083859  | .084030  | .084151  | .084248   |
| 560000   | .096652  | .088689  | .085792  | .084238  | .083465  | .083390  | .083604  | .083757  | .083863  | .083947   |
| 580000   | .097592  | .088987  | .085845  | .084154  | .083304  | .083191  | .083384  | .083519  | .083608  | .083677   |
| 600000   | .098623  | .089346  | .085948  | .084115  | .083184  | .083030  | .083200  | .083314  | .083385  | .083439   |
| 620000   | .099747  | .089768  | .086102  | .084120  | .083103  | .082907  | .083052  | .083143  | .083194  | .083232   |
| 640000   | .100964  | .090253  | .086307  | .084169  | .083064  | .082822  | .082940  | .083007  | .083037  | .083057   |
| 660000   | .102277  | .090801  | .086564  | .084264  | .083066  | .082776  | .082864  | .082905  | .082912  | .082913   |
| 680000   | .103689  | .091415  | .086873  | .084404  | .083109  | .082768  | .082825  | .082838  | .082821  | .082802   |
| 700000   | .105200  | .092094  | .087236  | .084589  | .083194  | .082799  | .082822  | .082806  | .082763  | .082722   |
| 720000   | .106814  | .092839  | .087651  | .084821  | .083320  | .082869  | .082856  | .082808  | .082739  | .082675   |
| 740000   | .108532  | .093653  | .088121  | .085100  | .083489  | .082978  | .082928  | .082846  | .082748  | .082660   |
| 760000   | .110359  | .094535  | .088646  | .085425  | .083701  | .083128  | .083036  | .082920  | .082791  | .082677   |
| 780000   | .112297  | .095488  | .089226  | .085798  | .083955  | .083317  | .083183  | .083029  | .082868  | .082728   |
| 800000   | .114350  | .096512  | .089863  | .086219  | .084253  | .083546  | .083367  | .083174  | .082979  | .082811   |
| 820000   | .116521  | .097609  | .090557  | .086689  | .084595  | .083816  | .083590  | .083355  | .083125  | .082928   |
| 840000   | .118815  | .098782  | .091310  | .087207  | .084981  | .084128  | .083851  | .083573  | .083306  | .083078   |
| 860000   | .121236  | .100030  | .092121  | .087776  | .085412  | .084481  | .084151  | .083828  | .083522  | .083262   |
| 880000   | .123790  | .101358  | .092993  | .088396  | .085888  | .084876  | .084491  | .084120  | .083774  | .083480   |
| 900000   | .126483  | .102766  | .093927  | .089066  | .086410  | .085313  | .084870  | .084449  | .084061  | .083732   |
| 920000   | .129320  | .104258  | .094924  | .089789  | .086978  | .085793  | .085289  | .084816  | .084434  | .084019   |
| 940000   | .132310  | .105835  | .095984  | .090565  | .087594  | .086317  | .085749  | .085222  | .084744  | .084341   |
| 960000   | .135461  | .107501  | .097111  | .091394  | .088257  | .086884  | .086251  | .085667  | .085141  | .084698   |
| 980000   | .138784  | .109258  | .098305  | .092279  | .088969  | .087497  | .086793  | .086150  | .085575  | .085091   |
| 1.000000 | .142289  | .111111  | .099568  | .093219  | .089730  | .088154  | .087378  | .086674  | .086047  | .085519   |

res. La regla óptima de entre las recogidas en este cuadro es la (10, 0.74) que genera 0.082660 bits de inexactitud frente a los 0.091972 bits correspondientes a la regla óptima de entre las (1,  $\alpha$ ) (concretamente, la (1, 0.34) ).

Puesto que la inexactitud de las predicciones parece continuar descendiendo más allá del valor " $n = 10$ " cuando se toma " $\alpha \geq 0.68$ ", se calcularon también las inexactitudes medias correspondientes a las diversas reglas que surgen cuando se toman los mismos valores de " $\alpha$ " pero " $n$ " varía desde 11 hasta 20 (990). Estos resultados se recogen en el cuadro número 12 (991). Como se puede observar, la inexactitud media

---

( 990 ) Para ello, se introdujeron pequeñas modificaciones en las sentencias 6, 12, y 17 de la función "ITTF". Para cambiar la presentación de los datos se modificaron también las sentencias 24 y 25.

( 991 ) Las inexactitudes medias recogidas en el cuadro 11, se refieren a 590 predicciones (las correspondientes a las 590 últimas semanas). Las comprendidas en el cuadro 12 corresponden, sin embargo, a 530 (máximo número de predicciones que se pueden realizar con la regla (20,  $\alpha$ ) cualquiera que sea el valor de " $\alpha$ " (siempre que no sea igual a cero). De ahí, el "salto" que se observa entre las inexactitudes medias de las reglas (10,  $\alpha$ ) y las de las (11,  $\alpha$ ).

CUADRO N° 12: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS "(N,  $\alpha$ )" (valores de "N" entre 11 y 20)  
(600 semanas)

8  
3  
9

| $\alpha$ | N        |          |          |          |          |          |           |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
|          | A1       | A2       | A3       | A4       | A5       | A6       | A7        | A8       | A9       | A0       |
| .000000  | .1025563 | .1025563 | .1025563 | .1025563 | .1025563 | .1025563 | .1025563  | .1025563 | .1025563 | .1025563 |
| .020000  | .1014401 | .1014550 | .1014689 | .1014815 | .1014946 | .1015074 | .1015189  | .1015291 | .1015384 | .1015463 |
| .040000  | .1003549 | .1003838 | .1004107 | .1004353 | .1004609 | .1004857 | .1005083  | .1005283 | .1005463 | .1005617 |
| .060000  | .0993005 | .0993425 | .0993817 | .0994176 | .0994550 | .0994914 | .0995244  | .0995536 | .0995800 | .0996024 |
| .080000  | .0982770 | .0983311 | .0983817 | .0984282 | .0984757 | .0985241 | .0985670  | .0986050 | .0986393 | .0986683 |
| .100000  | .0972840 | .0973434 | .0974107 | .0974670 | .0975251 | .0975838 | .0976362  | .0976824 | .0977241 | .0977594 |
| .120000  | .0963214 | .0963972 | .0964685 | .0965339 | .0966030 | .0966705 | .0967318  | .0967857 | .0968345 | .0968756 |
| .140000  | .0953893 | .0954746 | .0955549 | .0956288 | .0957072 | .0957841 | .0958537  | .0959149 | .0959703 | .0960168 |
| .160000  | .0944874 | .0945814 | .0946701 | .0947517 | .0948338 | .0949244 | .0950019  | .0950699 | .0951314 | .0951829 |
| .180000  | .0936157 | .0937174 | .0938137 | .0939025 | .0939977 | .0940914 | .0941762  | .0942506 | .0943178 | .0943739 |
| .200000  | .0927740 | .0928827 | .0929858 | .0930811 | .0931638 | .0932451 | .0933267  | .0934070 | .0934829 | .0935598 |
| .220000  | .0919623 | .0920771 | .0921863 | .0922873 | .0923970 | .0925053 | .0926033  | .0926890 | .0927663 | .0928305 |
| .240000  | .0911806 | .0913006 | .0914152 | .0915213 | .0916373 | .0917521 | .0918559  | .0919466 | .0920283 | .0920959 |
| .260000  | .0904288 | .0905531 | .0906723 | .0907829 | .0909046 | .0910254 | .0911345  | .0912297 | .0913154 | .0913861 |
| .280000  | .0897067 | .0898347 | .0899577 | .0900721 | .0901989 | .0903251 | .0904391  | .0905383 | .0906276 | .0907009 |
| .300000  | .0890145 | .0891451 | .0892713 | .0893888 | .0895201 | .0896513 | .0897636  | .0898724 | .0899648 | .0900405 |
| .320000  | .0883520 | .0884845 | .0886131 | .0887330 | .0888694 | .0890038 | .0891260  | .0892320 | .0893271 | .0894047 |
| .340000  | .0877192 | .0878527 | .0879830 | .0881048 | .0882435 | .0883828 | .0885084  | .0886170 | .0887145 | .0887935 |
| .360000  | .0871161 | .0872499 | .0873810 | .0875040 | .0876455 | .0877881 | .08792166 | .0880275 | .0881268 | .0882070 |
| .380000  | .0865427 | .0866759 | .0868072 | .0869307 | .0870745 | .0872198 | .0873506  | .0874634 | .0875642 | .0876452 |
| .400000  | .0859989 | .0861307 | .0862615 | .0863849 | .0865303 | .0866779 | .0868106  | .0869247 | .0870266 | .0871080 |
| .420000  | .0854849 | .0856144 | .0857440 | .0858666 | .0860131 | .0861624 | .0862965  | .0864115 | .0865141 | .0865954 |
| .440000  | .0850006 | .0851270 | .0852546 | .0853758 | .0855222 | .0856732 | .0858083  | .0859237 | .0860256 | .0861076 |
| .460000  | .0845461 | .0846686 | .0847931 | .0849126 | .0850594 | .0852105 | .0853461  | .0854615 | .0855642 | .0856444 |
| .480000  | .0841213 | .0842391 | .0843604 | .0844769 | .0846231 | .0847743 | .0849099  | .0850247 | .0851269 | .0852060 |
| .500000  | .0837264 | .0838385 | .0839557 | .0840686 | .0842137 | .0843645 | .0844995  | .0846136 | .0847147 | .0847923 |

CUADRO Nº 12 (continuación).

| $\alpha$  | 11       | 12       | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| .5200000  | .0833613 | .0834671 | .0835793 | .0836884 | .0838315 | .0839813 | .0841152 | .0842280 | .0843278 | .0844025 |
| .5400000  | .0830262 | .0831247 | .0832312 | .0833356 | .0834763 | .0836247 | .0837571 | .0838681 | .0839661 | .0840395 |
| .5600000  | .0827211 | .0828115 | .0829116 | .0830107 | .0831484 | .0832947 | .0834251 | .0835339 | .0836296 | .0837004 |
| .5800000  | .0824461 | .0825275 | .0826205 | .0827136 | .0828477 | .0829915 | .0831194 | .0832255 | .0833186 | .0833863 |
| .6000000  | .0822013 | .0822729 | .0823579 | .0824444 | .0825743 | .0827150 | .0828399 | .0829429 | .0830329 | .0830972 |
| .6200000  | .0819867 | .0820477 | .0821241 | .0822032 | .0823283 | .0824654 | .0825868 | .0826862 | .0827728 | .0828333 |
| .6400000  | .0818026 | .0818520 | .0819190 | .0819901 | .0821093 | .0822427 | .0823602 | .0824555 | .0825382 | .0825945 |
| .6600000  | .0816490 | .0816860 | .0817428 | .0818052 | .0819190 | .0820471 | .0821801 | .0822509 | .0823293 | .0823810 |
| .6800000  | .0815260 | .0815498 | .0815955 | .0816486 | .0817558 | .0818786 | .0819867 | .0820725 | .0821461 | .0821929 |
| .7000000  | .0814339 | .0814435 | .0814774 | .0815205 | .0816205 | .0817375 | .0818400 | .0819204 | .0819888 | .0820302 |
| .7200000  | .0813726 | .0813672 | .0813886 | .0814209 | .0815131 | .0816236 | .0817202 | .0817946 | .0818575 | .0818931 |
| .7400000  | .0813425 | .0813211 | .0813292 | .0813500 | .0814338 | .0815374 | .0816274 | .0816955 | .0817523 | .0817817 |
| .7600000  | .0813437 | .0813054 | .0812993 | .0813080 | .0813827 | .0814787 | .0815617 | .0816229 | .0816733 | .0816961 |
| .7800000  | .0813764 | .0813203 | .0812992 | .0812950 | .0813600 | .0814479 | .0815232 | .0815772 | .0816206 | .0816365 |
| .8000000  | .0814407 | .0813659 | .0813290 | .0813111 | .0813658 | .0814450 | .0815122 | .0815584 | .0815945 | .0816029 |
| .8200000  | .0815369 | .0814424 | .0813889 | .0813566 | .0814003 | .0814702 | .0815288 | .0815666 | .0815949 | .0815956 |
| .8400000  | .0816053 | .0815501 | .0814790 | .0814317 | .0814637 | .0815237 | .0815732 | .0816022 | .0816222 | .0816146 |
| .8600000  | .0816260 | .0816891 | .0815997 | .0815365 | .0815562 | .0816057 | .0816454 | .0816651 | .0816764 | .0816602 |
| .8800000  | .0820193 | .0818598 | .0817511 | .0816713 | .0816780 | .0817163 | .0817458 | .0817557 | .0817577 | .0817324 |
| .9000000  | .0822454 | .0820623 | .0819335 | .0818363 | .0818292 | .0818559 | .0818744 | .0818740 | .0818664 | .0818316 |
| .9200000  | .0825048 | .0822969 | .0821471 | .0820317 | .0820102 | .0820245 | .0820316 | .0820204 | .0820026 | .0819578 |
| .9400000  | .0827976 | .0825639 | .0823922 | .0822577 | .0822212 | .0822224 | .0822175 | .0821949 | .0821665 | .0821113 |
| .9600000  | .0831241 | .0828637 | .0826690 | .0825147 | .0824623 | .0824499 | .0824324 | .0824079 | .0823584 | .0822022 |
| .9800000  | .0834848 | .0831964 | .0829778 | .0828029 | .0827339 | .0827072 | .0826765 | .0826296 | .0825784 | .0825011 |
| 1.0000000 | .0838799 | .0835625 | .0833131 | .0831226 | .0830363 | .0829946 | .0829501 | .0828901 | .0828269 | .0827377 |



continúa reduciéndose al aumentar " $\beta$ ". Si bien, a estos niveles, las diferencias entre las inexactitudes medias de las diversas reglas ya son mínimas, la regla óptima parece corresponder a un valor de " $\beta$ " cercano a 14 y a un valor de " $\alpha$ " próximo al 73 por 100 ( 992 ).

Hong no ofrece dato alguno relativo a otras reglas que no sean del tipo " $(1, \alpha)$ ", pero, de ser cierto que "las reglas que utilizan unos retardos mayores no manifestaron (en ninguno de los cuatro mercados) una capacidad de predicción superior a la de esta sencilla regla"( 993 ), se tendría ya una primera diferencia entre aquellos mercados y la Bolsa de Madrid, pues ésta, en este sentido, no tiene una memoria de una semana y cualquier predicción basada en el dato de la semana anterior a aquella a que la predicción se refiere, puede ser mejorada teniendo en cuenta datos de semanas anteriores.

---

( 992 ) Si bien en el cuadro número 12 la inexactitud media parece continuar reduciéndose, al incrementarse " $\beta$ ", para los valores de " $\alpha$ " cercanos a uno, repetido el análisis para valores de " $\beta$ " comprendidos entre 20 y 40, se observó que la inexactitud media de estas reglas no era nunca inferior a la de la regla óptima extraída del cuadro 12.

( 993 ) H. Hong: "Predictability...", ob. cit., p. 520



Considérense, ahora, las reglas " $(1, \alpha)$ ". Entre las recogidas en el cuadro 11, la óptima es aquella para la que " $\alpha$ " vale 0.34. Pero la regla " $(1, \alpha)$ " óptima en sentido absoluto, no tiene porqué ser ésta, si bien es seguro que se encontrará entre la  $(1, 0.32)$  y la  $(1, 0.36)$ , y presumiblemente entre la  $(1, 0.34)$  y la  $(1, 0.36)$ . Para llegar a una mayor precisión en la delimitación de aquella, se utilizó el programa "ITER" ( 994 ) dando a "C" el valor 0.335. Los resultados correspondientes a algunas de las reglas estudiadas con esta función, se presentan en el cuadro 13, y, entre ellas, el relativo a la regla óptima entre aquellas, que, como se puede observar, es la correspondiente a un valor de " $\alpha$ " de 0.3471, al que corresponde una inexactitud media de 0.09196544 bits.

Puesto que estos resultados podrían estar afectados por el paulatino incremento experimentado, desde el úl-

---

( 994 ) El tiempo de CPU invertido por esta función, fué de 4 minutos, 50 segundos y 30 centésimas.

CUADRO N°13: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS  
CON DISTINTAS REGLAS " $(1, \alpha)$ " (600 semanas)

| $\alpha$      | $\bar{I}(q:P)$       |
|---------------|----------------------|
| 0.3354        | 0.09198032656        |
| 0.3359        | 0.09197916912        |
| 0.3364        | 0.09197806203        |
| 0.3369        | 0.09197700529        |
| 0.3374        | 0.0919759989         |
| 0.3379        | 0.09197504287        |
| 0.3384        | 0.0919741372         |
| 0.3389        | 0.0919732819         |
| 0.3394        | 0.09197247637        |
| 0.3399        | 0.09197172242        |
| 0.3404        | 0.09197101825        |
| 0.3409        | 0.09197036447        |
| 0.3414        | 0.09196976108        |
| 0.3419        | 0.09196920808        |
| 0.3424        | 0.09196870549        |
| 0.3429        | 0.0919682533         |
| 0.3434        | 0.09196785152        |
| 0.3439        | 0.09196750017        |
| 0.3444        | 0.09196719923        |
| 0.3449        | 0.09196694872        |
| 0.3454        | 0.09196674864        |
| 0.3459        | 0.09196659901        |
| 0.3464        | 0.09196649981        |
| 0.3469        | 0.09196645106        |
| <u>0.3471</u> | <u>0.09196644569</u> |
| 0.3474        | 0.09196645277        |
| 0.3479        | 0.09196650493        |
| 0.3484        | 0.09196660756        |
| 0.3489        | 0.09196676066        |
| 0.3494        | 0.09196696423        |
| 0.3499        | 0.09196721828        |
| 0.3504        | 0.09196752282        |
| 0.3509        | 0.09196787785        |
| 0.3514        | 0.09196828338        |
| 0.3519        | 0.09196873941        |
| 0.3524        | 0.09196924595        |
| 0.3529        | 0.091969803          |
| 0.3534        | 0.09197041058        |
| 0.3539        | 0.09197106867        |
| 0.3544        | 0.0919717773         |
| 0.3549        | 0.09197253647        |

timo trimestre de 1973, por la proporción de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, repitieron su cotización previa, y la paralela reducción de la fracción de las que subieron -todo ello como consecuencia de la creciente atención existente en nuestro mercado de valores- se repitieron los análisis tomando ahora, como base de los mismos, las fracciones correspondientes a las últimas sesiones de las 300 primeras semanas de las 600 incluidas en la muestra total, quedando, por tanto, al margen, todo este periodo de "anormalidad". Los resultados obtenidos al utilizar, con estos datos, el programa "IITF" ( 995 ) -para lo que antes fué preciso calcular las medias aritméticas de las tres fracciones empleando la función "MEDIA" ( 996 )- se presentan en el cuadro 14. A la vista de este, las primeras conclusiones que se pueden derivar son bastante semejantes a las antes extraídas del número 12. La regla

---

( 995 ) El tiempo de CPU utilizado por la función "IITF" fué, en esta ocasión, de 6 minutos, 22 segundos y 15 centésimas.

( 996 ) El tiempo de CPU invertido por la función "MEDIA" fué de 12 centésimas de segundo.

CUADRO N°14: INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON DISTINTAS REGLAS "(N,  $\alpha$ )" (300 semanas)

| $\alpha$ | N       |         |         |         |         |         |         |         |         |         |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|          | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       | 10      |
| .00000   | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 | .085954 |
| .02000   | .085347 | .085317 | .085326 | .085317 | .085323 | .085339 | .085361 | .085382 | .085403 | .085420 |
| .04000   | .084809 | .084724 | .084731 | .084710 | .084719 | .084748 | .084791 | .084831 | .084871 | .084905 |
| .06000   | .084338 | .084174 | .084171 | .084131 | .084141 | .084181 | .084243 | .084300 | .084360 | .084409 |
| .08000   | .083935 | .083668 | .083645 | .083581 | .083589 | .083637 | .083717 | .083791 | .083868 | .083932 |
| .10000   | .083598 | .083204 | .083153 | .083060 | .083062 | .083118 | .083213 | .083302 | .083395 | .083473 |
| .12000   | .083338 | .082784 | .082695 | .082568 | .082561 | .082622 | .082731 | .082834 | .082943 | .083032 |
| .14000   | .083124 | .082406 | .082270 | .082104 | .082087 | .082150 | .082272 | .082387 | .082509 | .082611 |
| .16000   | .082986 | .082070 | .081879 | .081669 | .081637 | .081702 | .081834 | .081960 | .082096 | .082208 |
| .18000   | .082913 | .081777 | .081522 | .081263 | .081214 | .081277 | .081419 | .081554 | .081702 | .081823 |
| .20000   | .082906 | .081526 | .081198 | .080885 | .080816 | .080876 | .081025 | .081169 | .081327 | .081457 |
| .22000   | .082965 | .081318 | .080907 | .080535 | .080443 | .080498 | .080654 | .080804 | .080971 | .081109 |
| .24000   | .083089 | .081152 | .080649 | .080214 | .080097 | .080144 | .080304 | .080460 | .080636 | .080779 |
| .26000   | .083279 | .081028 | .080426 | .079921 | .079775 | .079813 | .079976 | .080136 | .080319 | .080468 |
| .28000   | .083535 | .080947 | .080235 | .079657 | .079480 | .079506 | .079670 | .079833 | .080022 | .080176 |
| .30000   | .083657 | .080908 | .080078 | .079421 | .079209 | .079222 | .079385 | .079550 | .079744 | .079901 |
| .32000   | .084246 | .080911 | .079954 | .079213 | .078965 | .078961 | .079123 | .079288 | .079486 | .079646 |
| .34000   | .084701 | .080957 | .079864 | .079034 | .078745 | .078724 | .078883 | .079046 | .079246 | .079408 |
| .36000   | .085223 | .081046 | .079808 | .078883 | .078552 | .078511 | .078664 | .078825 | .079027 | .079189 |
| .38000   | .085812 | .081177 | .079785 | .078761 | .078384 | .078321 | .078467 | .078625 | .078826 | .078988 |
| .40000   | .086470 | .081352 | .079796 | .078668 | .078241 | .078155 | .078292 | .078445 | .078646 | .078806 |
| .42000   | .087136 | .081570 | .079841 | .078603 | .078125 | .078012 | .078139 | .078285 | .078484 | .078642 |
| .44000   | .087992 | .081831 | .079920 | .078567 | .078034 | .077893 | .078008 | .078146 | .078342 | .078497 |
| .46000   | .088858 | .082136 | .080034 | .078560 | .077969 | .077797 | .077899 | .078028 | .078219 | .078370 |
| .48000   | .089795 | .082486 | .080182 | .078582 | .077930 | .077725 | .077812 | .077930 | .078116 | .078262 |
| .50000   | .090803 | .082880 | .080364 | .078633 | .077917 | .077677 | .077747 | .077853 | .078033 | .078172 |

CUADRO N° 14: (continuación)

| $\alpha$ | N       |         |         |         |         |         |         |         |         |         |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|          | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       | 10      |
| .520000  | .091885 | .083318 | .080582 | .078713 | .077929 | .077653 | .077705 | .077797 | .077969 | .078101 |
| .540000  | .093040 | .083802 | .080834 | .078822 | .077969 | .077653 | .077684 | .077762 | .077925 | .078048 |
| .560000  | .094270 | .084332 | .081122 | .078962 | .078034 | .077677 | .077686 | .077747 | .077900 | .078014 |
| .580000  | .095577 | .084908 | .081446 | .079131 | .078126 | .077725 | .077710 | .077754 | .077896 | .077999 |
| .600000  | .096962 | .085531 | .081806 | .079329 | .078244 | .077797 | .077757 | .077781 | .077911 | .078003 |
| .620000  | .098426 | .086201 | .082202 | .079558 | .078390 | .077894 | .077826 | .077830 | .077945 | .078025 |
| .640000  | .099970 | .086919 | .082634 | .079817 | .078562 | .078015 | .077918 | .077900 | .078000 | .078066 |
| .660000  | .101598 | .087686 | .083104 | .080107 | .078761 | .078161 | .078033 | .077991 | .078075 | .078127 |
| .680000  | .103310 | .088502 | .083611 | .080428 | .078987 | .078331 | .078171 | .078103 | .078170 | .078206 |
| .700000  | .105109 | .089368 | .084156 | .080780 | .079241 | .078526 | .078331 | .078237 | .078285 | .078304 |
| .720000  | .106996 | .090285 | .084739 | .081163 | .079522 | .078747 | .078515 | .078393 | .078421 | .078422 |
| .740000  | .108976 | .091254 | .085362 | .081577 | .079831 | .078992 | .078722 | .078570 | .078577 | .078559 |
| .760000  | .111050 | .092275 | .086023 | .082024 | .080168 | .079263 | .078952 | .078769 | .078753 | .078715 |
| .780000  | .113221 | .093351 | .086725 | .082503 | .080533 | .079559 | .079206 | .078990 | .078950 | .078891 |
| .800000  | .115492 | .094481 | .087467 | .083015 | .080927 | .079882 | .079483 | .079233 | .079168 | .079086 |
| .820000  | .117868 | .095668 | .088250 | .083559 | .081350 | .080230 | .079784 | .079498 | .079407 | .079302 |
| .840000  | .120352 | .096912 | .089075 | .084137 | .081802 | .080604 | .080110 | .079786 | .079666 | .079536 |
| .860000  | .122948 | .098215 | .089943 | .084749 | .082283 | .081005 | .080459 | .080096 | .079947 | .079791 |
| .880000  | .125661 | .099578 | .090854 | .085396 | .082793 | .081432 | .080833 | .080428 | .080249 | .080066 |
| .900000  | .128498 | .101004 | .091810 | .086077 | .083334 | .081886 | .081232 | .080784 | .080572 | .080361 |
| .920000  | .131463 | .102493 | .092811 | .086793 | .083905 | .082368 | .081656 | .081163 | .080917 | .080676 |
| .940000  | .134564 | .104049 | .093858 | .087545 | .084507 | .082876 | .082104 | .081565 | .081284 | .081012 |
| .960000  | .137808 | .105672 | .094952 | .088334 | .085139 | .083413 | .082578 | .081990 | .081673 | .081369 |
| .980000  | .141206 | .107367 | .096095 | .089160 | .085804 | .083977 | .083077 | .082439 | .082083 | .081746 |
| 1.000000 | .144766 | .109134 | .097287 | .090023 | .086500 | .084570 | .083603 | .082912 | .082516 | .082144 |

óptima no es del tipo " $(1, \alpha)$ " sino que corresponde a un " $T$ " igual a 6 y a un valor de " $\alpha$ " próximo a 0.53( 997 ) lo que diferencia a nuestro mercado de las bolsas orientales estudiadas. Sin embargo, si en esta regla óptima se redujeron ambos coeficientes en relación con los obtenidos en el análisis basado en la muestra completa, lo mismo cabe decir de la regla óptima entre las " $(1, \alpha)$ " que, a la vista de los resultados obtenidos cuando se utilizó el programa "LEET"( 998 ) ( $C = 0.135$ ) corresponde a un valor de " $\alpha$ " de 0.1921 (cuadro número 15) frente al 0.3471 calculado a partir de la muestra completa.

Los resultados relativos al valor óptimo de " $\alpha$ " en las reglas " $(1, \alpha)$ ", pueden confirmarse mediante un análisis de regresión por mínimos cuadrados semejante a los ya realizados cuando se analizaron las 2223 sesiones y la primera mitad

---

( 997 ) Repetido el análisis para valores de " $T$ " comprendidos entre 10 y 40, se observó que, si bien la inexactitud media de las predicciones de las reglas con valores de " $\alpha$ " cercanos a la unidad continuó reduciéndose hasta niveles de " $T$ " cercanos a 25 y diferentes para las diversas reglas, a partir de estos comenzó a aumentar nuevamente, sin que en ningún caso se obtuviera una inexactitud media inferior a la mínima del cuadro 14 (0.077653 bits).

( 998 ) El tiempo de CPU invertido por la función PL "LEET" fue, en esta ocasión, de 2 minutos, 25 segundos y 40 centésimas.

CUADRO N° 15: INTERACTIVIDAD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS  
CON DISTINTAS REGLAS "(1,  $\alpha$ )" (300 semanas).

| $\alpha$      | $I(q:p)$             |
|---------------|----------------------|
| 0.1854        | 0.08290480053        |
| 0.1859        | 0.08290427145        |
| 0.1864        | 0.08290378337        |
| 0.1869        | 0.0829033363         |
| 0.1874        | 0.08290293024        |
| 0.1879        | 0.08290256517        |
| 0.1884        | 0.08290224111        |
| 0.1889        | 0.08290195806        |
| 0.1894        | 0.082901716          |
| 0.1899        | 0.08290151494        |
| 0.1904        | 0.08290135489        |
| 0.1909        | 0.08290123583        |
| 0.1914        | 0.08290115777        |
| 0.1919        | 0.08290112071        |
| <u>0.1921</u> | <u>0.08290111737</u> |
| 0.1924        | 0.08290112466        |
| 0.1929        | 0.08290116359        |
| 0.1934        | 0.08290125553        |
| 0.1939        | 0.08290138246        |
| 0.1944        | 0.08290155039        |
| 0.1949        | 0.08290175932        |
| 0.1954        | 0.08290200924        |
| 0.1959        | 0.08290230016        |
| 0.1964        | 0.08290263208        |
| 0.1969        | 0.08290300499        |
| 0.1974        | 0.08290341889        |
| 0.1979        | 0.08290387379        |
| 0.1984        | 0.08290435960        |
| 0.1989        | 0.08290490658        |
| 0.1994        | 0.08290548446        |
| 0.1999        | 0.08290610334        |
| 0.2004        | 0.08290676322        |
| 0.2009        | 0.08290746408        |
| 0.2014        | 0.08290820595        |
| 0.2019        | 0.08290898881        |
| 0.2024        | 0.08290981266        |
| 0.2029        | 0.08291067751        |
| 0.2034        | 0.08291158335        |
| 0.2039        | 0.08291253018        |
| 0.2044        | 0.08291351802        |
| 0.2049        | 0.08291454684        |

de las mismas. Los cálculos relativos a las 300 semanas, dieron como estimaciones de los coeficientes de regresión las siguientes:

$$\alpha_1 = 0.3331$$

$$\alpha_2 = 0.1530$$

$$\alpha_3 = 0.3933$$

Estos valores muestran que, si bien, el coeficiente " $\alpha$ " óptimo parece constituir una buena "media", existe una alta dispersión en torno al mismo. En cuanto a los resultados de los cálculos basados en las fracciones correspondientes a las últimas sesiones de las 300 primeras semanas, fueron los siguientes:

$$\alpha_1 = 0.1233$$

$$\alpha_2 = 0.1303$$

$$\alpha_3 = 0.5005$$



Lo que muestra que, si bien, como es casi general a todos los análisis realizados hasta el momento, la serie de las proporciones de acciones que <sup>repetu</sup> ~~suben~~ de cotización tiene un comportamiento marcadamente diferente de las otras dos, la dispersión en torno al valor "medio" de " $\alpha$ " (el correspondiente a la regla óptima entre las "(1,0)" ) es menor ahora, una vez eliminados los datos primarios correspondientes al periodo de "anormalidad", que en el caso anterior.

Con la salvedad hecha al comienzo de este epígrafe en atención a la posible falta de correspondencia entre los datos primarios empleados en este análisis y los utilizados en los demás, cabe comparar ahora los resultados obtenidos para la Bolsa de Madrid y los referidos por Hong (199) en relación con los mercados de Australia, HongKong, Japón y Singapur. En el cuadro 15 se recogen los resultados presentados por Hong

---

( 199 ) H. Hong: "Predictability...", ob. cit., p.620 y 621

CUADRO N° 16: ANALISIS COMPARATIVO ENTRE ALGUNOS MERCADOS DE VALORES ORIENTALES Y LA BOLSA DE MADRID

|  | M A D R I D |             |           |           |       | JAPON | SINGAPORE |
|--|-------------|-------------|-----------|-----------|-------|-------|-----------|
|  | 1ª ANALISIS | 2ª ANALISIS | AUSTRALIA | HONG-KONG |       |       |           |
| " $\alpha$ " óptimo  | 0.3475      | 0.1921      | 0.14      | 0.40      | 0.02  | 0.35  |           |
| % de reducción de la $\bar{I}(q;p)$ de la regla (1, $\alpha$ ) óptima frente a la regla " $\alpha=0$ " | 11.37       | 3.55        | 1.6       | 14.3      | 0.4   | 10.2  |           |
| % de reducción de la $\bar{I}(q;p)$ de la regla (1, $\alpha$ ) óptima frente a la regla (1,1)          | 35.37       | 42.73       | 52.9      | 39.37     | 51.85 | 36.20 |           |

y los correspondientes de la Bolsa de Madrid. A la luz de los resultados obtenidos en la Bolsa de Madrid cuando se analizaron la totalidad de los datos, cabe señalar:

- Que el coeficiente " $\alpha$ " correspondiente a la regla óptima entre las " $(1, \alpha)$ ", esto es, el coeficiente con el que se trata de medir la dependencia existente entre el movimiento bursátil de la última sesión de cada semana y el correspondiente a la última jornada de la semana anterior, es, en la Bolsa de Madrid, inferior a los obtenidos en los mercados de Hong Kong y, posiblemente, Singapur, pero superior a los relativos a los de Australia y Ja

pon. La dependencia existente en los movimien

tos de la Bolsa de Madrid parece, por tanto, inferior a la observada en aquellos mercados, pero superior a la de estos.

- Esta conclusión puede corregirse atendiendo a la "distancia" porcentual, en inexactitud media, que existe entre la regla " $(1, \alpha)$ " óptima y las reglas "ingenua" ( $\alpha = 0$ ) y de máxima dependencia entre las consideradas ( $H = \alpha = 1$ ). Y es que, a la vista de estos resultados, nuestro mayor mercado de valores parece adelantar en dependencia al mercado de Singapur. En efecto, en la bolsa madrileña, la regla  $(1, \alpha)$  óptima parece más alejada de la que presupone la imposibilidad de realizar ninguna predicción significativa (regla " $\alpha = 0$ ") que lo que lo está en la Bolsa de Singapur. Es más, dicha regla óptima está en el mercado madrileño mucho más cerca de la regla de dependencia total ( $H = \alpha = 1$ ) que lo está en aquella bolsa oriental. Esto hace pensar que el valor óptimo de " $\alpha$ " presentado por Hong para este mercado (0.35) puede constituir una aproximación por exceso de una cifra inferior al 0.3475 calculado en la Bolsa de Madrid. En cuanto a los

restantes mercados, como puede verse, estos resultados no hacen sino confirmar los basados en el coeficiente " $\alpha$ ". Tan solo cabe añadir que la distancia existente entre la regla óptima y la "(1, 1)" es mínima, entre los cinco mercados, en la Bolsa de Madrid.

Cuando, para el mercado madrileño se toman los resultados derivados del análisis basado en la primera mitad de la muestra completa, las conclusiones que pueden derivarse no son muy diferentes de las anteriormente señaladas:

- En cuanto a las relaciones existentes entre los coeficientes óptimos " $\alpha$ " de los diversos mercados, el de la Bolsa de Madrid es superior a los de los mercados de Australia y Japón, si bien es inferior a los de Singapur y Hong-Kong. A la vista de estos resultados, la dependencia existente en la bolsa

madrileña es muy inferior a la del mercado de Singapur, lo que contrasta con las conclusiones extraídas del análisis de la muestra completa.

- En cuanto a las relaciones existentes entre la regla óptima, de entre las " $(1, \alpha)$ ", y la consistente en hacer " $\alpha = 0$ ", no hacen sino confirmar las conclusiones del párrafo anterior, del mismo modo que cabe confirmarlo a la luz de las diferencias porcentuales observadas, en los distintos mercados, entre la inexistencia de dicha regla óptima y la correspondiente a la regla " $(1, 1)$ ".

Concluyendo, en cuanto a las relaciones existentes entre los movimientos bursátiles del mercado de valores español, representado por la Bolsa de Madrid, y los de los mercados orientales estudiados, cabe señalar que:

1º- De ser cierta la afirmación de Hong en el sentido de que la regla óptima, en los cuatro mercados orientales por él analizados, es del tipo " $(1, \alpha)$ ", la Bolsa de Madrid sería la única, de las cinco, en la que el tener en cuenta datos relativos a semanas anteriores a la previa a aquella a que la predicción se refiere, puede mejorar la exactitud de las predicciones.

2º- La dependencia de los movimientos bursátiles en la Bolsa de Madrid, parece inferior a la de los mercados de Hongkong y, posiblemente, Singapur, pero es claramente superior a la observada en los de Australia y Japón.

Debe repetirse, sin embargo, una vez más, la salvedad referente a la posible falta de correspondencia entre los datos utilizados en los análisis concernientes a

estos cuatro mercados orientales y los utilizados en el relativo a la Bolsa de Madrid.



APENDICE Nº 1: FUNCION APL "MA50"

```

MA50
[1] 'CALCULO DE MEDIA, DESVIACION TIPICA, Y COEFICIENTE DE AUTOCORRELACION CADA 50 DATOS'
[2] VRO5051=VDT50+VP50M+10
[3] L:P50M+(+/50+P)+50
[4] DT50+((+/((50+P)-P50M)*2)+50)*0.5
[5] P51M+(+/1+51+P)+50
[6] DT51+((+/((1+51+P)-P51M)*2)+50)*0.5
[7] COV5051+((+/((50+P)-P50M)*((1+51+P)-P51M)))+50
[8] RO5051=COV5051+DT50*DT51
[9] VP50M+VP50M,P50M
[10] VDT50+VDT50,DT50
[11] V:RO5051+VRO5051,RO5051
[12] P+50+P
[13] -Lx1(pP)≥51
[14] H+PVP50M
[15] 'COLUMNAS P50M DT50 RO5051'
[16] 6 1 0 1
[17] MA50M+ 2 1 8 (4,H)p(1H),VP50M,VDT50,VRO5051
[18] 12 6 4MA50M
[19] 6 1 p 1
[20] 'VALOR MEDIO DE LOS COEFICIENTES DE CORRELACION'
[21] (+/VRO5051)+H

```

CAPITULO 8: .

CADENAS DE MARKOV Y MOVIMIENTOS BURSATILES EN ESPAÑA

## 1- INTRODUCCION

Los resultados obtenidos anteriormente apoyaban fuertemente la hipótesis de que existe una gran dependencia en los sucesivos movimientos bursátiles diarios del mercado de valores español. Es más, tales resultados sugieren que el mercado tiene una memoria de un día y que el mecanismo generador de las series analizadas es un proceso de primer orden y posiblemente, al menos para dos de ellas, de carácter markoviano. Tales conclusiones parten del hecho de que la regla de predicción que, entre todas las consideradas hasta el momento, mejor explica los movimientos bursátiles, tiene la forma:

$$p_{it} = \alpha q_{i,t-1} + (1-\alpha) \bar{q}_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

Esto es, la predicción que, como media, resultará menos inexacta entre las alternativas analizadas, para la fracción "i" ( $i = 1, 2, 3$ ) en la sesión "t", es una media ponderada entre el valor que tomó dicha fracción en la jornada "t-1" y la me

dia a largo plazo de la misma, siendo los coeficientes de ponderación " $\alpha$ " y " $(1-\alpha)$ " respectivamente donde " $\alpha$ " es un valor próximo al 70 por cien.

Aceptesé que, efectivamente, como parece obvio a la luz de tales resultados, el mercado tiene una memoria de un día. Aceptesé, así mismo, que, como también parece evidente, existe una fuerte dependencia en los movimientos diarios del mercado de valores español. Todo ello implica que utilizando los datos de la sesión bursátil previa a aquella a que se referen las estimaciones, pueden obtenerse predicciones con un alto grado de exactitud. Hasta ahora, sin embargo, solamente se han estudiado reglas que, para predecir la fracción " $i$ " correspondiente al día " $t$ ", utilizan datos históricos relativos a esa misma fracción y no a las otras dos, por lo que, en tanto no se han comparado estas reglas con otras que, para predecir tal proporción, tengan en cuenta datos tomados de las otras dos series, no cabe aceptar que los procesos estudiados sean los que mejor se adaptan al proceso generador de los da

tos. Esta afirmación resulta tanto más cierta cuanto más se acepte la posibilidad de, como "a priori" parece lógico, el valor que tome una determinada fracción en la jornada "t" depende no sólo del monto de la misma en la sesión "t-1" sino también de los valores que en dicho día tomaron las otras dos proporciones. En este sentido, para predecir la fracción de acciones que subirán de valor en la sesión de mañana, parece constituir información relevante no solo el hecho de que hoy hayan ascendido el 50 por cien de los títulos, sino también la forma en que quedó repartido el 50 por ciento restante.

Para analizar la validez real de los razonamientos anteriores, se partirá de una nueva regla de predicción, basada en un enfoque markoviano, que tiene en cuenta, para predecir cada fracción de la sesión "t", los valores tomados en la jornada "t-1" por las tres proporciones. Posteriormente, se calculará la inexactitud media de las predicciones realizadas mediante esta nueva regla y se comparará con la generada por la regla óptima de entre las de Theil y Leenders.

Esto permitirá determinar cual de entre ellas es preferible y, en suma, ayudará a dilucidar si cabe o no convalidar positiva mente los razonamientos anteriormente realizados, lo que redundará en un mejor conocimiento del proceso generador de los datos.

2- UNA NUEVA REGLA DE PREDICCIÓN: LA MATRIZ DE TRANSICIÓN DE LOS  
MOVILIENTOS BURSÁTILES

En un epígrafe anterior, con referencia al caso concreto de los de primer orden, se hizo alusión a los procesos de Markov, esto es, a aquellos procesos en los que el sistema que gobiernan no tiene memoria, en el sentido de que todo su pasado "se encuentra resumido en el estado del último instante que se conoce" (1000). Por tanto, una vez que el sistema ha llegado, en un momento determinado, a un cierto estado, "poco importa como lo ha hecho en lo que respecta a predecir su futuro" (1001). Considérese ahora un sistema que se puede encontrar en cualquiera de los estados posibles " $E_1$ ", " $E_2$ ", ..., " $E_m$ ". Supongase que el sistema puede pasar de cada uno de tales estados a cualquier otro (1002) y que tales "cam-

---

(1000) P. Gordon: "Cadenas finitas de Markov y sus aplicaciones", Hispano Europea, Barcelona 1967, p. 6.

(1001) Ibid, p. 6

(1002) En principio, se considera como un tipo de transición el consistente en permanecer en el mismo estado anterior. En este sentido, la expresión anterior podría sustituirse por "deben pasar...".

bios o transiciones de estado" deben realizarlos en cualquiera de los momentos equidistantes (1003) " $0, 1, 2, \dots, t, \dots$ ".

Pues bien, el proceso de Markov homogéneo y discreto que gobierna tal sistema, constituye una cadena de Markov (1004).

---

(1003) Aunque no haya equidistancia entre las transiciones, es suficiente con que exista "homogeneidad en el tiempo con respecto a un reloj para el que estos tiempos fuesen equidistantes" (P. Gordon: "Cadenas...", ob. cit., p. 10).

(1004) En las páginas 10, 11 y 12 de la obra citada de P. Gordon ("Cadenas...") se refieren varias concepciones alternativas de las cadenas de Markov para el lector interesado. Este, puede además encontrar en dicha obra, que constituye por sí misma una buena introducción al tema, bibliografía abundante y convenientemente clasificada para orientar a quien desee profundizar en esta materia.

Una breve exposición de carácter predominantemente literario de los fundamentos de las cadenas de Markov, alternativa de la que -tratando de participar en lo posible de estas mismas características- aquí se presenta, puede encontrarse en la obra ya citada del Profesor Fernández Pirla ("Economía...", capítulo XLII). Otra obra en la que, con un mayor uso de notación matemática, se pueden encontrar, breve y claramente expuestos, los principales aspectos de las cadenas de Markov, es la también citada del Profesor López Cachero ("Fundamentos...") en su capítulo 39.

Una advertencia para terminar esta nota. Todo cuanto aquí se contiene debe entenderse referido a las cadenas de orden 1 ó simples, que son las que ahora interesan. En cualquier caso, siempre es posible reducir una cadena, cualquiera que sea su orden, a otra de carácter simple.



Siendo " $p_i(t)$ " la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado " $i$ " ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) en el momento " $t$ ", obviamente se cumplirá que:

$$0 \leq p_i(t) \leq 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{y } t = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{y } \sum_{i=1}^n p_i(t) = 1 \quad \text{para todo } t = 0, 1, 2, \dots$$

Pues bien, al vector:

$$\vec{P}[t] = [p_1(t) \ p_2(t) \ \dots \ p_n(t)] \quad (2.1)$$

que tiene como elementos las probabilidades respectivas de cada uno de los estados alternativos posibles -referidas, todas ellas, a ese momento del tiempo- se le denomina "vector de estado" en el momento " $t$ ".

Análogamente, denotando como " $p_{ij}$ " a la probabilidad de que, tratándose de una cadena "homogénea" (1005), el sistema cambie del estado " $i$ " al " $j$ " ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), se denomina "matriz de transición" o de cambio de estado, al array:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn} \end{bmatrix} = [p_{ij}] \quad (2.2)$$

A los elementos de la matriz de transición, esto es, a las " $p_{ij}$ ", se les denomina "probabilidades de transición" o "probabilidades de cambio de estado" y, obviamente, deberán

---

(1005) Se califica como "homogénea" a toda cadena en la que la probabilidad de que el sistema transite de un estado " $i$ " a otro " $j$ " es independiente del tiempo para todo " $i, j = 1, 2, \dots, n$ ". En general, todo lo que aquí se expone debe entenderse referido a tal tipo de cadenas.

cumplir las condiciones:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad \text{para todo } i, j = 1, 2, \dots, m$$

(2.3)

$$\text{y } \sum_{j=1}^m p_{ij} = 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

La probabilidad de que un estado gobernado por una cadena de este tipo se encuentre, en el momento "t+1", en el estado "j" será, por tanto:

$$\begin{aligned} p_j(t+1) &= p_1(t) \cdot p_{1j} + p_2(t) \cdot p_{2j} + \dots + p_m(t) \cdot p_{mj} = \\ &= \sum_{i=1}^m p_i(t) \cdot p_{ij} \end{aligned}$$

El vector de estado correspondiente al instante "t+1" será, en consecuencia:

$$P[t+1] = [p_1(t+1) \quad p_2(t+1) \quad \dots \quad p_m(t+1)] =$$

$$= \left[ \sum_{i=1}^m p_i(t) \cdot p_{i1} \quad \sum_{i=1}^m p_i(t) \cdot p_{i2} \quad \dots \quad \sum_{i=1}^m p_i(t) \cdot p_{in} \right]$$

es decir:

$$P[t+1] = P[t] \cdot P \quad (2.4)$$

A partir de esta última expresión, es posible proceder por re-  
currencia resultando:

$$\begin{aligned} P[1] &= P[0] \cdot P \\ P[2] &= P[1] \cdot P = P[0] \cdot P^2 \\ P[3] &= P[2] \cdot P = P[1] \cdot P^2 = P[0] \cdot P^3 \\ &\dots\dots\dots \\ P[t] &= P[t-1] \cdot P = \dots\dots\dots = P[0] \cdot P^t \end{aligned}$$

De donde se deduce la importante conclusión de que en estas ca-  
densas:

$$P[t] = P[0] \cdot P^t \quad (2.5)$$

Esta relación permite calcular los términos del vector de estado relativo a cualquier momento "t" -esto es, las probabilidades que tiene el sistema de encontrarse, en dicho momento, en cada uno de los estados posibles- en función del vector de estado correspondiente al momento inicial ( $P[0] = [p_1(0) \ p_2(0) \ \dots \ p_m(0)]$ ) y de la matriz de transición "P".

Al exponerse el paso del concepto de "contenido informativo de un mensaje", o "información de canal", al de "inexactitud de la información" o "inexactitud de las predicciones", se hacía referencia a una característica elemental y evidente, pero no por ello menos importante, de los datos utilizados en el presente estudio: las proporciones de acciones que, en cualquier sesión bursátil "t", suben ( $q_{1t}$ ), bajan ( $q_{2t}$ ) y no varían ( $q_{3t}$ ) de cotización, cumplen las condiciones de no negatividad y totalizan la unidad; esto es:

$$0 \leq q_{it} \leq 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, 3$$

$$\text{y } t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{i=1}^3 q_{it} = 1 \quad \text{para todo } t = 1, 2, \dots, T$$

Esta característica, que asemeja estas fracciones, al menos formalmente, a las probabilidades de tres sucesos mutuamente excluyentes y complementarios, y que ya fué utilizada en el estudio basado en la teoría de la información, volverá a ser sumamente útil en este nuevo enfoque del análisis de los movimientos bursátiles. En efecto, los valores de estas proporciones correspondientes a la sesión "t-1" podrían considerarse, desde este punto de vista, como los elementos del "vector de estado" correspondiente al momento "t-1":

$$P [t-1] = [q_{1,t-1} \ q_{2,t-1} \ q_{3,t-1}]$$

donde " $q_{i,t-1}$ " son las "probabilidades" correspondientes a los estados de "alza" ( $i=1$ ), "baja" ( $i=2$ ), o "repetición" ( $i=3$ ) en el momento "t-1".

A la vista de la expresión (2.4), es evidente entonces que la "matriz de transición" "P" podría constituir un magnífico instrumento para predecir el "vector de estado"

" $P[t]$ " y, con él, las fracciones correspondientes a la sesión " $t$ ", pues estas no son sino los elementos componentes de tal vector. Bastaría para ello con hacer:

$$\begin{aligned} [p_{1t} \ p_{2t} \ p_{3t}] &= P[t] = P[t-1] \cdot P = \\ &= [q_{1,t-1} \ q_{2,t-1} \ q_{3,t-1}] \cdot P \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde " $p_{1t}$ ", " $p_{2t}$ " y " $p_{3t}$ " son las predicciones correspondientes a las tres fracciones para la jornada " $t$ ", y " $P$ " es la matriz de transición:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

resultando entonces, que las predicciones realizadas para las distintas fracciones serían:

$$\begin{aligned}
p_{1t} &= q_{1,t-1} \cdot p_{11} + q_{2,t-1} \cdot p_{21} + q_{3,t-1} \cdot p_{31} \\
p_{2t} &= q_{1,t-1} \cdot p_{12} + q_{2,t-1} \cdot p_{22} + q_{3,t-1} \cdot p_{32} \quad (2.3) \\
p_{3t} &= q_{1,t-1} \cdot p_{13} + q_{2,t-1} \cdot p_{23} + q_{3,t-1} \cdot p_{33}
\end{aligned}$$

El principal problema que hay que resolver para a plicar esta metodología al análisis de los movimientos bursátiles es, obviamente, el de la estimación de "P". Para ello, siguiendo las sugerencias de Dryden(1966) se utilizará un sencillo análisis de regresión por el método de mínimos cuadrados. Para ello, bastará sustituir en (2.3), " $p_{it}$ " por " $q_{it} - \epsilon_{it}$ ", siendo " $\epsilon_{it}$ " los términos de error correspondientes a las tres ecuaciones resultantes, y calcular sus coeficientes de regresión, que no son sino las probabilidades de transición de la matriz "P". Sin embargo, dado que:

$$\sum_{i=1}^3 q_{i,t-1} = 1 \quad \text{para todo "t"}$$

---

(1966) H.M. Dryden: "Share Price...", ob. cit., p. 51



no es posible utilizar todas las " $q_{it}$ " como variables independientes. Para subsanar este problema, basta con sustituir en cada ecuación un " $q_{1,t-1}$ " por el complemento a uno de la suma de los otros dos. Con ello, las ecuaciones (2.6) podrían quedar como:

$$p_{1t} = (1 - q_{2,t-1} - q_{3,t-1}) \cdot p_{11} + q_{2,t-1} \cdot p_{21} + q_{3,t-1} \cdot p_{31}$$

$$p_{2t} = q_{1,t-1} \cdot p_{12} + (1 - q_{1,t-1} - q_{3,t-1}) \cdot p_{22} + q_{3,t-1} \cdot p_{32}$$

$$p_{3t} = q_{1,t-1} \cdot p_{13} + q_{2,t-1} \cdot p_{23} + (1 - q_{1,t-1} - q_{2,t-1}) \cdot p_{33}$$

$$\text{donde } p_{it} = q_{it} - \epsilon_{it} \quad i = 1, 2, 3$$

Desarrollando y agrupando de nuevo en cada una de las ecuaciones, quedaría:

$$\begin{aligned} p_{1t} &= p_{11} + q_{2,t-1} \cdot (p_{21} - p_{11}) + q_{3,t-1} \cdot (p_{31} - p_{11}) \\ p_{2t} &= p_{22} + q_{1,t-1} \cdot (p_{12} - p_{22}) + q_{3,t-1} \cdot (p_{32} - p_{22}) \\ p_{3t} &= p_{33} + q_{1,t-1} \cdot (p_{13} - p_{33}) + q_{2,t-1} \cdot (p_{23} - p_{33}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Calculando, por tanto, los coeficientes " $a_{ij}$ " de las ecuaciones:

$$\begin{aligned} p_{1t} &= a_{11} + a_{21} \cdot q_{2,t-1} + a_{31} \cdot q_{3,t-1} \\ p_{2t} &= a_{22} + a_{12} \cdot q_{1,t-1} + a_{32} \cdot q_{3,t-1} \\ p_{3t} &= a_{33} + a_{13} \cdot q_{1,t-1} + a_{23} \cdot q_{2,t-1} \end{aligned} \quad (2.10)$$

mediante mínimos cuadrados (haciendo " $p_{it} = q_{it} - \xi_{it}$ ") se obtendrán las " $p_{ij}$ " simplemente observando que, a la vista de las ecuaciones (2.9), debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} a_{11} &= p_{11} \\ a_{21} &= p_{21} - p_{11} \\ a_{31} &= p_{31} - p_{11} \\ a_{22} &= p_{22} \\ a_{12} &= p_{12} - p_{22} \\ a_{32} &= p_{32} - p_{22} \\ a_{33} &= p_{33} \\ a_{13} &= p_{13} - p_{33} \\ a_{23} &= p_{23} - p_{33} . \end{aligned} \quad (2.11)$$

de donde se deduce que:

$$\begin{aligned}
 p_{11} &= a_{11} \\
 p_{21} &= a_{21} + a_{11} \\
 p_{31} &= a_{31} + a_{11} \\
 p_{22} &= a_{22} \\
 p_{12} &= a_{12} + a_{22} \\
 p_{32} &= a_{32} + a_{22} \\
 p_{33} &= a_{33} \\
 p_{13} &= a_{13} + a_{33} \\
 p_{23} &= a_{23} + a_{33}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Calculados, por tanto, los nueve coeficientes de (2.10), la matriz de transición estimada será:

$$P = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} + a_{22} & a_{13} + a_{33} \\ a_{21} + a_{11} & a_{22} & a_{23} + a_{33} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{22} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Este procedimiento de estimación asegura que:

$$\sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, 3$$

esto es, que las tres líneas de la matriz "P" totalizan la unidad. Sin embargo, debe hacerse constar también que (1957):

- Estos métodos no aseguran que los valores resultantes de las " $p_{ij}$ " sean no negativos e inferiores a la unidad.
- Las estimaciones de las " $p_{ij}$ " así obtenidas no satisfacen el criterio de eficiencia (no cumplen la propiedad de mínima varianza y ser linealmente insesgadas) si bien "puede demostrarse que son consistentes en relación al tamaño

---

(1957) Véase H.M. Dryden: "Share...", ob. cit., p. 51 y 52

de la muestra... y la longitud de las series de tiempo; esto es, la probabilidad de que las estimaciones alcancen sus verdaderos valores tiende a la unidad a medida que el tamaño de la muestra o la longitud de las series aumenten indefinidamente" (100%).

Existe, además, un presupuesto básico que no debe olvidarse. Se supone que la matriz "P" no varía en el tiempo. Hasta qué punto es esto cierto, es algo que se podrá comprobar a la luz de los resultados que se obtengan.

---

( 100% ) Ibid, p. 52

### 3- PRIMEROS RESULTADOS EMPIRICOS Y CONCLUSIONES

Realizadas las regresiones por mínimos cuadrados, utilizando los datos correspondientes a las 2228 sesiones bur sátiles de la muestra, las ecuaciones (2.10) resultaron ser:

$$\begin{aligned} p_{1t} &= 0.8457 - 0.7178 q_{2,t-1} - 0.8095 q_{3,t-1} \\ p_{2t} &= 0.7751 + 0.6906 q_{1,t-1} - 0.6566 q_{3,t-1} \quad (3.1) \\ p_{3t} &= 0.8453 - 0.7755 q_{1,t-1} - 0.7423 q_{2,t-1} \end{aligned}$$

De acuerdo con la expresión (2.13), la matriz de transición estimada es, por tanto:

$$P = \begin{bmatrix} 0.8457 & 0.0845 & 0.0595 \\ 0.1279 & 0.7751 & 0.0970 \\ 0.0362 & 0.1185 & 0.2453 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

y, en consecuencia, las ecuaciones de predicción (2.9) son co

no sigue:

$$\begin{aligned}
 p_{1t} &= 0.6457 \, q_{1,t-1} + 0.1279 \, q_{2,t-1} + 0.0362 \, q_{3,t-1} \\
 p_{2t} &= 0.0845 \, q_{1,t-1} + 0.7751 \, q_{2,t-1} + 0.1135 \, q_{3,t-1} \quad (3.3) \\
 p_{3t} &= 0.0693 \, q_{1,t-1} + 0.0970 \, q_{2,t-1} + 0.3453 \, q_{3,t-1}
 \end{aligned}$$

Lo más destacable en la matriz de transición es timada (3.2) es el alto valor tomado por los elementos de la diagonal ( $p_{11}$ ,  $p_{22}$  y  $p_{33}$ ) frente a las restantes. Como se sabe, tales elementos recogen las probabilidades de permanencia del sistema en el mismo estado. De acuerdo con la interpretación de Dryden, según la cual cada elemento " $p_{ij}$ " de " $P$ " "representa la probabilidad de que una acción que se encontraba en el estado " $i$ " en el día " $t$ ", esté en el estado " $j$ " en el  $(t+1)$ " (1999) se podría concluir, a la vista de estos resultados, que, en la bolsa madrileña, la probabilidad de que una acción cam-

---

(1999) M.M. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 245

bie de estado de un día a otro es muy pequeña; es decir, si una acción cualquiera subió (bajó o repitió) de valor ayer, lo más probable es que vuelva a subir (bajar o repetir) de cotización en la sesión de hoy. Es más, la probabilidad de permanencia es mayor si la acción parte de un estado de "alta" o de "repetición" que si lo hace del de "baja". Esto es:

$$p_{11} \approx p_{33} > p_{22} > p_{ij} \quad \text{para todo } i \neq j \quad (3.4)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

En las ecuaciones (3.3) puede observarse, desde otro punto de vista, la alta dependencia existente en las tres proporciones respecto de sus valores previos. Para predecir la fracción "i" correspondiente a la sesión "t" lo más concluyente es observar el valor tomado por la misma en la jornada anterior. Así, el tanto por uno de acciones que subirán de cotización en la próxima sesión, parece depender fundamentalmente del valor previo de tal fracción, en mucha menor medida del de la fracción de las que bajaron, y prácticamente nada del valor en



terior del porcentaje de acciones que repitieron su cotización previa. Lo mismo cabe señalar respecto de las otras dos fracciones: ambas parecen depender fundamentalmente de sí mismas y mucho menos de las restantes. Todo ello hace pensar que, para realizar tales predicciones, debe tener gran influencia el valor que tuvieron las proporciones predichas en la sesión anterior, pero no la forma en que quedó repartido el tanto por uno restante.

Evidentemente, las conclusiones anteriores resultan contrarias a los principios lógicos expuestos al comienzo del primer epígrafe. Sin embargo, los altos valores encontrados para " $p_{11}$ " y " $p_{33}$ ", bastante superiores al, ya de por sí alto, tomado por " $p_{22}$ ", y la estructura general de los resultados (los bajos valores obtenidos para " $p_{13}$ " y " $p_{31}$ " etc...) parecen sugerir que estos resultados pueden haber sido provocados por la larga época de "anormalidad" del mercado a que se hizo referencia anteriormente. En efecto, la atonía, el decaimiento general y el bajo volumen de negociación,

que han caracterizado al mercado de valores español desde octubre de 1973, generaron, como ya se vió, un aumento paulatino de la fracción de "acciones que repiten", a base de una reducción complementaria en la proporción de las que "suben" en las diversas sesiones sucesivas.

Para comprobar hasta que punto estos hechos han influido en los resultados obtenidos, se repitieron los cálculos tomando como muestra, no las 2222 sesiones que se utilizaron anteriormente, sino tan solo las 1114 primeras, que corresponden al periodo que va desde el 30 de diciembre de 1967, hasta el 2 de octubre de 1973, quedando fuera, por tanto, la larga época de "anormalidad" a que se ha hecho referencia. Estimando por mínimos cuadrados la ecuación (2.10) con estos datos, resulta:

$$\begin{aligned}
 p_{1t} &= 0.3037 - 0.7051 \, q_{2,t-1} - 0.6513 \, q_{3,t-1} \\
 p_{2t} &= 0.7735 - 0.7041 \, q_{1,t-1} - 0.6545 \, q_{3,t-1} \\
 p_{3t} &= 0.7341 - 0.6123 \, q_{1,t-1} - 0.6113 \, q_{2,t-1}
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Con lo que la matriz de transición correspondiente es:

$$P = \begin{bmatrix} 0.8037 & 0.0745 & 0.1218 \\ 0.0986 & 0.7786 & 0.1228 \\ 0.1519 & 0.1140 & 0.7341 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Consecuentemente, las ecuaciones de predicción (2.3) son como sigue:

$$\begin{aligned} p_{1t} &= 0.8037 q_{1,t-1} + 0.0986 q_{2,t-1} + 0.1519 q_{3,t-1} \\ p_{2t} &= 0.0745 q_{1,t-1} + 0.7786 q_{2,t-1} + 0.1140 q_{3,t-1} \\ p_{3t} &= 0.1218 q_{1,t-1} + 0.1228 q_{2,t-1} + 0.7341 q_{3,t-1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Comparando (3.5), (3.6) y (3.7), con (3.1), (3.2) y (3.3) respectivamente, se verán las semejanzas y diferencias existentes entre aquellos y estos resultados. Así, se sigue observando que:

$$p_{ii} > p_{ij} \quad \text{para todo } i \neq j \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Es decir, como "a priori" resulta lógico, cualquiera que sea el estado de partida, la probabilidad de permanencia es mayor superior a la de cambio en sentido estricto. Sin embargo, ahora:

$$p_{11} > p_{22} > p_{33}$$

Por tanto, la probabilidad de permanencia es superior cuando el estado de partida es el de "alza" que cuando es el de "baja". Tal probabilidad es mínima cuando se parte del estado de "repetición". Las restantes relaciones que se observan son razonablemente lógicas. Así:

$$p_{11} > p_{13} > p_{12}$$

$$p_{22} > p_{23} > p_{21}$$

Esto es, si se toma una acción al azar y se comprueba que en la jornada "t-1" subió de cotización, lo más posible es que

también subiera en la sesión "t" ( 1010 ) pero, de no hacerlo, lo más probable es que repitiera su cotización previa. Lo menos factible es que de un estado de "alza" cambie directamente a uno de "baja", sin pasar por el intermedio de "repetición". Lo mismo cabe decir si el título bajó de cotización en la sesión "t-1". En tal caso, frente a los resultados obtenidos cuando se utilizó la muestra completa ( 1011 ) parecen más razonables los que ahora se comentan. Esto es, al margen de la permanencia en el mismo estado, lo más probable es la transición al estado de "repetición" antes bien que el cambio "brusco" al estado contrario: el de "alza".

En cuanto al caso de que el estado de partida sea el de "repetición", también los resultados obtenidos ah

---

( 1010 ) Obviamente, se entiende, si no se dispone de otra información en relación a ese título.

( 1011 ) Véase la matriz (3.2), en la que:

$$p_{11} > p_{12} > p_{13}$$

$$p_{22} > p_{21} > p_{23}$$

ra difieren de los que se pueden derivar de la matriz (3.2).

En efecto, en ésta:

$$p_{33} > p_{32} > p_{31}$$

Sin embargo, en (3.5):

$$p_{33} > p_{31} > p_{32}$$

Pero lo más interesante ocurrido en el paso de (3.2) a (3.5) es el acercamiento operado entre " $p_{31}$ " y " $p_{32}$ ", lo que contribuye también a que estos últimos resultados sean más congruentes con lo que, en principio, puede resultar "normal" o razonable.

Por otra parte, las diferencias más notables entre aquellos y estos resultados, aparecen en los valores de " $p_{11}$ ", " $p_{33}$ ", " $p_{13}$ " y " $p_{31}$ ", frente a la alta estabilidad encontrada para las probabilidades de transición al estado de

"baja":  $b_{12}$ ,  $b_{22}$  y  $b_{32}$ . Todo ello parece sugerir que, efectivamente, el comportamiento que tuvieron las fracciones  $q_1$  y  $q_3$  en la segunda mitad del periodo total del estudio, pudo sesgar los resultados obtenidos. No obstante, lo señalado anteriormente en relación a la dependencia de las series, continua siendo cierto en su mayor parte. En las ecuaciones (3.7), como en las (3.3), el máximo peso se le concede al valor previo de la fracción que se trata de predecir. Han cambiado, eso sí, las ponderaciones de las otras dos fracciones, que se ajustan ahora mucho más a lo que puede considerarse "razonable". Continua, no obstante, la duda en torno a si el tener en cuenta los valores previos de las tres fracciones, y no solo el de la predicha, es o no útil para realizar la predicción.

#### 4- LA INEXACTITUD DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON LA MATRIZ DE TRANSICIÓN

Existe un medio para tratar de resolver la controversia. Cabe calcular la "inexactitud media de las predicciones" realizadas con la matriz de transición, y compararla con la generada por la regla óptima de entre las de Theil y Leenders. Dado que este segundo método de predicción, a diferencia de aquel, no tiene en cuenta sino el valor previo de la fracción predicha, la determinación de cuál de entre ambas reglas de predicción es óptima en el sentido de "mínima inexactitud media de la información", puede arrojar nueva luz sobre la forma de dependencia de los movimientos bursátiles y, con ello, sobre el proceso generador de las series.

En esta línea, ya seguida por Dryden para el estudio del mercado de Londres (412), se diseñó la función APL "LTP" que se recoge en el apéndice 1 de este capítulo. Tal fun

---

(412) M.M. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 245



ción necesita, como únicos "inputs", la matriz de transición de los movimientos bursátiles (variable "PIJ" de "EP"), la matriz "Q" (ya definida al presentar el programa "LFFF"), el vector "Q" (también definido entonces, y denominado "QA" en esta función) y el valor óptimo de " $\alpha$ " en la regla óptima de entre las de Theil y Leenders (variable "A" en la función "EP").

Haciendo:

$$A \approx 0.7280$$

$$PIJ \equiv \begin{bmatrix} 0.3457 & 0.0845 & 0.0698 \\ 0.1279 & 0.7751 & 0.0370 \\ 0.0362 & 0.1135 & 0.8453 \end{bmatrix}$$

$$\underline{QA} \equiv \begin{bmatrix} 0.3395 & 0.3113 & 0.3492 \end{bmatrix}$$

e incluyendo en la matriz, de orden " $3 \times T$ ", "Q", los valores tomados por las tres fracciones estudiadas en las 2223 sesio-

nes de la muestra completa ( $T = 2228$ ), el programa "EXP" predijo los valores de " $q_{1t}$ ", " $q_{2t}$ " y " $q_{3t}$ " correspondientes a las 2227 últimas sesiones de las 2228 ( $t = 2, 3, \dots, 2228$ ), utilizando, por una parte, la regla:

$$p_{it} = 0.7230 q_{i,t-1} + 0.2720 \bar{q}_i \quad i = 1, 2, 3$$

y, por otra, la de las ecuaciones (3.3). A medida que la función "EXP" realizaba las predicciones correspondientes a tales sesiones, fué calculando también su inexactitud para, finalmente, ofrecer, como "outputs", la inexactitud media correspondiente a cada una de las reglas (403). Tales fueron:

- Para la regla "(1, 0.7230)":

---

( 403 ) El tiempo de CPU invertido por la función "EXP" en realizar estos cálculos, fué de 1 minuto, 41 segundos y 5 centésimas.

$$\bar{I}(q:p) = 0.054912 \text{ bits } (1014)$$

- Para la regla de predicción basada en la matriz de transición:

$$\bar{I}(q:p) = 0.054480 \text{ bits}$$

La inexactitud mínima entre ambos métodos de predicción, corresponde, por lo tanto, al basado en la matriz de transición. La diferencia, sin embargo, es mínima, por lo que la capacidad explicativa de los dos modelos subyacentes parece muy semejante. La imposibilidad de concluir nada a favor de

---

( 1014 ) Obsérvese que con la función "IEP", como con la "IEFP", se realizaban las predicciones correspondientes a las 2213 últimas sesiones bursátiles, en tanto que, la "IEP" hace las relativas a las 2227 últimas. De ahí que la inexactitud calculada por la función "IEP" para la regla "(1, 0.7260)" (0.0547479 bits) no coincida exactamente con los 0.054912 bits de inexactitud obtenidos ahora con la función "IEP"

la utilización, para la realización de predicciones y la explicación de las series, de los valores previos de las tres fracciones, frente al empleo de, tan solo, el valor anterior de la fracción predicha, es tanto más clara si se tiene en cuenta que la regla basada en la metodología de Theil-Leenders utiliza un único valor de " $\alpha$ " para la predicción de las tres fracciones, en tanto que en (3.3) se utiliza un coeficiente diferente para los valores previos de las proporciones predichas según cuales sean estas.

No es posible, por tanto, concluir nada todavía, a este respecto, en base a la pequeña diferencia observada entre la inexactitud de ambas reglas. Y es que, además, en las 2228 sesiones consideradas, se incluye el periodo de "anormalidad" correspondiente a la segunda parte de la muestra y al que se ha hecho referencia repetidamente. Tratando de obtener unos resultados más concluyentes y eliminar esta última objeción, se repitió el análisis tomando ahora en "Q" la matriz de orden "3 x 1114" que incluye en su fila "i" los sucesivos valores tomados por la fracción "i" en los 1114 primeras sesiones de la muestra completa. Los restantes "inputs" de "EP"

fueron en este caso:

- El valor óptimo de " $\alpha$ " obtenido cuando se utilizó para el "análisis Theil-Leenders" la primera parte de la muestra; es decir:

$$A \approx 0.6933$$

- La matriz de transición calculada a partir de los datos de estas 1114 primeras sesiones:

$$PIJ = \begin{bmatrix} 0.8037 & 0.0745 & 0.1218 \\ 0.0986 & 0.7766 & 0.1223 \\ 0.1519 & 0.1140 & 0.7341 \end{bmatrix}$$

- El vector de los promedios de estas tres fracciones en este periodo:

$$QA = \begin{bmatrix} 0.3987 & 0.2931 & 0.3022 \end{bmatrix}$$

Con estos datos, la función "EP" generó como "output" (1015):

- Una inexactitud media de la regla "(1, 0.6933)"

de:

$$\bar{I}(q:p) = 0.051304 \text{ bits}$$

- Una inexactitud media de la regla basada en la

matriz de transición de:

$$I(q:p) = 0.051257 \text{ bits}$$

Obviamente, tampoco estos resultados son, en absoluto, concluyentes. El mínimo valor de la diferencia obtenida, favorable, en este caso, a la regla óptima de entre las de Theil y Leenders, no es suficiente para resolver nada definitivo en favor de una u otra forma de explicar la evolución de los movimien-

---

( 1015 ) El tiempo de CPU invertido por la función "EP", en esta ocasión, fue de 50 segundos y 72 centésimas.

tos bursátiles en nuestro mercado. Solo se puede concluir, por tanto, que las capacidades explicativas de ambos modelos son muy semejantes.

Sin embargo, existe todavía algo que puede arrojar alguna luz en cuanto a las diferencias existentes entre los dos métodos. Aceptado que ambos tienen una capacidad explicativa muy semejante, queda preguntarse cuál tiene una mayor capacidad predictiva. Tratando de contestar a esta cuestión, en la línea propuesta por Dryden( 1916 ), se utilizaron las reglas obtenidas a partir de los datos correspondientes a las 1114 primeras sesiones de la muestra, para realizar predicciones en las 1113 últimas. Para ello, se pasó la función APL "EXT" haciendo:

---

( 1916 ) H.H. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., p. 246

$$\Lambda \equiv 0.6933$$

$$PIJ = \begin{bmatrix} 0.8037 & 0.0745 & 0.1218 \\ 0.0986 & 0.7786 & 0.1229 \\ 0.1519 & 0.1140 & 0.7341 \end{bmatrix}$$

$$QA \equiv \begin{bmatrix} 0.3987 & 0.2931 & 0.3082 \end{bmatrix}$$

y tomando en "Q", la matriz, de orden "3 x 1114", que en su fila "i" (i = 1, 2, 3) contiene los sucesivos valores tomados por la fracción "i" en las 1114 últimas sesiones bursátiles. Con estos datos, la función "ETP" realizó las predicciones correspondientes a las 1113 últimas sesiones bursátiles siguiendo, por un lado, la regla óptima, de entre las de Theil y Leenders, calculada con los datos del primer subperiodo, y, por otro, la regla basada en la matriz de transición obtenida, también, de los datos de la primera parte de la muestra total. Simultáneamente, fué calculando la inexactitud de tales predicciones para, al final, generar como resultados, las inexactitudes de



días de ambas reglas( 1011 ). Estas resultaron ser:

$$\bar{I}(q;p) = 0.061625 \text{ bits}$$

$$\bar{I}(q;p') = 0.062561 \text{ bits}$$

La diferencia existente entre la capacidad predictiva de ambas reglas es un poco mayor que la observada para su capacidad explicativa y, obviamente, tampoco puede considerarse suficiente como para señalar nada definitivo sobre una mayor capacidad para una u otra.

Los resultados obtenidos sugieren, por tanto, que, dada la alta dependencia existente en las tres fracciones respecto a sus valores previos, la consideración de los valores anteriores de las otras dos fracciones añade muy poco para la explicación de las series. Es más, las prediccio-

---

( 1011 ) El tiempo de CPU invertido por la función "EMP" fue de 50 segundos y 70 centésimas.

nes basadas en la regla óptima de entre las de Theil y Leenders, que tienen en cuenta tan solo el valor previo de la fracción predicha y su media a largo plazo, y en la que el coeficiente de ponderación de tal valor previo es el mismo cualquiera que sea la fracción predicha, tienen la misma exactitud, o incluso más, que las realizadas en base a la matriz de transición de los movimientos bursátiles. Al menos, la diferencia entre la inexactitud de ambas reglas es tan pequeña que la metodología de Theil y Leenders no es capaz de captarla.

5- CADENAS ERGODICAS Y ASINTOTICAMENTE ERGODICAS EN LOS MOVIMIENTOS EUNSATILES. EL CASO ESPAÑOL

Los elementos de las matrices de transición, en tanto son probabilidades, deberán cumplir, necesariamente, las propiedades (2.3); es decir, deben ser no negativas y, dentro de cada fila, totalizar la unidad. Pero, al margen de estas propiedades necesarias las probabilidades de transición, y con ello las matrices, pueden cumplir otras que, en última instancia, permitirán calificar de un determinado modo a las cadenas de que se trate, queriendo significar con ello que las probabilidades de cambio de estado y las matrices de transición de tales cadenas -y estas, en fin-, cumplen tal propiedad.

Un caso que interesa ahora es aquel en que todas las " $p_{ij}$ " ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ) cumplen la propiedad de ser independientes de " $E_i$ " (estado de partida); esto es, el caso en que la probabilidad de que el sistema transite al estado " $E_j$ " no varía con el estado de que parte, cumpliéndose tal condición para todo " $i$ " y para todo " $j$ " ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ). En tal

caso, se puede poner:

$$p_{ij} = p_j \quad \text{para todo } i, j = 1, 2, \dots, m \quad (5.1)$$

donde " $p_j$ " es, desde luego, la probabilidad de que el sistema alcance el estado " $E_j$ ". En tal caso, sustituyendo (5.1) en (2.2) la matriz de cambio de estado " $P$ " quedará como sigue:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_m \\ p_1 & p_2 & \dots & p_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1 & p_2 & \dots & p_m \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

A estas cadenas en las que las probabilidades de transición son independientes del estado de origen y, en consecuencia, las matrices de cambio de estado tienen todas las filas iguales, se las califica de "ergódicas".

Evidentemente, a la vista de los resultados ya comentados, la matriz de transición de los movimientos bursátiles en el mercado español, está muy lejos de ser ergódica. Basta recordar que, como además ya era de esperar, la probabilidad de que el "sistema" alcance el estado "j" es mucho mayor si el estado de partida es también "j" que si es cualquier "i ≠ j" (i, j = 1, 2, 3). Efectivamente, como ya se hizo notar, tanto en (3.2) como en (3.5) se cumple que:

$$p_{jj} > p_{ij} \quad \text{para todo } i, j = 1, 2, 3 \text{ siendo } i \neq j$$

"La clara ausencia de identidad entre las filas de la matriz, invalida la hipótesis de que un proceso independiente constituya una explicación aceptable de las variaciones diarias de precios" (1918).

---

(1918) A.M. Bryden: "Share...", ob. cit., p. 54

Existe otro concepto interesante ahora: se dice que una cadena homogénea es "asintóticamente ergódica" si el límite, para "n" tendiendo a infinito, de la potencia "n-ésima" de su matriz de transición existe y es una matriz que tiene todas las filas iguales por ser sus términos independientes de los estados de origen. Es decir, denotando como " $r_{ij}$ " ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ) a los términos de la matriz " $p^n$ ", en las cadenas asintóticamente ergódicas, al tender "n" a infinito, los términos " $r_{ij}$ " tienden a " $r_j$ ", quedando el límite de la matriz como:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p^n = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_m \\ r_1 & r_2 & \dots & r_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1 & r_2 & \dots & r_m \end{bmatrix} = R \quad (5.3)$$

Del mismo modo, se puede poner:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p^n = R$$

Pero:

$$p^{n+1} = p^n \cdot p$$

por lo que, en el límite:

$$R = R \cdot P \quad (5.4)$$

Esta última expresión permite obtener fácilmente los elementos de la matriz "R". Basta observar que de la misma se deduce que:

$$[r_1 \ r_2 \ \dots \ r_m] = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_m] \cdot P \quad (5.5)$$

y, por tanto:

$$\begin{aligned} G &= r_1(p_{11}-1)+r_2 p_{21}+\dots+r_n \cdot p_{n1}\\ \\ G &= r_1 p_{12}+r_2(p_{22}-1)+\dots+r_n \cdot p_{n2}\\ \\ .....\\ \\ G &= r_1 \cdot p_{1n} +r_2 p_{2n}+\dots+r_n(p_{nn}-1) \end{aligned}\tag{5.5}$$

Con lo que se dispone de " $m$ " ecuaciones y " $m$ " incógnitas. Sin embargo, dado que:

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1 \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

las ecuaciones anteriores son complementarias (cualquiera de ellas resulta de la suma de las restantes). Para resolver este pequeño inconveniente, basta sustituir una de ellas por la siguiente:

$$1 = r_1 + r_2 + \dots + r_m \quad (5.7)$$

Con lo que ahora sí se dispone del sistema de ecuaciones que permite calcular las " $r_j$ ".

La matriz de los movimientos bursátiles del mercado español es asintóticamente ergódica. En el cuadro 1 se presentan las potencias de la matriz (3.2) para los primeros



CUADRO N°1: PRIMERAS POTENCIAS DE LA MATRIZ DE TRANSICION  
(2228 sesiones)

|                     |       |       |                     |       |       |
|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|
| <b>EXPONENTE=2</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=17</b> |       |       |
| .7286               | .1452 | .1263 | .3491               | .3088 | .3422 |
| .2109               | .6230 | .1661 | .3423               | .3116 | .3460 |
| .07640              | .1951 | .7285 | .3292               | .3137 | .3571 |
| <b>EXPONENTE=3</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=18</b> |       |       |
| .6393               | .1890 | .1717 | .3471               | .3094 | .3435 |
| .2641               | .5204 | .2156 | .3419               | .3115 | .3466 |
| .1160               | .2440 | .6400 | .3315               | .3132 | .3553 |
| <b>EXPONENTE=4</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=19</b> |       |       |
| .5711               | .2208 | .2081 | .3456               | .3098 | .3446 |
| .2977               | .4512 | .2511 | .3416               | .3114 | .3471 |
| .1525               | .2746 | .5727 | .3333               | .3129 | .3538 |
| <b>EXPONENTE=5</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=20</b> |       |       |
| .5188               | .2441 | .2372 | 0 .3444             | .3102 | .3455 |
| .3186               | .4046 | .2768 | .3413               | .3113 | .3474 |
| .1848               | .2938 | .5214 | .3347               | .3126 | .3527 |
| <b>EXPONENTE=6</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=21</b> |       |       |
| .4785               | .2611 | .2604 | .3434               | .3104 | .3461 |
| .3312               | .3733 | .2955 | .3410               | .3113 | .3477 |
| .2128               | .3051 | .4821 | .3358               | .3124 | .3518 |
| <b>EXPONENTE=7</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=22</b> |       |       |
| .4475               | .2736 | .2788 | .3427               | .3106 | .3467 |
| .3386               | .3523 | .3091 | .3408               | .3113 | .3479 |
| .2365               | .3116 | .4520 | .3367               | .3122 | .3511 |
| <b>EXPONENTE=8</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=23</b> |       |       |
| .4236               | .2829 | .2935 | .3421               | .3108 | .3471 |
| .3426               | .3383 | .3191 | .3407               | .3113 | .3480 |
| .2562               | .3150 | .4287 | .3374               | .3120 | .3506 |
| <b>EXPONENTE=9</b>  |       |       | <b>EXPONENTE=24</b> |       |       |
| .4051               | .2899 | .3051 | .3417               | .3109 | .3474 |
| .3446               | .3290 | .3264 | .3405               | .3113 | .3482 |
| .2725               | .3166 | .4108 | .3380               | .3119 | .3501 |
| <b>EXPONENTE=10</b> |       |       | <b>EXPONENTE=25</b> |       |       |
| .3907               | .2950 | .3143 | .3413               | .3110 | .3477 |
| .3453               | .3228 | .3319 | .3404               | .3113 | .3483 |
| .2859               | .3171 | .3970 | .3384               | .3118 | .3498 |
| <b>EXPONENTE=11</b> |       |       | <b>EXPONENTE=26</b> |       |       |
| .3796               | .2989 | .3215 | .3410               | .3111 | .3479 |
| .3454               | .3187 | .3359 | .3404               | .3113 | .3483 |
| .2967               | .3170 | .3863 | .3388               | .3117 | .3495 |
| <b>EXPONENTE=12</b> |       |       | <b>EXPONENTE=27</b> |       |       |
| .3709               | .3018 | .3273 | 0 .3408             | .3112 | .3480 |
| .3450               | .3160 | .3390 | .3403               | .3113 | .3484 |
| .3055               | .3165 | .3780 | .3390               | .3116 | .3493 |
| <b>EXPONENTE=13</b> |       |       | <b>EXPONENTE=28</b> |       |       |
| .3641               | .3041 | .3318 | .3407               | .3112 | .3481 |
| 0 .3445             | .3142 | .3413 | .3402               | .3113 | .3484 |
| .3125               | .3159 | .3715 | .3392               | .3116 | .3492 |
| <b>EXPONENTE=14</b> |       |       | <b>EXPONENTE=29</b> |       |       |
| .3589               | .3058 | .3354 | .3405               | .3112 | .3482 |
| .3439               | .3131 | .3430 | .3402               | .3113 | .3485 |
| .3162               | .3153 | .3665 | .3394               | .3115 | .3491 |
| <b>EXPONENTE=15</b> |       |       | <b>EXPONENTE=30</b> |       |       |
| .3548               | .3070 | .3382 | .3404               | .3113 | .3483 |
| .3433               | .3124 | .3443 | .3402               | .3113 | .3485 |
| .3227               | .3147 | .3626 | .3395               | .3115 | .3490 |
| <b>EXPONENTE=16</b> |       |       |                     |       |       |
| .3516               | .3080 | .3404 |                     |       |       |
| .3428               | .3119 | .3453 |                     |       |       |
| .3263               | .3142 | .3595 |                     |       |       |

valores del exponente " $n$ " (1019). Como se puede observar, la convergencia es muy rápida. Para calcular el valor de " $P^n$ " cuando " $n$ " tiende a infinito, basta sustituir el valor concreto de las probabilidades de transición en las expresiones (5.6), resultando:

$$\begin{aligned} 0 &= -0.1543 r_1 + 0.1279 r_2 + 0.0032 r_3 \\ 0 &= 0.0345 r_1 - 0.2249 r_2 + 0.1135 r_3 \\ 0 &= 0.0693 r_1 + 0.0970 r_2 - 0.1547 r_3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

---

(1019) Como ya se expuso, los elementos de la matriz " $P^2$ " representan las probabilidades de cambio, del estado " $i$ " al " $j$ " ( $i, j = 1, 2, 3$ ), no en una transición sino en dos. En general, la matriz " $P^n$ " recoge las probabilidades de cambio de estado transcurridas " $n$ " transiciones. Así, la probabilidad de que, después de 15 sesiones, una acción cualquiera, que hoy subió, baje de valor, es, de acuerdo con estos resultados, del 30.70 por cien, frente a una probabilidad de que baje mañana de sólo un 14.52 por cien.

Tomando dos ecuaciones cualesquiera de (5.8) junto con la (5.7), y resolviendo, se obtienen los siguientes valores de las " $r_j$ ":

$$r_1 = 0.3400$$

$$r_2 = 0.3114 \quad (5.9)$$

$$r_3 = 0.3436$$

Por tanto:

$$R = \begin{bmatrix} 0.3400 & 0.3114 & 0.3436 \\ 0.3400 & 0.3114 & 0.3436 \\ 0.3400 & 0.3114 & 0.3436 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

En el límite, la probabilidad de que una acción, en general, ascienda de valor, es de un 34 por cien, siendo de un 31,14 y de un 34,36 por cien, respectivamente, las probabilidades de que baje y repita su cotización previa (4020). Desde otro punto de vista, tales resultados pueden interpretarse como el tanto por ciento de tiempo que, cuando este se toma suficientemente amplio, una acción genérica o "media" habrá permanecido en cada uno de los estados. Si se toma un periodo suficiente, una acción media habrá ascendido en el 34 por cien de las sesiones, habrá descendido en el 31,14 por cien y habrá repetido su cotización previa el 34,36 por cien de las veces.

---

(4020) Como puede verse, los valores de " $\bar{p}_1$ ", " $\bar{p}_2$ " y " $\bar{p}_3$ " son muy cercanos a los de " $\bar{q}_1$ ", " $\bar{q}_2$ " y " $\bar{q}_3$ ". Tal hecho, además de lógico, es congruente con las ecuaciones (3.3). Si en estas se sustituye " $\bar{p}_{it}$ " por " $\bar{q}_{it} - \epsilon_{it}$ " ( $i = 1, 2, 3$ ), donde " $\epsilon_{it}$ " es la diferencia aleatoria entre " $\bar{p}_{it}$ " y " $\bar{q}_{it}$ ", aparecen unas nuevas ecuaciones que deben cumplirse con exactitud en la media (pues la media de " $\epsilon_{it}$ " vale cero). Dado que las medias respectivas de las fracciones " $\bar{q}_{it}$ " son muy próximas a las de " $\bar{q}_{it-1}$ ", en la media las expresiones de (3.3) y las de (3.5) son muy semejantes. De ahí los resultados.

Repetidos los cálculos con la matriz (3.6) (resultante, como se recordará, de los cálculos efectuados con las 1114 primeras sesiones de la muestra), se observa que, al igual que en el caso de la (3.2), no sólo existe la potencia límite, sino que, además, la convergencia hacia ella es muy rápida (cuadro número 2). La "matriz asíntota" de la (3.6) vale:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = R = \begin{bmatrix} 0.3913 & 0.2938 & 0.3149 \\ 0.3913 & 0.2938 & 0.3149 \\ 0.3913 & 0.2938 & 0.3149 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Resultados, estos, relativamente semejantes a los de (5.10) y a los que cabe trasladar las mismas interpretaciones y comentarios.

CUADRO N°2: PRIMERAS POTENCIAS DE LA MATRIZ DE TRANSICION  
(1114 sesiones)

|              |       |       |              |       |       |
|--------------|-------|-------|--------------|-------|-------|
| EXPONENTE=2  |       |       | EXPONENTE=17 |       |       |
| .6717        | .1318 | .1965 | .3924        | .2927 | .3149 |
| .1747        | .6276 | .1977 | .3898        | .2953 | .3149 |
| .2448        | .1837 | .5715 | .3911        | .2938 | .3151 |
| EXPONENTE=3  |       |       | EXPONENTE=18 |       |       |
| .5827        | .1751 | .2422 | .3920        | .2931 | .3149 |
| .2323        | .5242 | .2435 | .3902        | .2949 | .3149 |
| .3016        | .2264 | .4719 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=4  |       |       | EXPONENTE=19 |       |       |
| .5223        | .2074 | .2703 | .3918        | .2933 | .3149 |
| .2754        | .4532 | .2714 | .3905        | .2946 | .3149 |
| .3364        | .2526 | .4110 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=5  |       |       | EXPONENTE=20 |       |       |
| .4813        | .2312 | .2875 | .3916        | .2934 | .3149 |
| .3073        | .4043 | .2884 | .3907        | .2943 | .3149 |
| .3577        | .2686 | .3737 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=6  |       |       | EXPONENTE=21 |       |       |
| .4533        | .2486 | .2981 | .3915        | .2936 | .3149 |
| .3306        | .3706 | .2988 | .3909        | .2942 | .3149 |
| .3707        | .2784 | .3509 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=7  |       |       | EXPONENTE=22 |       |       |
| .4341        | .2613 | .3046 | .3914        | .2936 | .3149 |
| .3476        | .3472 | .3051 | .3910        | .2941 | .3149 |
| .3797        | .2843 | .3370 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=8  |       |       | EXPONENTE=23 |       |       |
| .4209        | .2706 | .3086 | .3914        | .2937 | .3149 |
| .3600        | .3310 | .3090 | .3911        | .2940 | .3149 |
| .3836        | .2880 | .3284 | .3912        | .2938 | .3150 |
| EXPONENTE=9  |       |       | EXPONENTE=24 |       |       |
| .4118        | .2772 | .3110 | .3913        | .2937 | .3149 |
| .3689        | .3198 | .3113 | .3911        | .2940 | .3149 |
| .3865        | .2903 | .3232 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=10 |       |       | EXPONENTE=25 |       |       |
| .4055        | .2820 | .3125 | .3913        | .2938 | .3149 |
| .3753        | .3120 | .3128 | .3911        | .2939 | .3149 |
| .3884        | .2916 | .3200 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=11 |       |       | EXPONENTE=26 |       |       |
| .4012        | .2854 | .3135 | .3913        | .2938 | .3149 |
| .3799        | .3065 | .3136 | .3912        | .2939 | .3149 |
| .3895        | .2925 | .3180 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=12 |       |       | EXPONENTE=27 |       |       |
| .3982        | .2878 | .3140 | .3913        | .2938 | .3149 |
| .3832        | .3027 | .3141 | .3912        | .2939 | .3149 |
| .3902        | .2930 | .3168 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=13 |       |       | EXPONENTE=28 |       |       |
| .3961        | .2896 | .3144 | .3913        | .2938 | .3149 |
| .3855        | .3090 | .3145 | .3912        | .2939 | .3149 |
| .3906        | .2933 | .3161 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=14 |       |       | EXPONENTE=29 |       |       |
| .3946        | .2908 | .3146 | .3912        | .2938 | .3149 |
| .3872        | .2982 | .3147 | .3912        | .2938 | .3149 |
| .3908        | .2935 | .3157 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=15 |       |       | EXPONENTE=30 |       |       |
| .3936        | .2917 | .3147 | .3912        | .2938 | .3149 |
| .3883        | .2969 | .3148 | .3912        | .2938 | .3149 |
| .3910        | .2936 | .3154 | .3912        | .2938 | .3149 |
| EXPONENTE=16 |       |       |              |       |       |
| .3929        | .2923 | .3148 |              |       |       |
| .3892        | .2960 | .3148 |              |       |       |
| .3911        | .2937 | .3152 |              |       |       |

#### 6- COMPARACION CON EL MERCADO DE LONDRES.

En 1969, Dryden (101), en un brillante artículo, presentó las conclusiones obtenidas al aplicar este enfoque markoviano al análisis de los movimientos bursátiles del mercado de valores de Londres. Este trabajo presenta un gran interés ahora, pues, a la vista de las conclusiones obtenidas cuando se utilizó la metodología de Theil y Leenders, el mercado de Londres es el que parece tener, en lo que a dependencia y predictibilidad se refiere, un mayor parecido con la Bolsa de Madrid. Comparando ahora los resultados que, al aplicar este enfoque markoviano, se obtuvieron en el mercado londinense, y los que aquí se han presentado en relación con el madrileño, se podrá obtener nueva luz sobre los parecidos y diferencias existentes entre ambos.

Unas primeras conclusiones sobre este tema, se pueden obtener a la vista del cuadro 3, en el que, junto a los

---

(101) M.M. Dryden: "Share Price...", ob. cit.

CUADRO Nº 3: ANALISIS COMPARATIVO ENTRE LA BOLSA DE LONDRES Y LA DE MADRID

|                 | L O N D R E S                      |   |   | M A D R I D                        |  |
|-----------------|------------------------------------|---|---|------------------------------------|--|
|                 | Primer análisis<br>(1097 sesiones) | Segundo análisis<br>(547 primeras se-<br>siones). | Tercer análisis<br>(550 últimas se-<br>siones). | Primer análisis<br>(2228 sesiones) | Segundo análisis<br>(1114 primeras se-<br>siones). |
| P <sub>11</sub> | 0.586                              | 0.503   | 0.641   | 0.8457                             | 0.8037   |
| P <sub>12</sub> | 0.073                              | 0.098   | 0.046   | 0.0845                             | 0.0745   |
| P <sub>13</sub> | 0.340                              | 0.399   | 0.313   | 0.0698                             | 0.1218   |
| P <sub>21</sub> | 0.070                              | 0.084   | 0.049   | 0.1279                             | 0.0986   |
| P <sub>22</sub> | 0.639                              | 0.571   | 0.692   | 0.7751                             | 0.7786   |
| P <sub>23</sub> | 0.292                              | 0.345   | 0.259   | 0.0970                             | 0.1218   |
| P <sub>31</sub> | 0.079                              | 0.100   | 0.069   | 0.0362                             | 0.1519   |
| P <sub>32</sub> | 0.064                              | 0.076   | 0.056   | 0.1185                             | 0.1140   |
| P <sub>33</sub> | 0.857                              | 0.825   | 0.875   | 0.8453                             | 0.7341   |



resultados obtenidos por Dryden (1971) para la Bolsa de Londres, se han recogido los correspondientes a la de Madrid. Como se puede observar, los valores de las probabilidades de permanencia en nuestro mercado, que ya se habían destacado como muy altos, cobran toda su dimensión cuando se les compara con los de la Bolsa de Londres. Salvo para el estado de "repetición", cuya probabilidad de permanencia tiene en el mercado londinense, un valor muy por encima de los correspondientes a los otros dos estados, en general, la probabilidad de que una acción, que está en un determinado estado en la jornada "t", continúe en el mismo estado en la sesión "t+1", es superior en la Bolsa de Madrid. En otras palabras, tomada una acción genérica que subió (bajó) de valor en una determinada sesión de la Bolsa de Madrid, y tomada otra que también subió (bajó) en esa jornada en la Bolsa de Londres, la probabilidad de que vuelva a subir (bajar), en la jornada siguiente, es muy superior para aquella que para esta. Si se toman dos

---

(1971) Los datos primarios utilizados por Dryden en este estudio, son los mismos que empleó en su análisis basado en la metodología de Theil y Leenders y que se expusieron anteriormente.

acciones, una de cada bolsa, que repitieron de cotización en tal jornada, la probabilidad de que permanezcan en el mismo estado de "repetición" en la sesión siguiente, es bastante similar entre ambos mercados, pero quizás algo inferior en la Bolsa de Madrid, si bien, en este caso, las conclusiones son diferentes según cuales sean los análisis en que se basen. En general, pues, estos resultados confirman que la dependencia de los movimientos bursátiles diarios es, en el mercado de valores español, superior que en el de Londres.

El lector observador podrá encontrar otras diferencias entre ambos mercados. Así, en el mercado español, a diferencia del británico, la probabilidad de que el "sistema" pase del estado "i" al "j", se aproxima bastante a la probabilidad de transición del "j" al "i", cualesquiera que sean "i" y "j". Además, pueden encontrarse interesantes semejanzas. Así, también en el mercado de Londres, se cumplen las propiedades lógicas encontradas en el madrileño cuando se estudiaron las primeras 1114 sesiones de la muestra; es-

to es, definido el estado de "repetición" como intermedio entre el de "alza" y el de "baja", la probabilidad de que un título pase bruscamente de un estado "extremo" (lo son los de "alza" y "baja") al otro estado "extremo", siempre es inferior a la de cambio al estado "intermedio", etc...

En otro trabajo( 4023 ), Dryden también comparó las capacidades predictiva y explicativa de la regla " $(I, \alpha)$ " óptima, con las de la basada en la matriz de transición. Sus resultados son similares a los obtenidos en el mercado madrileño: ni la diferencia entre las capacidades predictivas de ambas reglas, ligeramente favorable a la basada en la matriz de transición, ni la encontrada al medir sus capacidades explicativas, mínimamente favorable ahora a la regla " $(II, \alpha)$ " óptima, permitieron a Dryden ofrecer otra conclusión que la de que la superioridad a favor de una regla, "si existe, es marginal"( 4024 ).

---

( 4023 ) M.H. Dryden: "Short-Term...", ob. cit., pp. 245-247

( 4024 ) Ibid., p. 247

APENDICE N°1: FUNCION APL "EXP"

▽ EXP

```
[1] IT1+IT2+0
[2] V+(PQ)[2]
[3] ZZ:Q1+Q[;1]+(+/Q[;1])
[4] Q2+Q[;2]+(+/Q[;2]
[5] P21+(PIJ[;1]+.×Q1),(PIJ[;2]+.×Q1),(PIJ[;3]+.×Q1)
[6] IT1+IT1++/Q2×2+P21
[7] P22+(A×Q1)+(1-A)×QA
[8] IT2+IT2++/Q2×2+P22
[9] Q+ 0 1 +Q
[10] +ZZ×1(PQ)[2]z2
[11] 'INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON LA MATRIZ DE TRANSICION:'
[12] [+ITP+IT1+V-1
[13] 'INEXACTITUD MEDIA DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON LA PEGLA A,N:'
[14] [+ITA+IT2+V-1
```

▽

RESUMEN Y PRINCIPALES CONCLUSIONES

No es posible tratar la TTE sin hacer, previamente, referencia a la TRA, pues fué, precisamente, buscando una justificación económica a la evidencia encontrada a favor de las hipótesis de esta última, que se comenzó a tratar la eficiencia de los mercados de valores.

Ambas teorías se desarrollaron entre las investigaciones de la realidad y las justificaciones teóricas de los hechos observados. Así, al margen de algún importante antecedente (1025) es como reacción frente al análisis técnico, y favoreciendo, en principio, al análisis fundamental (1026) -en la

---

( 1025) Como el estudio realizado por Bachelier ("Theory...", ob. cit.), en 1900, para defender y contrastar la idea de que los precios de los títulos evolucionaban a través de sucesivos incrementos independientes entre sí, utilizando el término "juego limpio" para significar que, si como precio esperado para cada día se tomara el último conocido, la suma de esas diferencias, en la media sería cero.

( 1026) Los principios básicos de estas formas de análisis y la polémica entre ambas, fueron presentados en el epígrafe 2 del primer capítulo.

polémica abierta entre ambos-, como comenzaron, a principios de los años 30, una serie de estudios tendentes a comprobar si existía dependencia en los movimientos bursátiles (41). En esa primera fase, los principales nombres fueron los de Cowles (1928) y Working (1934). A sus conclusiones favorables a la hipótesis de independencia -derivadas del estudio del éxito obtenido por los expertos en sus recomendaciones públicas de inversión, y de análisis estadísticos- siguieron las de

---

(1928) Capítulo 1, epígrafe 3.

(1928) A. Cowles:

- "Can Stock...", ob. cit.
- "Stock Market...", ob. cit.
- "A Revision of...", ob. cit.

Este último trabajo corrige algunos errores cometidos por A. Cowles y H.E. Jones en: "Some a...", ob. cit.

(1934) H. Working:

- "A Random-Difference...", ob. cit.
- "A Theory of...", ob. cit.
- "New Ideas and...", ob. cit.
- "Note on...", ob. cit.

Kendall ( 1030 ) (quien encontró cierto grado de dependencia en algunas series, lo que, a juicio de Working ( 1031 ) fué debido a errores estadísticos) y Kruizenga ( 1031 ). Estos autores, además, comenzaron a estudiar la forma de la distribución de las variaciones de precios y su estabilidad en el tiempo.

Los analistas técnicos reaccionaron, frente a los estudios estadísticos de dichos autores, señalando que se habían referido a las simples relaciones lineales, a las que consideraron demasiado rígidas y poco sofisticadas para detectar las complicadas pautas sobre las que, a menudo, se basan los procedimientos técnicos. De ahí el interés del artículo publicado por Roberts, en 1959 ( 1032 ), quien elaboró una serie de gráficos, generados a partir de series construidas mediante simple adición de números aleatorios, para mostrar que en ellas

---

( 1030 ) M.G. Kendall: "The Analysis...", ob. cit.

( 1031 ) H. Working: "Note on...", ob. cit.

( 1031 ) R.J. Kruizenga: "Profit Returns...", ob. cit.

( 1032 ) H.V. Roberts: "Stock Market Patterns...", ob. cit.



podían encontrarse las figuras del análisis "técnico-gráfico".

Otros estudios que contribuyeron al desarrollo y difusión de la TRA fueron, entre otros, los de Osborne (1934) —basado en los movimientos brownianos—, Larson (1935) —quien utilizó el "índice de continuidad" de Working (1936)—, Alexander (1937) —quien empleó la regla de los filtros, siendo criticado por Mandelbrot (1963), Fama (1974) y Fama y Blume (1974)—, Cootner (1962) —quien defendió la teoría de las barreras re-

---

(1934) H.F.M. Osborne: "Brownian Motion...", "Periodic Structure..." y "The Dynamics...", ob. cit.

(1935) A.B. Larson: "Measurement...", ob. cit.

(1936) H. Working: "New Ideas...", ob. cit.

(1937) A. Alexander: "Price Movements..." y "Price Movements ... nº 2", ob. cit.

(1963) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.

(1974) E.F. Fama: "The Behaviour...", ob. cit.

(1974) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter Rules...", ob. cit.

(1962) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit.

flectantes-, Moore ( 1942 ) -quien empleó, junto a coeficientes de autocorrelación, estudios de direcciones, como tests no paramétricos-, Godfrey, Granger y Morgenstern ( 1943 ) -quienes obtuvieron conclusiones favorables a las hipótesis de la TRA utilizando el análisis espectral- y Mandelbrot ( 1944 ), quien defendió la hipótesis de que la distribución de las variaciones de precios era una pareto-estable no normal, siendo apoyado por Fama ( 1945 ).

A mediados de los años 60, ya se había acumulado, así, evidencia a favor de las dos hipótesis fundamentales de la TRA:

- 
- ( 1942 ) A.B. Moore: "Stock Prices...", ob. cit.
- ( 1943 ) -C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral Analysis...", ob. cit.
- H.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random...", ob. cit.
- ( 1944 ) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.
- ( 1945 ) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", "The Distribution...", y "The Behavior...", ob. cit.

- la de la independencia de los movimientos de precios
- la de la constancia, en el tiempo, de la distribución de dichos movimientos.

Sin embargo, tal evidencia no debe interpretarse como una aceptación generalizada de las hipótesis de la TFA que, aún hoy, continúan siendo discutidas. Más aún, entre los tratadistas de la TFA, faltó unanimidad en cuanto a la definición de las variables a las que debía aplicarse la hipótesis de independencia, e incluso, a la propia noción de independencia (1946). Así:

- Algunos autores, entre los que cabe contar al proprio Bachelier (por lo que fué criticado por Mandelbrot (1943)) refirieron la hipótesis de independen-

---

(1946) Capítulo 1, epígrafe 5.

(1943) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit., p. 304.

cia a las primeras diferencias de los sucesivos precios, en tanto que otros defendieron su aplicación a las primeras diferencias de los logaritmos de los precios y no de estos en sí mismos; posición, ésta, que, defendida sobre la proposición de que los inversores del mercado están interesados en las variaciones proporcionales del valor de los títulos, más que en los valores absolutos, ha ido imponiéndose.

- Frente a la concepción estadística rigurosa, se defendió la consideración del supuesto de independencia, como una "adecuada descripción de la realidad", en la medida en que el grado de dependencia, de las series de variaciones de precios, no fuera suficiente para permitir que la historia pasada de las series pudiera ser utilizada para predecir el futuro de modo que permitiera unos beneficios esperados

superiores a los que se obtendrían bajo un ingenuo modelo de compra y mantenimiento.

- Más aún; dentro de lo que se dió en llamar concepto o argumento "económico" del recorrido aleatorio -para distinguirlo del "estadístico"- llegó a defenderse, con poca aceptación, la utilización de la "estrategia del reequilibrio", como alternativa de comparación, en lugar de la ECM.

- En cuanto al punto de vista estadístico, al confusio nismo existente contribuyó la utilización de distintos tipos de procesos estocásticos, según los diversos autores, para describir el comportamiento de las variables definidas. Entre las hipótesis de independencia estudiadas, las tres más importantes son:

- a) La secuencia de precios es una martingala
- b) La secuencia de los logaritmos de precios es una martingala

c) La secuencia de las tasas de retorno es una submartingala en relación a la información de los precios anteriores.

Por otra parte, fué relativamente frecuente el olvido de la hipótesis de constancia en la distribución de los movimientos de precios. Más aún, como señalaba Granger, y "resulta bastante claro de estas definiciones,.... se podrían postular cualquier número de otras formas del modelo de recorrido aleatorio y, si aparece la necesidad, probablemente surjan otras versiones" (1941).

En cuanto a la distribución de probabilidad de los movimientos de precios (1941), se destacaron dos hipótesis:

- La denominada hipótesis "normal", "gaussiana" o "de

---

(1941) C.W.J. Granger: "A Survey of...", ob. cit., p. 4.

(1941) Capítulo 1, epígrafe 6.

Bachelier-Osborne", según la cual las variaciones de precios se ajustan a una distribución normal. Tal hipótesis fué defendida sobre la base del teorema central del límite.

- La denominada hipótesis "pareto-estable" o de "Lévy-délabrot", según la cual las variaciones de precios se ajustan a una distribución estable de "Levy-Pareto" con exponente característico inferior a dos y superior a la unidad. Tal hipótesis fué defendida, en principio, sobre una base sustancialmente empírica, dadas las desviaciones de la normalidad observadas por diversos autores entre los que cabe contar a algunos de los defensores del supuesto de normalidad (Kendall, Kruizenga, Osborne, Moore).

Mandelbrot (1950) y Fama (1951) defendieron la hipótese

---

(1950) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit.

(1951) E.F. Fama: "Mandelbrot and...", ob. cit.

sis "pareto-estable", como alternativa operativa, no obstante los intentos de explicación de las desviaciones de la normalidad que desarrollaron varios autores (entre tales intentos destaca el realizado por Cootner (1952) mediante la "teoría del recorrido aleatorio con barreras"). Las "pareto-estables" o de "Levy-Pareto" son una familia de distribuciones entre las que se encuentra la distribución normal, para la que el exponente característico (" $\alpha$ "), que determina la altura, o contenido total de probabilidad, de las colas extremas de la distribución, toma el máximo valor posible (" $\alpha$ " puede tomar cualquier valor superior a cero y no mayor que dos). Tales distribuciones cobran toda su importancia por cumplir las propiedades de estabilidad, o invarianza con la adición, y de ser las únicas distribuciones límites posibles para las sumas de las variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Entonces, si se considera cualquier variación de precios, correspondiente a cierto intervalo, como la suma de las variaciones ha

---

(1952) P.H. Cootner: "Stock Prices...", ob. cit.



bidas, de transacción a transacción, durante dicho intervalo, y si tales variaciones son variables pareto-estables independientes e idénticamente distribuidas, la correspondiente al intervalo completo (día, semana, mes) también lo será, y de la misma forma, exactamente, excepto en cuanto al origen y escala (si las variaciones diarias se distribuyen normalmente con media " $\bar{x}$ " y varianza " $\sigma^2$ ", las correspondientes a 3 días se distribuirán también normalmente pero con media " $3\bar{x}$ " y varianza " $3\sigma^2$ ").

Si las distribuciones de las variaciones de precios fueran pareto-estables no normales, aparecerían una serie de problemas para aplicar, sobre ellas, la mayor parte de las técnicas estadísticas tradicionales (regresión lineal por mínimos cuadrados, análisis de correlación, análisis espectral, etc.). Baste observar, a este respecto, que, cuando su exponente característico es inferior a dos, estas distribuciones no tienen varianza finita. Sin embargo, dado que las desviaciones observadas, respecto a la normalidad, han sido, en general, muy pe-

queñas, la mayor parte de los autores se han venido decidiendo por considerar válidas, tales técnicas estadísticas, para muestras suficientemente grandes. Comentaba Granger a este respecto que "cuanto más se familiariza uno con las propiedades estadísticas de las variables aleatorias de varianza infinita, más tranquilo está al utilizar las técnicas estadísticas estándar" (1953).

Entre las hipótesis de la TRA, la que más llamó la atención de los profesionales del mercado de valores y de los economistas, fué la relativa a la independencia de los movimientos bursátiles. Acumulada, a mediados de los años 60, suficiente evidencia a favor de la misma (cuando menos, en el mercado de Nueva York), la interrogante inmediata, de cuya resolución iría surgiendo el concepto de mercado de valores eficiente, y a la que se fué dando respuesta de forma simultánea al desarrollo de las investigaciones empíricas, fué la relativa a las

---

(1953) C.W.J. Granger: "A Survey...", ob. cit., p. 18.

condiciones que provocaban tal hecho. Descartada la explicación que considera la independencia como un simple reflejo de un mecanismo de precios que no tiene relación alguna con el mundo económico real ni con los acontecimientos sociales o políticos, en la evolución de las argumentaciones realizadas por los diversos autores, cabe reseñar las explicaciones de (1914)

- Taussig (1915), quien, en 1921, destacó como, dada la gran cantidad de factores a tener en cuenta y la incertidumbre del mundo real, sería imposible que, no ya un individuo, sino aún el concurso de todos los participantes del mercado -reflejado en el precio- pudieran determinar con exactitud el valor intrínseco de un bien. En consecuencia, el precio fluctuaría en una "penumbra" alrededor de dicho valor. La distancia entre cualquier límite de la penumbra y el valor in-

---

(1914) Capítulo 1, epígrafe 4.

(1915) F.W. Taussig: "Is Market...", ob. cit.

trínseco debería ser , tan solo, la suficiente para que la acción de los especuladores atentos provocara una reacción del precio o, al menos, una detención, al llegar a dicho límite. Según la interpretación de Taussig, que diversos autores -entre los que cabe mencionar a Larson (1956), Mandelbrot (1957) y Moore (1958)- trajeron a colación en este ámbito, junto a los movimientos de precios producidos dentro de la penumbra (movimientos a corto y muy corto plazo provocados por la incertidumbre), habría que considerar los debidos a la acción de los manipuladores del mercado, quienes, comprando o vendiendo, tratan de inducir a otros inversores a que les sigan para, luego, "vender caro" o "comprar barato". Tanto aquellos como estos movimientos de precios, se producirían aleatoriamente en su dimensión y en el tiempo.

---

( 1956 ) A.B. Larson: "Measurement...", ob. cit., p. 315.

( 1957 ) B. Mandelbrot: "The Variation of Certain...", ob. cit. p. 410.

( 1958 ) A.B. Moore: "Some Characteristics...", ob. cit., pp. 150 y 152.

- Working (1959), quien, en 1958, insistió, especialmente, en los movimientos de precios derivados de la nueva información que llega al mercado, modificando, con ello, las expectativas de los inversores, de las que dependen la oferta y la demanda que fijan los precios de los títulos. Bastaría, vino a señalar Working, que la información se generara aleatoriamente, para que las variaciones de precios, producidas por la misma, fueran aleatorias.

- Osborne (1960), cuya explicación podría considerarse derivada de la conjunción de las dos anteriores. Si los sucesivos "bits" de nueva información llegaran independientemente al mercado, y si la incertidumbre concerniente a los valores intrínsecos no diera lugar a pautas consistentes, las sucesivas variaciones de precios serían, en la concepción de este autor, independientes.

---

(1959) H. Working: "A Theory...", ob. cit.

(1960) H.F.M. Osborne: "Brownian...", ob. cit.

- Roberts (1961), quien, siguiendo algunas ideas de Tau ssig, justificó la independencia de los movimientos de precios en base a la competencia entre los participantes que haría que se eliminara cualquier beneficio por encima del mínimo requerido para inducirles a continuar en el mercado. "Si el mercado se comportara como una rueda de ruleta mecánicamente imperfecta, la gente notaría las imperfecciones y, actuando sobre ellas, las haría desaparecer" (1962).

- Cootner (1963), cuya interpretación, derivada de una combinación del enfoque de Working con el de Roberts, se basa en la idea de que "el mercado bursátil es un mercado organizado, altamente competitivo,... un mercado perfecto" (1964) por lo que, si cualquier grupo sustancial pensara que los precios son demasiado ba-

---

(1961) H.V. Roberts: "Stock Market...", ob. cit.

(1962) Ibid, p. 7.

(1963) P. H. Cootner: "Stock Prices..", ob. cit.

(1964) Ibid, p. 25.

jos (altos), sus compras (ventas) los forzarían al alza (baja). "En este ámbito, las únicas variaciones de precios que podrían ocurrir, serían las resultantes de nueva información. Dado que no hay razón para esperar que la información no sea aleatoria en su aparición, las variaciones de periodo a periodo, del precio de un valor, deberían ser movimientos aleatorios, estadísticamente independientes entre sí. El nivel de los precios, bajo estas condiciones, describiría lo que los estadísticos denominan un recorrido aleatorio, y los físicos un movimiento browniano" (1965). Cootner planteó, además, un mecanismo de precios, próximo al de la "penumbra" de Taussig, basado en la existencia de inversores, analistas y especuladores profesionales, junto a individuos que sólo consideran el análisis del mercado de valores como una actividad marginal. Los beneficios de aquellos se derivan "de la observación del recorrido aleatorio de

---

( 1965 ) Ibid., p. 26.

los precios de los activos, producido por los no profesionales, hasta que el precio se encuentra suficientemente lejos, del precio esperado, como para justificar la perspectiva de un rendimiento adecuado" (1966). La competencia entre los profesionales impedirá que el precio se aleje demasiado del valor intrínseco, moviéndose dentro de una "penumbra a la Taussig", dando lugar, todo ello, a un "recorrido aleatorio con barreras reflectantes".

- Fama, quien, en 1965 (1967), tomando, consciente o inconscientemente, las ideas mas interesantes de los autores anteriores, vino a delimitar un mercado, que se calificó de "eficiente", en el que la competencia existente entre los numerosos analistas sofisticados y profesionales del mismo, haría que el precio de cualquier

---

(1966) Ibid., p. 27.

(1967) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit., pp. 37 y ss.



título reflejara su verdadero valor intrínseco. Este valor intrínseco está en constante estado de flujo, a justándose a cualquier nueva información, por lo que también lo estará el precio, que descontará automáticamente toda información que influya en dicho valor. Pero, la auténticamente nueva información aparecería aleatoriamente y la que pudiera predecirse en función de otra información anterior, sería instantáneamente descontada cuando esta última apareciera. Por ello, los movimientos de precios producidos por estos ajustes a la nueva información, serían aleatorios, sobre justándose, además, a la nueva información, con la misma frecuencia con que se subajustarían. El retardo que pudiera existir en el completo ajuste de los precios a los sucesivos valores intrínsecos, sería, en sí mismo, una variable aleatoria independiente, algunas veces precediendo a la nueva información que es la base del cambio, y otras veces, siguiéndola. Los especuladores profesionales y analistas sofisticados tratarían de aprovechar cualquier tipo de dependencia o pauta de com

portamiento, haciéndola desaparecer.

Dada la incertidumbre del mundo real, destacó también Fama, no es posible determinar con exactitud el valor intrínseco de un título, y el desacuerdo existente entre los inversores, en relación al mismo, podría producir a discrepancias entre precios y valores intrínsecos. Sin embargo, estas discrepancias deberían dar lugar a oscilaciones aleatorias de aquellos en torno a estos, pues las discrepancias de carácter sistemático desaparecerían cuando los inversores y analistas atentos al mercado trataran del aprovecharlas, lo que, dada la fuerte competencia existente, debería producirse en cuanto las pautas hicieran su aparición.

A mediados de los años 60, ya se había definido, pues, un mercado en el que todos los movimientos de precios —esto es, tanto los producidos por la nueva información, como los "ruidos" derivados de la incertidumbre y del consiguiente desacuer-

do existente en torno al monto de los valores intrínsecos- serían aleatorios. La independencia de los movimientos bursátiles se explicó, no por una falta de conexión entre los precios y los acontecimientos económicos, políticos o sociales, sino, precisamente, por la rapidez del ajuste de los precios a toda información relevante aparecida. Así, se derivaría el concepto de mercado eficiente. Cabe, pues, generalizando, afirmar que:

- La hipótesis del mercado eficiente tiene su génesis en la TRA.
- Tanto en el caso de la TIE como en el de la TRA, la evidencia empírica existió antes de que apareciera la teoría. Primero, se descubrieron los resultados empíricos y, entonces, se hizo un intento de desarrollar una teoría que permitiera la explicación de estos resultados. Tras estos hechos, se descubrieron tanto nuevos resultados como nuevos desarrollos teóricos.

En lo que algunos autores han considerado como una vuelta a la teoría económica de los mercados competitivos, se denominó "mercado eficiente" (168) a aquel en el que los precios reflejan totalmente la información disponible y, por implicación, los precios reaccionan instantánea e insesgadamente a la nueva información; en un mercado eficiente, los precios observados de los títulos, en cualquier momento, están basados en una "correcta" evaluación de las consecuencias de los pasados acontecimientos y de las expectativas expresadas sobre los acontecimientos futuros. Así, el precio de cualquier valor será, en todo momento, una estimación insesgada de su valor intrínseco y, dado que los precios corrientes reflejan toda la información disponible, será totalmente imposible prever sus variaciones, que sólo podrán producirse por acontecimientos imprevisibles o por la natural incertidumbre existente en torno al valor intrínseco, no dando lugar, ninguna de tales causas, a pautas sistemáticas de comportamiento.

De la eficiencia, así definida, de un mercado de valores, depende su capacidad para valorar, adecuadamente, los títulos valores y, con ello, las empresas cotizadas en el mismo.

---

(168) Capítulo 2, epígrafe 2.

Pero, además, cuanto mejor sea esa valoración, más fidedigna será la información proporcionada por los precios y más perfecta, en suma, la asignación de recursos basada en los mismos. La eficiencia de los mercados de valores tiene, pues, implicaciones:

- Estrictamente empresariales.- El objetivo financiero de la empresa, según la posición neotradicional más extendida, consiste en la maximización de su valor para los accionistas, por lo que interesa saber en qué medida influyen, en los precios de sus títulos, las decisiones y acciones tomadas en el seno de la misma. La empresa toma, además, del mercado de valores, datos fundamentales para la toma de decisiones, como el coste del capital, cuya cuantía no se puede determinar si no atendiendo a las cotizaciones de los títulos, en las que, junto a las expectativas de renta y los momentos de su generación, se refleja la valoración que los inversores hacen del riesgo que comporta la inversión en los mismos. La eficiencia de los mercados de valores se podría juzgar por la medida en que el coste de capital de cada firma, fuera determinado por una racional e insesgada ponderación de toda la infor-

nación relevante disponible. En un mercado eficiente, el valor de cada empresa y el coste de su capital, serán los que estrictamente le correspondan, de acuerdo con sus condiciones y circunstancias, según el criterio de los inversores.

- De carácter general.- Del acierto del mercado en su función de valoración, dependerá el que tenga en la de información y, en suma, la mayor o menor perfección de su actuación en la asignación de recursos. Uno de los factores más importantes a considerar para el desarrollo económico de los países con economía de mercado, es la consecución de un mercado de capitales eficiente.

- Para los inversores.- A medida que aumente la eficiencia del mercado de valores, más difícil será la manipulación de las cotizaciones y el inversor, el pequeño inversor fundamentalmente, podrá tener una mayor confianza en que, cuando compra un título, paga por él lo que realmente vale, y en que, cuando desee desprenderse del mismo, dispondrá de un mercado que pagará por él lo que realmente valga.

- Para los analistas y gestores de carteras institucionales o individuales, a quienes quedarían, como importantes tareas que cumplir, la determinación del nivel de riesgo para la cartera gestionada, la consecución, mediante la diversificación de la inversión, de tal nivel de riesgo, la periódica revisión de la aptitud del mismo, su mantenimiento, la gestión precisa para minimizar impuestos y costes de transacciones, y la determinación de las inversiones adicionales precisas para absorber las nuevas aportaciones, así como de las que corresponde liquidar para hacer desembolsos (todo ello, atendiendo a la cartera, como unidad de análisis, y no a los títulos individuales en sí mismos).

- Para la contabilidad externa de las empresas.- Algunos de los inputs de información del mercado están constituidos por outputs de los procesos contables. Sobre esta base elemental, se construyeron los denominados "tests de asociación", fundamentados en la idea de que, si el mercado descontara toda la informa-

ción en el momento de su publicación, la relevancia y novedad de los datos contables podría medirse por el movimiento de precios provocado por los mismos. Aunque estos tests deben contar con importantes limitaciones (relativas a la consideración de los costes, los posibles efectos sociales de las distintas alternativas contables, la existencia, junto a los inversores, de otros destinatarios de los informes contables, etcétera); dentro de lo que algún autor, no sin cierta exageración, ha considerado "la innovación más importante realizada por los investigadores contables en la pasada década" (1969), fueron defendidos como medio para determinar las fuentes de información idóneas, los mejores procedimientos contables, la solución a algunos problemas relacionados con la homogeneización de los datos ofrecidos por las distintas empresas, etcétera. En cualquier caso, a medida que el mercado de valores fuera más eficiente, tanto más di-

---

( 1969 ) A.R. Abdel-Khalik: "The Efficient Market Hypothesis..", ob. cit., p. 792.



fficial sería la manipulación de las cotizaciones mediante los informes contables, y tanto menos acertadas serían, en este sentido, ciertas posturas que aconsejan la utilización de uno u otro procedimiento contable para obtener unas mayores cotizaciones de los títulos.

Evidentemente, tales implicaciones se encuentran fuertemente interrelacionadas. Más aún, de la consideración de cualesquiera de ellas pueden derivarse otras. Así, cabe considerar que la mayor confianza del inversor en el mecanismo de formación de precios, debería favorecer el incremento del flujo de ahorro hacia el mercado y, dadas las interrelaciones existentes entre mercado primario y secundario, hacia la inversión productiva, lo que constituye una importante implicación de cara a la función de financiación del mercado de valores. Consecuentemente, la eficiencia del mercado favorecería la financiación a largo plazo de las empresas, pero también ayudaría a que las mayores facilidades de financiación (en volumen y coste) correspondieran a aquellas empresas que realmente lo merecieran

desde el punto de vista de los inversores; punto de vista este que, también hay que tenerlo presente, puede no coincidir con ciertas consideraciones de tipo social.

Estas implicaciones de la eficiencia del mercado de valores, muestran el interés de saber:

- En qué nivel de eficiencia se encuentran los distintos mercados.
- Que condiciones y circunstancias favorecen la eficiencia.

En cuanto a este último punto, junto a las de carácter "suficiente pero no necesario" (1070) (nulidad de los costes de transacciones, libre y gratuita disponibilidad de toda la información existente, y homogeneidad en el horizonte de inversión y en las expectativas, concernientes a los precios, entre todos los inversores), en la literatura se han venido destacando

---

(1070) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 336.

do las siguientes condiciones y circunstancias (1011):

- Los tradicionales criterios de homogeneidad de las mercancías intercambiadas, gran número de compradores y vendedores, y relativa facilidad para entrar y salir del mercado, que parecen cumplirse, en el mercado de valores, con cierto grado de aproximación.
- La existencia de un gran número de analistas profesionales e inversores muy sofisticados en fuerte competencia.
- La adecuada actuación de los gestores de inversiones institucionales.
- La transparencia del mercado, caracterizada por la existencia de información (relativa a las empresas y de carácter general) veraz, clara, amplia, frecuente y oportuna.
- La existencia de una legislación a propósito que, cuan

---

(1011) Capítulo 2, epígrafe 4.

do menos, además de exigir de las empresas una información adecuada, disponga los medios precisos para el control de su veracidad y un sistema apropiado de sanciones.

- La existencia y ejercicio de un control regulador sobre las transacciones, de modo que ningún conjunto de individuos o inversores, tengan una ventaja sobre otros. Debe prohibirse y controlarse la utilización de información "interna" (aquella que es conocida por un pequeño grupo de individuos, denominados "insiders" o "enterados", y que, de ser difundida, produciría una variación de precios).
- La flexibilidad, fluidez y estabilidad del mercado, su amplitud y las dificultades que existan para la manipulación de las cotizaciones. Importa, entonces, la consecución de cierta continuidad y densidad de las negociaciones, determinada amplitud de la lista de valores cotizados, su sencilla transferibilidad, una ex-

tensa distribución de los títulos, la estandarización o tipificación de las operaciones, etcétera.

- La eliminación de todas aquellas prácticas que, como la de las aplicaciones, evitan que la oferta y la demanda lleguen a su confrontación, de la que surgirá el precio, en toda su dimensión.
- Otros factores (como la investigación científica y el grado de promoción y de utilización de los métodos de estudio de la realidad por ella desarrollados, o ciertos factores tecnológicos que inciden en las facilidades existentes para la recogida, almacenamiento, tratamiento y difusión de información).

Para determinar el grado de eficiencia de los distintos mercados, es preciso llegar a un modelo de mercado eficiente empíricamente contrastable. La concepción según la cual un mercado es eficiente si, en todo momento, sus precios "reflejan

totalmente" la información existente, es demasiado general para ello. Es preciso especificar, algo más exactamente, lo que se entiende por el término "reflejan totalmente" (1011). En este orden, se supone que, en cada momento "t-1", el mercado actúa en dos pasos. En el primero, con base en cierta información (" $I_{t-1}^m$ "), establece la función de densidad conjunta de los precios para el momento "t" (" $f_m(p_t/I_{t-1}^m)$ ") (1013) y, en el segundo, utiliza sus características para determinar los precios de equilibrio de los títulos en el momento "t-1" (" $p_{1,t-1}$ ", " $p_{2,t-1}$ ", ..., " $p_{n,t-1}$ "). Se supone, así mismo, que el conjunto de información total existente en "t-1" (" $I_{t-1}$ ") implica una distribución de probabilidad conjunta (" $f(p_t/I_{t-1})$ "). Entonces, si el mercado es eficiente, utilizará toda la información, por lo que, en tal caso:

$$I_{t-1}^m = I_{t-1} \quad (1)$$

y  $f_m(p_t/I_{t-1}^m) = f_m(p_t/I_{t-1})$  para todo "t-1";

---

(1011) Capítulo 2, epígrafe 3.

(1013) Se denomina " $p_t$ " al vector (" $p_{1t}$   $p_{2t}$  ....  $p_{nt}$ ")", donde " $p_{it}$ " ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) es el precio del título "i" en el momento "t", y "n" es el número de títulos cotizados en el mercado.

pero, además, la utilizará correctamente y, por tanto:

$$f_m(P_t/I_{t-1}) = f(P_t/I_{t-1}) \text{ para todo } "t-1" \quad (2)$$

También se supone, en fin, que los precios corrientes apropiados (" $p_{1,t-1}$ ", " $p_{2,t-1}$ ", ..., " $p_{n,t-1}$ ") se determinan por algún modelo de equilibrio establecido en términos de rentabilidades esperadas, tratándose, así, de enlazar la función de densidad de probabilidad " $f_m(P_t/I_{t-1}^m)$ " y el vector " $P_{t-1}$ ". Sin embargo, cual sea el modelo concreto de equilibrio, es algo que no concierne a la TE. Precisamente, en la necesidad de utilizar, en los tests, un modelo de equilibrio, radica una de las mayores dificultades de los tests de eficiencia del mercado de valores.

Nada impide que un mercado reaccione eficientemente ante determinados tipos de información y no lo haga frente a otros. Por ello, también cabe definir la eficiencia, no en un sentido absoluto, sino con referencia a los distintos tipos o

subconjuntos de información. Así, cabría considerar que un mercado es eficiente con respecto al subconjunto de datos " $B_t$ ", si los precios, en el momento " $t$ ", reflejan totalmente " $B_t$ ", donde " $B_t$ " se refiere a un subconjunto de cualesquiera datos existentes en el momento " $t$ " que pueda, posiblemente, ser utilizado para obtener información relevante para los inversores. De este modo, se llega a la determinación de los tres niveles o formas principales de eficiencia (1034):

- La forma débil corresponde a un mercado en el que los precios reflejen totalmente la información contenida en las pasadas series de precios (o rentabilidades).
- La forma intermedia, o semifuerte, de eficiencia, sería la correspondiente a un mercado en el que los precios

---

(1034) Capítulo 2, epígrafe 5.



reflejaran totalmente la información públicamente disponible.

- El nivel fuerte, máximo alcanzable, correspondería a un mercado en el que los precios reflejaran, por completo, toda la información existente, ya fuera pública o "interna".

El concepto absoluto de eficiencia no es el mismo para todos los autores. Frente a algunos que, como Fama, señalan que un mercado es eficiente, en sentido absoluto, cuando "los precios de los títulos, en cualquier momento del tiempo, reflejan totalmente toda la información" (1015), otros opinan que "no hay ninguna imperfección en un mercado que posee un conocimiento incompleto si no fuera remunerativo adquirir (producir) un conocimiento completo" (1016) y que, en un mercado eficiente, "podría existir información que no se produce ni se descuenta en los precios porque no es remunerativo hacerlo" (1017). Ilu-

---

(1015) E.F. Fama: "Efficient...", ob. cit., p. 338.

(1016) G.J. Stigler: "Imperfections...", ob. cit., p. 29.

(1017) R.G. May y G.L. Sunden: "Cost of...", ob. cit., p. 38.

chos autores, especialmente los que se dedicaron a estudiar las posibles implicaciones de la T.E en orden a seleccionar entre diversas alternativas contables, utilizaron la concepción de eficiencia del mercado, correspondiente al ni vel intermedio.

Aquí, se tomó, como concepto de mercado eficiente, en ese sentido absoluto, el referente a la utópica forma fuerte. Evidentemente, entonces, nadie puede esperar que un mercado sea perfectamente eficiente; pero tanto la for ma fuerte como las intermedia y débil, se diseñaron para plantear hipótesis a contrastar empíricamente y conseguir la determinación del nivel de información al que la hipótesis deja de ser cierta.

El orden en que se han expuesto los tres niveles, formas o hipótesis de eficiencia, corresponde al de la evolución histórica de los contrastes empíricos en los mer cados americanos. Los primeros estudios se refirieron a los hoy denominados "tests de la forma débil" en los que

el subconjunto de información de interés es, tan solo, el relativo a las pasadas series de precios o rentabilidades. La mayor parte de los resultados provinieron, aquí, de la literatura del recorrido aleatorio. Cuando se había acumulado suficiente evidencia a favor de la hipótesis de eficiencia a este nivel, comenzaron a desarrollarse los tests de la forma intermedia, en los que lo relevante es la rapidez de los ajustes de los precios a otros tipos de informaciones publicamente disponibles. Por último, aparecieron los tests de la forma fuerte, con los que se trata de comprobar si determinados grupos de participantes en el mercado disponen o no, en régimen de monopolio, de alguna información relevante para la determinación de los precios.

Dentro de los tests provenientes de la literatura del recorrido aleatorio, y relativos, fundamentalmente, a la forma débil de eficiencia, cabe reseñar:

- Los destinados al estudio estadístico de la hipótesis de independencia de los movimientos de precios.
- Los dedicados a la determinación de la superioridad

de diversas reglas técnicas de inversión, sobre una estrategia aleatoria como la de compra y mantenimiento (ECII).

Uno de los primeros tipos de tests realizados para la contrastación de la hipótesis de independencia, fueron los basados en los coeficientes de autocorrelación y autorregresión (1079) que fueron ya utilizados, entre otros, por Kendall en 1953 (1074), Cootner (1080) y Moore (1081) en 1962 y Fama en 1965 (1082), extendiéndose a mercados tan diversos como el de Australia (1083), el británico (1084), el alemán (1085), los

---

(1079) Capítulo 4, epígrafe 2.

(1074) M.C. Kendall: "The Analysis...", ob. cit.

(1080) P.H. Cootner: "Stock...", ob. cit.

(1081) A.B. Moore: "A Statistical...", ob. cit.

(1082) E.F. Fama: "The Behavior...", ob. cit.

(1083) P.D. Praetz: "Australian...", ob. cit.

(1084) M.H. Dryden: "A Statistical...", ob. cit.

(1085) K. Conrad y D.J. Jutter: "Recent...", ob. cit.

de Suecia y Noruega (1986), etc.. (1992). Si bien se encontraron ciertas desviaciones respecto a la hipótesis de independencia, en general -y, especialmente, en el mercado de Nueva York-, los coeficientes resultaron predominantemente cercanos a cero. Sin embargo, estos estudios fueron criticados por circunstancias tales como las de:

- Referirse a las simples relaciones lineales que son demasiado rígidas e/o insofisticadas para detectar las complicadas pautas sobre las que, a menudo, se basan las reglas técnicas
- La limitación del número de retardos considerados en los cálculos.
- Basarse en el supuesto básico de que las tasas de rentabilidad esperadas de los diversos títulos fueran cons

---

(1986) L.P. Jonnergren y P.E. Korsvold: "Price Formation...", ob. cit.

(1992) B.H. Solnik ("Note on...", ob. cit.) se refirió a diversos mercados europeos.

tantes en el tiempo

- Ser tests paramétricos. Si la hipótesis "pareto-estable" fuera correcta, los estudios de autocorrelación y autorregresión, podrían, en puridad, carecer de sentido, al tratarse de distribuciones sin varianza finita.

Una descripción más completa del comportamiento de los movimientos bursátiles, fué intentada, por varios autores, planteando el problema en el dominio de frecuencia, mediante la utilización del análisis espectral, con el que, en términos generales, se trató de medir la parte de la varianza que correspondía a cada ciclo caracterizado por una determinada longitud (1988). Las conclusiones, favorables, en general, a la hipótesis de independencia que Granger y Morgenstern (1971) obtuvieron en su estudio

---

(1988) Capítulo 4, epígrafe 3.

(1971) C.W.J. Granger y O. Morgenstern: "Spectral...", ob. cit.

del mercado de Nueva York (1090), fueron, posteriormente, ampliadas a otros como el de Londres (1091) y el de Bombay (1092). Sin embargo, también la utilización del análisis espectral fué contestada. Así, Cootner señaló que "si la serie no es estacionaria o si su varianza no existe,... los resultados pueden ser ambiguos o incorrectos. Además, el fallo en encontrar cualquier relación predictiva lineal no elimina la posibilidad... de que exista una relación no lineal" (1093).

Para evitar cualquier supuesto concerniente a la distribución de probabilidad de los movimientos de precios, conjuntamente con los estudios de autocorrelación y de análisis espectral, se realizaron, en algunos casos, otros tests no paramétricos.

---

(1090) Granger y Morgenstern observaron, sin embargo, algunas evidencias de ciclos en sus datos (epígrafe 3 del capítulo 4).

(1091) H.D. Godfrey, C.M.J. Granger y O. Morgenstern: "The Random...", ob. cit. También, J.L. Sharma y R.E. Kennedy: "A Comparative...", ob. cit.

(1092) J.L. Sharma y R.E. Kennedy: "A Comparative...", ob. cit.

(1093) P.H. Cootner: "The Random...", ob. cit.

cos, siendo especialmente utilizados los tests de direcciones (1894). En estos, se da igual peso a cada variación de precios, tratándose, así, de evitar que unos pocos datos extremos puedan afectar a los resultados obtenidos impidiendo que éstos reflejen la regla general de comportamiento. Examinando como se comportan las direcciones (series de variaciones consecutivas del mismo signo) en una secuencia de variaciones estrictamente aleatorias, es posible derivar un test de aleatoriedad de la serie observada. Si, entre las variaciones observadas, existieran demasiadas direcciones, significaría que tales variaciones cambian de signo frecuentemente, lo que indicaría una autocorrelación negativa. De forma semejante, el que haya muy pocas direcciones puede suponer una autocorrelación positiva.

En algunos de los tests estadísticos, se encontraron ciertas desviaciones respecto a los resultados que hubiera ca-

---

(1894) Así, fueron empleados en los mencionados estudios de Moore ("A Statistical..."), Fama ("The Behavior..."), Priestz ("Australian..."), Dryden ("A Statistical..."), Conrad y Jutter ("Recent..."), Jennergren y Korsvold ("Price Formation...."), Leabo y Rogalski ("Warrant...") y Sharma y Kennedy ("A Comparative").



bido esperar bajo la hipótesis de independencia (1945). Sin embargo, algunos autores señalaron que tal hipótesis podría ser considerada como una adecuada descripción de la realidad, por parte de los inversores, en tanto el nivel de dependencia existente no fuera suficiente para aprovecharla obteniendo beneficios consistentemente superiores a los considerados normales o propios de una estrategia aleatoria de inversión como la de compra y mantenimiento (ECTI). Por otra parte, también los analistas técnicos habían criticado los análisis estadísticos, señalando que ellos, con sus reglas y procedimientos gráficos, eran capaces de captar dependencias que tales análisis no ponían de manifiesto. De ahí el interés de comparar los resultados que hubieran generado, en el pasado, diversas reglas técnicas, con los que hubieran correspondido a la ECTI.

Tales comparaciones, pasaron a integrarse entre los tests

---

(1945) Algunos autores -como Cootner ("Stock...", ob.cit.), Niederhoffer y Osborne ("Market Making...", ob.cit.) y Leabo y Rogalski ("Warrant...", ob.cit.)- explicaron las correlaciones negativas encontradas, mediante el modelo de re corrido aleatorio con barreras. Al acercarse los precios a las barreras, se producirían movimientos en la dirección opuesta, lo que produciría una correlación negativa cuyo tamaño se acercaría a cero a medida que se hiciese mayor la distancia entre las barreras.

correspondientes a la forma débil de eficiencia. Como se recordará, esta sería la correspondiente a un mercado cuyos precios reflejaran completamente, en todo momento, toda la información derivada de las series históricas de precios. Consecuentemente, en un mercado eficiente a nivel débil, ningún procedimiento de inversión basado en tal información podría generar unos resultados consistentemente superiores a los que se obtendrían siguiendo una estrategia aleatoria como la ECM. Constituye, así, la comparación entre los resultados que hubieran correspondido, en el pasado, a diversas reglas técnicas y a la ECM, una vía de contrastación de dicho nivel de eficiencia.

Entre las primeras estudiadas, se encuentran las reglas de los filtros (10%). Con ellas, se pretendió, además, superar alguna de las críticas efectuadas a los tests de direcciones, respecto a los cuales se señaló que:

"son demasiado rígidos al determinar la duración de

---

(10%) Capítulo 4, epígrafe 4.2.

los movimientos de subida y bajada de los precios, se considera que una dirección ha terminado siempre que haya un cambio de signo en la secuencia de sucesivas variaciones de precios, no importa la magnitud del cambio de precio que cambia el signo" (1097)

La determinación de un nivel mínimo de variación, por debajo del cual las variaciones no debieran ser consideradas, conduciría a tests como los de filtros, en los que se comparan los resultados obtenidos, en el pasado, por la ECI, con los que hubieran correspondido a la regla consistente, en esencia, en adquirir el título analizado cuando su precio ascendiera en un porcentaje igual o mayor que el filtro previamente determinado, y venderlo cuando, desde un máximo subsiguiente, se produjera un descenso que igualara o superara a dicho filtro, repitiéndose, sucesivamente, dicho comportamiento.

Tratando de aislar las variaciones de dirección produci-

---

(1097) E.F. Fama y M.E. Blume: "Filter...", ob. cit., p. 227.

das en las tendencias básicas, se desarrollaron las reglas de "filtros sobre medias móviles" (1098). Fijado un filtro igual a "x", en general, el procedimiento consistiría en adquirir el título cada vez que su precio se situara un "x" por cien, o más, por encima de su media móvil, vendiéndolo cuando se colocara por debajo de la misma en un porcentaje superior a dicho filtro. En algunos estudios, se utilizaron medias aritméticas simples; en otros, se concedió mayor ponderación a los datos más recientes.

Un paso más fué el dado con el estudio de las denominadas "reglas de fuerza relativa" (1099), en las que no se considera ya un único título, sino un conjunto de ellos, para cada uno de los cuales se calcula periódicamente el cociente entre su precio y la media de los precios de los "T" periodos anteriores. En el primer momento, se invierte una cantidad igual en cada uno de los títulos que, representando un porcentaje "y", previamente fijado, del total considerado, tengan los

---

(1098) Capítulo 4, epígrafe 4.3.

(1099) Capítulo 4, epígrafe 5.1.

mayores valores del cociente. En los periodos siguientes, se cal  
cula dicho ratio para todos los títulos, se les ordena jerarquica  
camente de acuerdo con el mismo, y se venden todos aquellos cuy  
o número de orden sea superior a "F" (orden de rechazo previamen  
te fijado). Automáticamente, se reinvierte el producto de  
dichas ventas en el "y" por ciento de los títulos que tengan  
los mayores valores de dicho cociente.

También basada en la consideración de un conjunto de títu  
los, se encuentra la "estrategia del reequilibrio" ("rebalanci  
ng strategy") (1100), consistente en distribuir el presupuesto  
de inversión, en el momento inicial, en la misma proporción  
para todos los títulos, revisándose las ponderaciones, al final  
de cada uno de los sucesivos periodos, de modo que se mantenga  
n fijas al comienzo de cada intervalo, lo que se realiza medi  
ante la venta de parte de los títulos que obtuvieron una renta  
bilidad comparativamente alta y la adquisición de parte de aqu  
ellos que la tuvieron relativamente baja. Analíticamente,

---

( 1100 ) Capítulo 4, epígrafe 5.3.

Cheng y Deets (1101) mostraron que, bajo el supuesto de independencia de los movimientos porcentuales de precios, la rentabilidad esperada de la cartera formada siguiendo la ECI sería siempre no inferior que la de la construida de acuerdo con la ER, aumentando la diferencia entre ambas a medida que se incrementase la frecuencia de revisión de las ponderaciones y el horizonte de inversión.

En las polémicas surgidas en torno a los tests basados en estas y otras reglas técnicas, se fueron destacando una serie de cuestiones y problemas. Así, se puso de manifiesto:

- La necesidad de computar, en los cálculos de rentabilidad, tanto las plusvalías como los dividendos y demás rentas líquidas, así como los costes de las transacciones, comisiones e impuestos. En torno a este problema -destacado por Fama (1102) y por Fama y Blume-

---

( 1101 ) P.L. Cheng y H.K. Deets: "Portfolio..", ob. cit.

( 1102 ) E.F. Fama: "The Behavior..", ob. cit.

me (1103), en sus críticas al trabajo de Alexander sobre la regla de los filtros (1104) — no existe, sin embargo, unanimidad. En tanto que algunos autores parten de un concepto "puro" de recorrido aleatorio, otros defienden la aceptación del modelo en tanto que, tras descontar los costes de las transacciones, la rentabilidad de las reglas técnicas no sea consistentemente superior que la correspondiente a la ECM que, como es obvio, no da lugar a tantas transacciones como aquellas.

— La necesidad de incluir el riesgo, utilizando una medida adecuada, en el cómputo de los resultados, lo que fué destacado por Jensen (1105) y por Jensen y Benington (1106) en sus críticas a los trabajos de Levy sobre las reglas de fuerza relativa (1107).

---

(1103) E.F. Fama y M. E. Blume: "Filter Rules and...", ob.cit.

(1104) S.S. Alexander: "Price Movements...", y "Price... nº2", ob. cit.

(1105) H.C. Jensen: "Random Walks...", ob. cit.

(1106) H.C. Jensen y G.A. Benington: "Random...", ob. cit.

(1107) R.A. Levy: "Random..." y "Relative...", ob. cit.

- La necesidad de observar la consistencia de los resultados en distintos periodos. La eficiencia del mercado no significa que un resultado favorable a alguna-s regla-s técnica-s sea imposible, sino que el que tal hecho se produjera sería algo derivado del azar y no podría mantenerse consistentemente a largo plazo, lo que fué destacado, también en sus comentarios al trabajo de Levy (1101), por Jensen (1109). Más aún, si se dispone de tiempo suficiente para hacer pruebas, es seguro que se podrá encontrar una regla que "funcione" en una tabla de números aleatorios, siempre, desde luego, que sea posible testar la regla sobre la misma tabla que se utilizó para descubrirla. Sin embargo, evidentemente, tal regla no será útil si se aplica sobre cualquier tabla diferente.
- La necesidad de considerar todo tipo de reglas y de computar gran número de posibles valores de los pará-

---

(1108) Ibid.

(1109) H.C. Jensen: "Random Walks...", ob. cit.



metros de cada una de ellas (tamaño de los filtros, intervalos de cálculo de la rentabilidad, número de sesiones sobre las que se calculan las medias móviles, valores del orden de rechazo y del porcentaje "y", etc..) antes de concluir favorablemente a la hipótesis de eficiencia. Además, al interpretarse los resultados, debe tenerse especial cuidado: el que una determinada regla genere consistentemente unos resultados superiores a los de la estrategia aleatoria, podría ser definitivo, en cuanto a la ineficiencia del mercado, siempre que el test se haya realizado con pulcritud; pero, el que los resultados de la ECI resulten consistentemente no inferiores a los de una regla técnica concreta -o a los de varias reglas- no constituye una prueba definitiva de eficiencia, sino, tan solo, evidencia congruente con la misma, pues siempre cabe la posibilidad de que exista otra regla, no contrastada, capaz de "batir" a tal estrategia.

- La necesidad de atender, en los cálculos, a los datos

reales del mercado, y no a los resultantes de los cálculos, cualesquiera que sean estos, lo que fué destacado, especialmente, por Mandelbrot (III<sub>0</sub>) en sus comentarios al primer trabajo de Alexander (III<sub>1</sub>) (III<sub>2</sub>).

Junto al estudio de la capacidad generadora de "beneficios extraordinarios" de las reglas técnicas, diversos autores, utilizando distintos procedimientos (análisis coespectral, modelos ARMA, etc) y con resultados diversos, analizaron la certeza de algunos supuestos técnicos relativos a la existencia de presuntas relaciones entre los precios y los volúmenes de transacciones (III<sub>3</sub>), esto es, a la existencia de las denominadas "relaciones precio-volumen". Es ampliamente conocida la idea de que, si el volumen es alto, la tendencia observada, sea al alza o a la baja, es fuerte y persistente, en tanto que, si es bajo, tal tendencia cambiará próximamente. Otros analistas téc

---

(III<sub>0</sub>) B. Mandelbrot: "The Variation...", ob. cit.

(III<sub>1</sub>) S.S. Alexander: "Price Movements...", ob. cit.

(III<sub>2</sub>) Apartado 3 del capítulo 2.

(III<sub>3</sub>) Apartado 5.2 del capítulo 4.

nicos consideran que los movimientos de volumen preceden a los de precios o les "causan", lo que permitiría establecer reglas de inversión útiles.

Importa resaltar la existencia de diferencias y contraposiciones entre algunas de las conclusiones de los contrastes realizados. Buena parte de las mismas, se debieron a los supuestos de partida y a las "debilidades" de los procedimientos empleados. Otra parte, sin embargo, debe ser atribuida a los propios intereses de los investigadores que se reflejaron al interpretar los resultados. Si bien las investigaciones tuvieron, en muchos casos, resultados similares, sus autores, según fueran académicos o analistas y gestores profesionales, dedujeron conclusiones diferentes. Existen, además, según se expuso, importantes diferencias en los conceptos de partida. Así, en tanto que algunos estudiosos partieron de un concepto estricto de recorrido aleatorio y de eficiencia del mercado -rechazando, consecuentemente, las hipótesis si los datos no se adecuaban perfectamente- otros no rechazaron las hipótesis a menos que las reglas resultaran "batir" consistentemente,

y por un margen suficiente -que, desde luego, cubriera los costes de las transacciones y aún los de los estudios y análisis del mercado y el tiempo dedicado a tales actividades- a la ECM.

Tales diferencias y contraposiciones se mantienen en los estudios referentes a la hipótesis intermedia y en los relativos a la hipótesis fuerte. En los primeros, lo sustancial es determinar si los precios reaccionan instantáneamente a la nueva información y si la reflejan correctamente; en los segundos, lo trascendente es si existe algún grupo de inversores que disponga de información interna no descontada por los precios. Tanto en aquellos como en estos, han tenido gran importancia los denominados "modelos de equilibrio de dos parámetros", cuyo origen se suele situar en los trabajos de Markowitz (114) dentro de la "teoría de selección de carteras", habiendo constituido un paso fundamental el desarrollo del denominado "modelo diagonal" de Sharpe (115), "línea característica" de Treynor (116), o

---

(114) H. Markowitz: "Portfolio Selection" y "Portfolio Selection: Efficient..", ob. cit.

(115) W.F. Sharpe: "A Simplified..", ob. cit.

(116) J.L. Treynor: "How to Rate..", ob. cit.

"modelo de mercado", como le denominó Fama ( *III* ). Tal modelo ( *III* ) fué utilizado:

- En los tests relativos a la hipótesis intermedia, <sup>6</sup> para aislar los movimientos de precios producidos por la llegada de nueva información al mercado, tratando de eliminar todos aquellos derivados de las norma les relaciones existentes entre las variaciones habi das en los precios de los títulos y los movimientos generales del mercado ( *III* ).
- En los tests de la hipótesis fuerte, para comprobar si los gestores de los FIM anticipaban los movimientos generales del mercado modificando, consecuentemente, la volatilidad de sus carteras, lo que daría lugar a cierta curvatura en las líneas características de las mismas ( *III* ).

---

( *III* ) E.F. Fama: "Risk,... ", ob. cit.

( *III* ) Epígrafe 2 del capítulo 5.

( *III* ) Epígrafe 3 del capítulo 5 (especialmente, apartado 3.2)

( *III* ) Epígrafe 5 del capítulo 5.

Otros modelos ampliamente utilizados fueron los de Sharpe-Lintner (MS-L) (111) y Black (112). En ellos, junto al supuesto general de que la distribución conjunta de las rentabilidades de todos los títulos, es una normal multivariante, se supone (113):

- En cuanto al mercado, que todos los activos son perfectamente divisibles y perfectamente líquidos, no existiendo costes de transacciones ni impuestos y que están dadas las cantidades de todos los activos, sin que ningún inversor pueda influir, con sus transacciones, en los niveles de los precios.
- En cuanto a los inversores, que son racionales (preferieren más rendimiento que menos rendimiento y menos riesgo que más riesgo), que todos ellos tratan de maximizar la utilidad esperada, en un único periodo.

---

(111) W.F. Sharpe: "Capital..", ob. cit.

J. Lintner: "Security.." y "The Valuation...", ob. cit.

La equivalencia, en lo fundamental, entre las posiciones de Sharpe y Lintner, fué demostrada por E.F. Fama ("Risk, Return..", ob. cit.).

(112) F. Black: "Capital..", ob. cit.

(113) Epígrafe 2 del capítulo 5.

de su renta final, mediante la selección de los activos en base a las esperanzas matemáticas de sus rentabilidades y a las varianzas de las mismas (rentabilidad y riesgo) y que todos ellos coinciden en sus estimaciones de tales coeficientes, y de las covarianzas entre las rentabilidades de todos los títulos, así como en la determinación del horizonte temporal de inversión.

A estos supuestos, se añaden:

- En el MS-L, el de que todos los que participan en el mercado pueden prestar y tomar prestada cualquier cantidad de recursos líquidos a una tasa de interés libre de riesgo constante, única y común para ambos tipos de operaciones, denominada " $R_f$ ".
- En el MB, que, aún sin ser posibles el préstamo y el endeudamiento a una tasa libre de riesgo, cabe la venta a corto de cualquier activo ilimitadamente. Por venta a corto del título o cartera "i", se entiende

la operación consistente en tomar a préstamo cierta cantidad de dicho activo, en el momento 1, con compromiso de devolución, en el momento 2, de tal cantidad de "i" y de las rentas líquidas generadas por la misma durante el periodo. En el momento 1, el inversor vende el activo en el mercado tomando, con ello, "posición a corto". Llegado el momento 2, dicho inversor tendrá que "cubrir su posición" adquiriendo de nuevo el activo que tomó prestado, para realizar la devolución.

En ambos casos, en equilibrio, la relación entre las rentabilidades esperadas de los distintos activos, y sus coeficientes de volatilidad, sería lineal. La lógica económica de estos modelos se encuentra, básicamente, en el hecho de que lo importante, desde el punto de vista de los inversores, no es el riesgo total de los títulos sino solo su parte sistemática, pues el riesgo específico puede reducirse, hasta hacerse prácticamente nulo, mediante la adecuada diversificación de la cartera. A nivel global, el mercado pagará, por tanto, tan solo, el riesgo no diversificable, del que los coeficientes de volatilidad, supuesto que, como es el caso prácticamente general, sean



positivos, pueden constituir una medida adecuada. En equilibrio, el arbitraje del mercado hace que el precio esperado del riesgo sistemático de los distintos títulos, sea igual para todos ellos e idéntico, por tanto, al de la cartera de mercado, esto es, que:

$$\frac{E_i - E_h}{\beta_i} = E_M - E_h \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (G)$$

donde:

"N" es el número de títulos del mercado.

"E<sub>i</sub>" es la esperanza de rentabilidad del título "i"

"E<sub>h</sub>" es la esperanza de rentabilidad del activo de riesgo sistemático nulo "h"

"E<sub>i</sub> - E<sub>h</sub>" es la prima de riesgo del título "i"

"β<sub>i</sub>" es el coeficiente de volatilidad del título "i", por el que se mide su riesgo sistemático.

"(E<sub>i</sub> - E<sub>h</sub>)/β<sub>i</sub>" es la rentabilidad que se espera que el mercado pague al título "i" por unidad de riesgo sistemático asumida (precio esperado del riesgo sistemático de "i")

"E<sub>M</sub>" es la esperanza de rentabilidad de la cartera de mercado "M"

" $E_M - E_h$ " es el precio esperado del riesgo sistemático de "h" (pues " $\beta_h = 1$ ").

Bajo el MS-L, el activo "h" resultante es el activo sin riesgo "f", por lo que, en tal modelo, en equilibrio:

$$\frac{E_i - R_f}{\beta_i} = E_M - R_f \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

esto es,

$$E_i = R_f + \beta_i(E_M - R_f) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

En el MB, como activo "h", resulta la denominada cartera "z", a la que le corresponde un coeficiente de volatilidad nulo y, entonces, en equilibrio,

$$\frac{E_i - E_z}{\beta_i} = E_M - E_z \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

es decir:

$$E_i = E_z + \beta_i(E_M - E_z) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Ambas relaciones son aplicables, no ya solo a los títu-

los, sino también a todas las carteras que cabe formar mediante su combinación (1174).

Vasicek (1175) demostró que, bajo los supuestos del MB, siendo posible el préstamo ilimitado a una tasa libre de riesgo, aunque no el endeudamiento, la rentabilidad esperada de cualquier activo continuaría siendo una función lineal de su coeficiente de volatilidad. A la misma conclusión llegó Brennan (1176) para el caso en que son posibles tanto el préstamo como el endeudamiento a tasas de interés libres de riesgo pero diferentes para ambas operaciones.

Los modelos se han establecido en términos de rentabilidades esperadas. Cabe esperar, por tanto, que, aún cuando cualquiera de ellos constituya una descripción adecuada de la realidad, en cada periodo concreto, "t", se observen desviacio

---

(1174) En las expresiones (2.56) a (2.58) del capítulo 5, se contiene el razonamiento general aplicable en este punto.

(1175) O.A. Vasicek: "Capital Market..", ob. cit.

(1176) H.J. Brennan: "Capital Market..", ob. cit.

nes respecto a los valores esperados. Precisamente, el análisis de tales desviaciones fué la vía de estudio empleada en los tests relativos a la hipótesis intermedia.

En cuanto a los denominados "tests de la hipótesis fuerte", los modelos de equilibrio, y, especialmente, el MS-L, se utilizaron como base sobre la que medir la "performance" de las distintas carteras.

En los tests de la hipótesis intermedia, se trata de comprobar:

- Si la publicación de información nueva y relevante para los inversores, provoca un rápido y correcto ajuste de los precios.
- Si, en verdad, la publicación de datos sin contenido alguno de nueva información, no provoca movimientos de precios.

Entre las contrastaciones referentes al primer punto,

se distinguen las dirigidas a estudiar:

- Los ajustes de los precios de determinados títulos ante la difusión de información contenida en datos o acontecimientos específicamente referidos a los mismos, tales como los desdobles de acciones, los anuncios de beneficios, las recomendaciones públicas de inversión realizadas por los analistas especializados, o las grandes transacciones de títulos en el mercado secundario (111).
- La capacidad de reacción del mercado, representado por un índice general de bolsa, a datos de carácter general trascendentes para el mismo, como las variaciones en los tipos de interés o en la oferta monetaria (112).

En estos tests, al margen de la no siempre fácil determinación

---

( 111 ) Capítulo 5, epígrafe 3.

( 112 ) Capítulo 5, epígrafe 4.

de cuando es realmente nueva una información, aparece, como pro  
blema general, el de que, para asegurar la eficiencia a este ni  
vel, sería preciso estudiar el comportamiento de los precios an  
te la publicación de todo tipo de datos relevantes para los in-  
versores pues, evidentemente, el que una determinada clase de  
información sea descontada instantánea y correctamente, no sig-  
nifica que otros tipos de datos, de más difícil interpretación  
por el mercado, lo sean igualmente. Sin embargo, la idea es que  
si, realizada una gran cantidad de tests referidos a diferentes  
tipos de información, la práctica totalidad de sus resultados  
fueran congruentes con la hipótesis, se podría, al final, afir-  
mar su validez con cierto grado de confianza.

En cuanto al segundo punto, la mayor parte de los tests  
se dirigieron a estudiar si las meras modificaciones de los pro  
cedimientos contables (sin que cambiasen sustancialmente las  
circunstancias reales) daban lugar, consistentemente, a varia-  
ciones significativas de precios. Si así fuera, habría que des  
cartar la hipótesis de que los precios reflejan correctamente  
la información que recibe el mercado y cabría adoptar la posi-  
ción de aquellos que, por ejemplo, consideran que la elección

de uno u otro método de contabilizar las amortizaciones puede influir en el valor de las acciones. También en este caso es preciso estudiar el comportamiento de los precios ante los más diversos tipos de datos , sin contenido de nueva información, antes de concluir favorablemente a la hipótesis de eficiencia. (1129).

En un mercado fuertemente eficiente, ningún inversor podría hacer uso de información "interna" para obtener unos resultados consistentemente mejores que los correspondientes a la media del mercado o a los que obtendría otro inversor que siguiera una estrategia de inversión aleatoria. La evidencia disponible parece señalar que no hay mercado en el mundo que alcance tal nivel de eficiencia. Así, aún en el mercado de Nueva York, donde -si bien existen contradicciones en las conclusiones de los tests- la eficiencia parece haber alcanzado un alto nivel, existen determinados individuos ("insiders" o "enterados") que parecen disponer, en régimen de monopolio, de ciertas informaciones que utilizan para obtener unos resultados

---

(1129) Capítulo 5, epígrafe 3.4.

consistentemente superiores a la media, en sus inversiones.

Sin embargo, si no se dá el nivel fuerte de eficiencia de una forma perfecta, lo que importa preguntarse es si las "ineficiencias" existentes son suficientes para que determinados profesionales, presuntamente "bien informados", obtengan en las inversiones por ellos gestionadas, unos resultados consistentemente superiores a la media. En ese sentido se han dirigido, la mayor parte de los tests de la hipótesis fuerte (110). Más precisamente:

- Como "profesionales presuntamente bien informados", se ha venido tomando a los gestores de los fondos de inversión mobiliaria. Los distintos autores consideraron que estos, por su propia labor, están interesados en conseguir la mayor cantidad de información posible, lo que les viene facilitado por los medios de que disponen y por su diario contacto con la comunidad financiera.

---

(110) Capítulo 5, epígrafe 5.



- Como resultados medios, con los que comparar los obtenidos por tales personas, se tomaron, generalmente, los correspondientes a la cartera de mercado, no gestionada, "I".
- Para la medida de los resultados de aquellos y esta, se emplearon una serie de índices de "performance" deducidos de los modelos de equilibrio comentados anteriormente y, especialmente, los índices derivados del MS-L.

En relación con este último punto, importa reseñar las aportaciones de Jensen (1131), quien destacó, no ya sólo la necesidad de considerar el riesgo en la medición de los resultados, sino también la importancia de incluir, exclusivamente, la parte sistemática del mismo, de modo que el índice utilizado se vea afectado por la capacidad de los gestores para predecir el futuro curso de las cotizaciones, pero no por su capacidad diversificadora. Tal problema se reduce considerablemente en el

---

(1131) M.C. Jensen: "Risk, the Pricing..", ob. cit.

caso de carteras tan altamente diversificadas como suelen serlo las de los FIM. En ellas, como destacaron Sharpe (111) y Levy y Sarnat (113), la práctica totalidad del riesgo suele ser sistemático.

A los tests basados en la comparación de la "performance" de los FFI con la de la cartera de mercado, se les criticó por:

- La posible falta de consistencia real de sus supuestos básicos. Es probable, por ejemplo, que ningún fondo tenga consistentemente el primer acceso a la información interna o no publicada.
- El posible bajo nivel de adiestramiento y capacidad de algunos gestores de fondos.
- La existencia de una serie de restricciones institucio

---

(111) W.F. Sharpe: "Mutual...", ob. cit.

(113) H. Levy y H. Sarnat: "Investment and...", ob. cit., p. 487.

nales que impiden la rápida utilización de la información de que pudieran disponer los FIM.

- La posibilidad de que los grandes fondos no puedan adquirir cantidades sustanciales de un título promotor, ni enajenar grandes volúmenes de los que no lo sean, sin influir en los precios.
- La acentuación que se produce en este último problema cuando se considera que, para afectar de forma significativa a las rentabilidades de las grandes carteras que, generalmente, detentan los fondos, y aprovechar totalmente las predicciones de los analistas, se ría necesario transferir bloques extremadamente grandes de títulos.
- La existencia de ciertas restricciones legales que pue den inhibir la total materialización de la superior habilidad predictiva de los analistas, si existe, crean do los anteriores problemas de dimensión (mediante la exigencia, por ejemplo, de un alto patrimonio mínimo para la creación de un fondo), o limitando su política inversora (al determinar, por ejemplo, los títulos

en que pueden invertir y las proporciones máximas en que pueden hacerlo).

Evidentemente, los tests relativos a las tres formas, niveles o hipótesis de eficiencia, se encuentran fuertemente relacionados. Así:

- Dado que el subconjunto de información a que hace referencia cada hipótesis, incluye a las consideradas en las formas más débiles, aquella solo podrá darse si estas se cumplen. Por ejemplo, para que se cumplan las hipótesis intermedia y fuerte, es necesario que sea cierta la forma débil.
- En ese sentido, toda conclusión contraria a una hipótesis lo es también a las formas más fuertes.
- Sin embargo, obviamente, el que un mercado resulte eficiente a cierto nivel, no significa que lo sea también en los niveles más fuertes. Esto tampoco quiere decir que ciertos tests tradicionalmente referidos a la hipótesis intermedia (como aquellos en los que se

observó que los ajustes de precios eran anteriores a los momentos de difusión de los datos) no tengan claras implicaciones favorables a la hipótesis fuerte.

- Más aún, la constatación de que, consistentemente, los precios reaccionan instantáneamente a la publicación de información que, hasta entonces, tendría carácter de interna, puede interpretarse como evidencia favorable a la hipótesis intermedia pero contraria a la hipótesis fuerte, en tanto signifique que los precios no reflejan la información sino cuando se publica o, de algún modo, llega al conocimiento del mercado. Constituye un claro ejemplo, en este ámbito, el trabajo de Scholes (1134), quien observó que las grandes ventas de títulos daban lugar a rápidas reducciones de los precios en la medida en que estuviesen asociadas con información adversa que, hasta ese momento, sólo era disponible para quien realizaba la venta (1135).

---

(1134) E. Scholes: "A Test..." y "The Market...", ob. cit.

(1135) Capítulo 5, epígrafe 3.5.

- Algunos de los tests tradicionalmente incluidos entre los referentes a la hipótesis intermedia resultan difíciles de encuadrar e interpretar. Así, la constatación de que los precios reaccionan instantáneamente a los estudios y recomendaciones de inversión realizados en las publicaciones financieras, podría considerarse como evidencia congruente con la hipótesis intermedia y contraria a la hipótesis fuerte, si tales recomendaciones se basaran en información interna, pero no así si se fundamentaran en una adecuada explotación de la información públicamente disponible, en cuyo caso, tal constatación debería entenderse como evidencia contraria a la hipótesis intermedia e, incluso, a la débil, si tal información fuera la contenida en las series históricas de precios. Semejantemente, el que los precios no reaccionen a tales recomendaciones, podría interpretarse como evidencia favorable a la hipótesis fuerte (los precios ya habían descontado la información presuntamente interna en que se basan), contraria a la hipótesis intermedia (los precios no descuentan el contenido de información de tales recomendaciones), favorable a la

hipótesis intermedia (si se considera que las recomendaciones se basan en información públicamente disponible), o, incluso, favorable a la hipótesis débil (si tal información pública fuera la contenida en las series históricas de precios).

- Otro tanto ocurre con los "tests de la forma fuerte".

El que ciertos fondos "batieran" consistentemente a una cartera no gestionada, podría interpretarse como evidencia contraria a la hipótesis fuerte (si, para ello, los gestores se basaron en información interna), a la intermedia (si el éxito de los fondos se basó en una adecuada explotación de la información públicamente disponible) o incluso a la débil (si la información de la que se derivaron los resultados extraordinarios de los FII fuera la contenida en las series históricas de precios).

Importa volver a mencionar la existencia de diferencias y contraposiciones entre las conclusiones de los diversos tests. Algunas de ellas, se plantean a nivel de interpretación; de resultados esencialmente semejantes, distintos autores, según

sus intereses, extrajeron conclusiones diferentes. Otras, sin embargo, deben ser atribuidas a las "debilidades" estadísticas y supuestos propios de cada test. Entre tales supuestos, destacan claramente los referentes al modelo de equilibrio utilizado. Así, en los tests de la hipótesis intermedia, generalmente, se procedió en cuatro pasos: en el primero, se eligió un cierto modelo de mercado; en el segundo, se estimaron los parámetros del mismo; en el tercero, se utilizaron los parámetros estimados para realizar predicciones; en el cuarto, en fin, se emplearon los errores de predicción para, analizando su comportamiento en el entorno del periodo en que aparecieron los datos, testar la eficiencia. Entonces, si el modelo estuviera mal especificado y no describiera el verdadero proceso estocástico subyacente, las estimaciones de los parámetros podrían estar sesgadas y/o ser ineficientes. Esto, a su vez, podría dar lugar a estimaciones sesgadas y/o ineficientes de los errores de predicción, lo que podría afectar a las conclusiones.



En cuanto a los tests de la hipótesis fuerte, algunos autores han discutido la conveniencia de utilizar una única medida de resultados -que ha sido la línea generalmente seguida- en lugar de emplear, separadamente, los coeficientes de rentabilidad y riesgo (1136). Por otra parte, parece ampliamente contrastado el hecho de que el MS-L -el más utilizado, especialmente en los tests de la hipótesis fuerte- discrimina en contra de los activos de altos niveles de riesgo sistemático, los cuales, consistentemente, obtienen unas rentabilidades inferiores a las esperadas de acuerdo con dicho modelo.

Tales diferencias y contraposiciones se observan en los tests realizados en el mercado de valores español (1137). Así:

- Como resultados contrarios a las hipótesis de eficien

---

(1136) Pueden verse, por ejemplo, los trabajos de J. Garraiz ("Appraising...", ob. cit.) y H. Levy ("Portfolio...", ob. cit.).

(1137) Capítulo 5, epígrafe 6.

cia, cabe recoger los obtenidos por J.E. Navas (1138) y por R. Ortega (1139) en sus estudios de autocorrelación, y los alcanzados por este último en su análisis de la influencia que, sobre las cotizaciones, tienen las modificaciones de los tipos de interés del Banco de España y las magnitudes monetarias.

- Como resultados congruentes, en principio, con las hipótesis de eficiencia, es posible mencionar los obtenidos, a nivel débil, por J.F. Berenguer (1140) utilizando reglas de filtros, y los alcanzados, a nivel fuerte, por J.A. Palacios (1141) y por P. Mateos-Aparicio (1142) en sus estudios sobre la "performance" de los FFI.

En cuanto al análisis de filtros, deben mencionarse, sin

---

(1138) J.E. Navas: "Métodos...", ob. cit.

(1139) R. Ortega: "La política...", ob. cit.

(1140) J.F. Berenguer: "The Spanish...", ob. cit.

(1141) J. A. Palacios: "The Stock...", ob. cit.

(1142) P. Mateos-Aparicio: "La inversión...", ob. cit.

embargo, las limitaciones del mencionado estudio, en el que se aplicaron seis tamaños de filtro a las cotizaciones semanales de cuarenta títulos en el periodo comprendido entre octubre de 1970 y enero de 1973. Como señalaba el propio Palacios -a cuyos resultados, derivados de una ampliación del trabajo de Berenguer, se refirieron los comentarios aquí realizados-, parece necesario, cuando menos, "contar con más estudios que cubran un periodo de tiempo más largo antes de poder generalizar con fundamento esta conclusión (la referente a la validez de la hipótesis de independencia) al mercado español de valores" ( 1143 )

En relación a los estudios basados en el análisis de la "performance" de los FII, a los comentarios generales anteriormente recogidos, hay que agregar una serie de inconvenientes, de carácter institucional y coyuntural que, por otra parte, fueron ampliamente referidos por sus autores, y que, cuando menos, dificultan la interpretación de sus resultados ( 1144 )

---

( 1143 ) J.A. Palacios: "El comportamiento..", ob. cit., p. 203.

( 1144 ) Epígrafe 6 del capítulo 5.

A las conclusiones, en general, contrarias a las hipótesis de eficiencia, que es posible extraer de los mencionados estudios, cabe añadir las obtenidas en los análisis realizados en el presente trabajo. Con ellos, se trató de profundizar en el conocimiento de la dependencia existente en los movimientos bursátiles del mercado madrileño, como muestra del mercado de valores español. En tanto esta bolsa constituye la parte más amplia y organizada del mismo, puede considerarse que la dependencia en ella medida, si no es igual a la del conjunto total, siempre será inferior, por lo que dicha medida constituye un mínimo en relación al total.

En el trabajo, se prestó especial atención, no ya sólo a la tarea de obtener una idea absoluta de la dependencia existente en los movimientos bursátiles de nuestro mercado, sino a la de conseguir una idea relativa; esto es, se trató de situar al mercado español y, concretamente, a la Bolsa de Madrid, dentro de un amplio abanico de mercados del mundo. Se comparó, así, la dependencia existente en los movimientos del mercado madrileño, con la observada en otros tan diversos como el de Nueva York, el de Londres, el de Amsterdam y aún

en mercados que resultan tan lejanos a nosotros como los de Australia, Japón, Hong Kong y Singapur.

Para todo ello, se consideró que el movimiento bursátil correspondiente a una sesión cualquiera, puede ser caracterizado por los tantos por uno de acciones que, en dicha jornada bursátil, subieron, bajaron y no variaron de cotización, en relación al total de las acciones cotizadas. Tomando las tres series de fracciones diarias, se aplicó, en primer lugar, una metodología, desarrollada por Theil y Leenders (1945), consistente en analizar la inexactitud de las predicciones realizadas por diversas reglas que aparecen al tomar distintos valores de "N" y "α" en la expresión:

$$p_{it} = \alpha \frac{N q_{i,t-1} + (N-1) q_{i,t-2} + \dots + q_{i,t-N}}{1/2 N(N+1)} + (1-\alpha) \bar{q}_i \quad (8)$$

donde:

" $q_{it}$ " es el tanto por uno de acciones que, del total

---

(1945) H. Theil y C.T. Leenders: "Tomorrow...", ob. cit.

de las cotizadas en la sesión "t", subieron (i=1),  
 bajaron (i=2) o repitieron su cotización anterior  
 (i=3) ( $0 \leq q_{it} \leq 1, \sum_{i=1}^3 q_{it} = 1$ )

" $p_{it}$ " es la predicción correspondiente a la fracción

"i" (i = 1, 2, 3) en la sesión "t" ( $0 \leq p_{it} \leq 1,$   
 $\sum_{i=1}^3 p_{it} = 1$ )

"T" es el número de valores anteriores, de las distintas fracciones, que se consideran en la regla.

" $\alpha$ " y " $1-\alpha$ " ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) son los coeficientes de ponderación.

" $\bar{q}_i$ " es la media a largo plazo, de la fracción "i",  
 estimada haciendo:  $\bar{q}_i = 1/T \sum_{t=1}^T q_{it}$   
 siendo "T" el número de sesiones bursátiles observadas en la muestra.

Constituyen casos particulares, de las reglas contenidas en la expresión anterior, las consistentes en hacer:

- N=1 (reglas (1,  $\alpha$ )), resultando:

$$p_{it} = \alpha q_{i,t-1} + (1-\alpha) \bar{q}_i \quad (9)$$

-  $\alpha=0$  (regla (N,0) ), resultando:

$$p_{it} = \bar{q}_i \quad (10)$$

-  $N=1$  y  $\alpha=1$  (regla (1,1) ), resultando:

$$p_{it} = q_{i,t-1} \quad (11)$$

La regla (N,0) parte del principio de que no es posible ninguna predicción "real". La (1,1) postula que las fluctuaciones, del mercado de valores mañana, serán, como media, similares a las de hoy. Las reglas (1, $\alpha$ ) constituyen distintos compromisos entre las dos anteriores, siendo más cercanos, a una u otra, según el valor del coeficiente de ponderación " $\alpha$ ". Entre las distintas reglas (1, $\alpha$ ), se incluyen la (N,0) y la (1,1) que corresponden a los valores extremos de " $\alpha$ ".

Se consideró como regla óptima, entre las infinitas contenidas en la expresión (3), a aquella a la que le correspondiera la mínima "inexactitud media de las predicciones", medida de acuerdo con la expresión:

$$\bar{I}(q;p) = 1/T \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^3 q_{it} \log (q_{it}/p_{it}) \quad (12)$$

que resulta de trasladar, a este ámbito, el concepto de "información de canal", "información proporcionada por un mensaje" o "ganancia de información", que es bien conocido en teoría de la información.

Los principales aspectos y conclusiones de esta parte de la investigación, pueden sintetizarse en los siguientes puntos:

- En primer lugar, se tomaron, como datos primarios, los números de acciones que, en cada una de las 2228 sesiones habidas, en la Bolsa de Madrid, en los once años y medio comprendidos entre el 30 de diciembre de 1967 y el 29 de junio de 1979, subieron, bajaron y repitieron su cotización anterior.
- En segundo lugar, se diseñaron una serie de funciones API para, tras calcular los valores de las tres fracciones en dichas sesiones, analizar la inexactitud media de las predicciones realizadas, para cada una de las 2218 últimas jornadas bursátiles de la muestra, por cada una de las 501 reglas que aparecen al combi-



nar, en la expresión (3), los siguientes valores de "I" y "α":

$$I = 1, 2, \dots, 10$$

$$\alpha = 0, 0.02, 0.04, \dots, 0.96, 0.98, 1$$

- La mínima inexactitud media correspondió a los valores:

$$I = 1$$

$$\text{y } \alpha = 0.72 ,$$

esto es, a la regla:

$$p_{it} = 0.72 q_{i,t-1} + 0.28 \bar{q}_i$$

- Para conseguir una mayor precisión, se analizaron, posteriormente, las 201 reglas (1,α) correspondientes a los 201 valores de "α" siguientes:

$$\alpha = 0.715, 0.7151, 0.7152, \dots, 0.7349, 0.735$$

obteniéndose, como regla óptima (mínima inexactitud media de las predicciones), la siguiente:

$$p_{it} = 0.7280 q_{i,t-1} + 0.2720 \bar{q}_i$$

- Estos resultados parecen sugerir que, al igual que en los mercados de Amsterdam, Londres y Nueva York, el

mecanismo generador de los datos es un proceso de primer orden de la forma:

$$q_{it} - \bar{q}_i = \alpha(q_{i,t-1} - \bar{q}_i) + \epsilon_{it} \quad (i=1,2,3)$$

recogiendo " $\epsilon_{it}$ " las perturbaciones aleatorias. Para comprobar si tal proceso podría ser markoviano, se estudió el grado de adaptación de dichas series a las propiedades que cumplirían bajo tal hipótesis, llegándose a la conclusión de que, al menos para las series correspondientes a las proporciones de acciones que, en las sucesivas sesiones bursátiles, suben y bajan de cotización, la adaptación es, como mínimo, tan aproximada como lo fué en los mercados de Londres y Amsterdam, donde Dryden y Theil y Leenders, respectivamente, la consideraron suficiente para confirmar la hipótesis. El comportamiento más anormal correspondió, al igual que en estos otros mercados europeos, a la serie de las proporciones de acciones que, en las diversas jornadas, repitieron de cotización.

- El valor óptimo estimado de " $\alpha$ " (0.7280) es, sin embargo, mucho mayor que en los demás mercados occiden-

tales analizados, lo que muestra que la dependencia existente en los movimientos bursátiles de nuestro mercado, es superior, no ya a la del mercado americano de Nueva York ( $\alpha=0.3$ , según Fama, y  $\alpha=0.42$  de acuerdo con Philippatos y Hawrock), sino también a los europeos de Amsterdam ( $\alpha=0.477$  según Theil y Leenders) y Londres ( $\alpha=0.58$  según Dryden).

- En el mercado de valores español es, además, donde la inexactitud media de la regla óptima, en el sentido de Theil y Leenders, se encuentra más cercana a la de la que supone la mayor dependencia de las tres fracciones sobre sus valores previos, y más alejada de la correspondiente a la regla que parte de que no es posible ninguna predicción realmente significativa.
- Más aún, entre los mercados occidentales analizados, es en la Bolsa de Madrid donde el valor óptimo de " $\alpha$ " es mayor, no ya sólo cuando " $I$ " vale 1, sino para cualquier valor de " $I$ " que se considere en la ecuación (3).
- Tratando de profundizar en el análisis y obtener unos valores de " $\alpha$ " específicos para cada una de las series analizadas, se estimaron, utilizando el procedimiento de mínimos cuadrados, los coeficientes " $\alpha_1$ ", " $\alpha_2$ " y " $\alpha_3$ " de

las ecuaciones de regresión:

$$q_{1t} - \bar{q}_1 = \alpha_1 (q_{1,t-1} - \bar{q}_1) + \epsilon_{1t} \quad (13)$$

obteniendo los siguientes valores:

$$\alpha_1 = 0.7473$$

$$\alpha_2 = 0.6878$$

$$\alpha_3 = 0.7712$$

Estos resultados, además de corroborar la representatividad, como promedio, del nivel de "x" obtenido anteriormente, volvieron a mostrar la alta dependencia existente en los movimientos del mercado madrileño, especialmente en relación con los demás mercados occidentales analizados, en los que, en general, estos coeficientes fueron muy inferiores.

- Nuevas confirmaciones, de esta última circunstancia, fueron obtenidas al analizar la variabilidad de las tres fracciones y de los residuos de sus ecuaciones de regresión.
- Posteriormente, se hizo notar que la crisis y la progresiva atonía experimentada por la bolsa española en estos últimos años, que parece haber redundado en un pau

latino incremento de la fracción correspondiente a las acciones que repiten su cotización anterior, junto a un decaimiento estriado de la proporción de las que la mejoran, podría haber conducido a una sobrevaloración de la dependencia en nuestro mercado.

- Por tal razón, se repitieron los cálculos tomando, ahora, como datos primarios, las 1114 primeras sesiones de las 2228 que componían la muestra original. Dichos datos corresponden a las sesiones comprendidas entre el 30 de diciembre de 1967 y el 2 de octubre de 1973, quedando fuera, por tanto, todo el mencionado periodo de crisis general.

- La regla óptima obtenida a partir de esta muestra, fué la siguiente:

$$p_{it} = 0.6933 \, q_{i,t-1} + 0.3067 \, \bar{q}_i$$

El valor óptimo de " $\alpha$ " (0.6933), aunque algo inferior que el estimado para la muestra completa (0.7280) continuó siendo muy superior a los encontrados en los restantes mercados occidentales mencionados, con lo que se confirmaron las conclusiones derivadas al estudiar el periodo completo.

- También se corroboraron las conclusiones obtenidas al contrastar, sobre esta muestra, las propiedades de un proceso de Markov de primer orden, así como las que se alcanzaron al comparar la inexactitud media de las predicciones de dicha regla óptima con las obtenidas para las reglas (N,0) y (1,0).
- En los análisis de autoregresión realizados sobre esta nueva muestra, se obtuvieron las siguientes estimaciones:

$$\alpha_1 = 0.5980$$

$$\alpha_2 = 0.7027$$

$$\alpha_3 = 0.6177$$

Aunque " $\alpha_1$ " y " $\alpha_3$ " fueron, como cabía esperar, muy inferiores a los obtenidos en el análisis anterior (0.7473 y 0.7712, respectivamente), estos nuevos resultados volvieron a mostrar la alta dependencia existente en los movimientos bursátiles del mercado español en relación a las restantes bolsas occidentales analizadas. Otras confirmaciones de esta circunstancia se encontraron al estudiar, nuevamente, sobre estos datos, la va-

riabilidad de los residuos de los modelos de regresión de las tres fracciones en relación a la variabilidad total de las mismas.

- Seguidamente, se repitieron, para la Bolsa de Madrid, los cálculos basados en el enfoque de Theil y Leenders pero tomando, como datos primarios, en primer lugar, las fracciones correspondientes a la última sesión de cada una de las 600 semanas comprendidas en el periodo completo, y, en segundo lugar, los mismos datos pero referidos a las 300 primeras semanas del mismo. En am bos casos, el valor de " $i$ " correspondiente a la regla óptima, no fué la unidad. Como conclusión general de estos análisis, cabe mencionar, además, que el valor óptimo de " $\alpha$ ", entre las reglas  $(1, \alpha)$ , parece ,en la bolsa madrileña, superior que en los mercados de Austra lia y Japón, similar que en el de Singapur (quizá algo inferior que en este) e inferior que en el de Hong Kong. La posible falta de correspondencia entre los datos del estudio realizado en la Bolsa de Madrid y los utiliza- dos en los análisis relativos a estas bolsas orienta-

les, pudo sesgar estos resultados.

Con objeto de profundizar en algunos resultados obtenidos anteriormente, se planteó una nueva regla de predicción basada en un enfoque markoviano. Se trató de contrastar la hipótesis de que la regla óptima, entre las previamente analizadas, pudiera ser mejorada por otra que tuviera en cuenta, para predecir cada fracción "i", no sólo el valor de dicha proporción en la sesión anterior, sino también los tomados por las otras dos fracciones en dicha jornada. Se buscó, además, comparar, con mayor detalle, la dependencia del mercado madrileño y la del de Londres, que parece ser el que, entre las occidentales, y a la luz de los resultados anteriores, sigue a aquel en nivel de dependencia. Los mercados de Londres y Madrid son los únicos, entre los occidentales, en los que la regla (1,1) es preferible a la (11,0).

El procedimiento consistió, en esencia, en, una vez definidos los estados de alza ( $i=1$ ), baja ( $i=2$ ) y repetición ( $i=3$ ), estimar, mediante regresiones, los elementos de la ma-



triz:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (14)$$

-denominada "matriz de transición de los movimientos bursátiles"- para, conocido el "vector de estado" correspondiente al momento "t-1":

$$P[t-1] = [q_{1,t-1} \quad q_{2,t-1} \quad q_{3,t-1}] \quad (15)$$

predecir el referente al momento "t":

$$P[t] = [q_{1t} \quad q_{2t} \quad q_{3t}] \quad (16)$$

con base en la relación:

$$P[t] = P[t-1] \cdot P \quad (17)$$

es decir:

$$\begin{aligned} p_{1t} &= q_{1,t-1} p_{11} + q_{2,t-1} p_{21} + q_{3,t-1} p_{31} \\ p_{2t} &= q_{1,t-1} p_{12} + q_{2,t-1} p_{22} + q_{3,t-1} p_{32} \\ p_{3t} &= q_{1,t-1} p_{13} + q_{2,t-1} p_{23} + q_{3,t-1} p_{33} \\ p_{it} &= q_{it} - \epsilon_{it} \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (18)$$

Los principales aspectos y conclusiones de este análisis pueden sintetizarse en los siguientes puntos:

- Realizadas las correspondientes regresiones por mínimos cuadrados, utilizando los datos correspondientes a las 2229 sesiones bursátiles de la muestra, resultó, como estimación de la matriz de transición, la siguiente:

$$P = \begin{bmatrix} 0.8457 & 0.0845 & 0.0693 \\ 0.1279 & 0.7751 & 0.0970 \\ 0.0362 & 0.1185 & 0.2453 \end{bmatrix}$$

- Cuando, como datos primarios, se utilizaron los relativos a las 1114 primeras sesiones, se llegó a la matriz:

$$P = \begin{bmatrix} 0.8037 & 0.0745 & 0.1218 \\ 0.0986 & 0.7786 & 0.1223 \\ 0.1519 & 0.1140 & 0.7341 \end{bmatrix}$$

- Como puede apreciarse, la matriz de transición está muy lejos de ser ergódica. La probabilidad de alcanzar un estado es muy superior si el anterior es ese mismo estado que si se parte de cualquier otro.
- Cualquiera que sea el estado de partida, la probabilidad de permanencia es muy superior que la de cambio en sentido estricto.
- En la comparación de la inexactitud media de las predicciones realizadas mediante las ecuaciones (13) -calculada de acuerdo con la expresión (12)- con la correspondiente a las llevadas a cabo utilizando la regla óptima de entre las de Theil y Leenders, no se observó apenas diferencia, lo que parece significar que la capacidad explicativa de los dos modelos subyacentes, es muy semejante. A tal conclusión se llegó tanto cuando se tomaron las 2223 sesiones de la muestra, como cuando se emplearon, tan solo, las 1114 primeras.
- Tratando de determinar si había diferencias, no ya

en cuanto a capacidad explicativa, sino de capacidad predictiva, entre ambos modelos, se utilizaron las reglas obtenidas a partir de los datos correspondientes a las 1114 primeras sesiones de la muestra, para realizar predicciones en las 1113 últimas, llegándose a la conclusión de que, de existir tales diferencias, serían tan pequeñas que la metodología de Theil y Leenders no es capaz de captarlas.

- Tales resultados sugieren, por tanto, que, dada la alta dependencia existente en las tres fracciones respecto a sus valores previos, la consideración de los valores anteriores de las otras dos proporciones, añade muy poco, si algo, para la explicación de las series. Es más, las predicciones pasadas en la regla óptima, de entre las de Theil y Leenders, que tienen en cuenta, tan solo, el valor previo de la fracción predicha y su media a largo plazo, y en la que el coeficiente de ponderación, de tal valor previo, es el mismo cualquiera que sea la fracción predicha, tienen la misma exactitud, o incluso más,

que las realizadas en base a la matriz de transición de los movimientos bursátiles.

- Dicha matriz, no sólo es asintóticamente ergódica, sino que, además, la convergencia hacia ella es muy rápida. Tomadas un número suficiente de sesiones bursátiles, una acción media subió de valor, aproximadamente, en un tercio de las mismas, bajó en otro tercio y repitió de cotización en el tercio restante. A tales conclusiones se llegó tanto en los cálculos correspondientes al periodo completo como en los relativos a la primera mitad del mismo.
- Las conclusiones anteriores asemejan el mercado madrileño al de Londres. Sin embargo, la dependencia de los movimientos bursátiles parece bastante superior en aquel. Salvo por el estado de repetición, cuya probabilidad de permanencia tiene, en el mercado londinense, un valor muy por encima de los correspondientes a los otros dos estados, en general, la probabilidad de que una acción, que está en un

---

determinado estado en la jornada "t", continúe en el mismo estado en la sesión "t+1", es superior en la Bolsa de Madrid.

BIBLIOGRAFIA CITADA

- A.R. Abdel-Khalik  
"The Efficient Market Hypothesis and Accounting Data: A Point of View"  
Accounting Review, octubre 1972  
pp. 791-793
- W.S. Albrecht, L.L. Lookabill y J.C. McKeown  
"The Time-Series Properties of Annual Earnings"  
Journal of Accounting Research, otoño 1977  
pp. 226-244
- S.S. Alexander  
"Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks"  
Industrial Management Review, v. 2, n° 2, mayo 1961  
pp. 7-26
- S.S. Alexander  
"Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks,  
n° 2"  
Industrial Management Review, v. 5, n° 2, primavera 1964  
pp. 25-46



- K. Ambachtsheer  
 "Portfolio Theory and the Security Analyst"  
 Financial Analysts Journal, v. 28, nº 6, noviembre-diciembre  
 1972  
 pp. 53-57
  
- O.D. Anderson  
 "Time Series Analysis and Forecasting: The Box-Jenkins Approach"  
 Butterworths, Londres, 1976
  
- T.W. Anderson  
 "The Statistical Analysis of Time Series"  
 Wiley, Nueva York, 1971
  
- T.R. Archibald  
 "Stock Market Reaction to the Depreciation Switch-Back"  
 Accounting Review, enero 1972  
 pp. 22-30
  
- J.K. Arrow  
 "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-learn-  
 ring"  
 Review of Economic Studies, v. 31, nº 2, abril 1964  
 pp. 91-96

- 
- A.M. Arroyo  
"La manipulación de las cotizaciones de Bolsa"  
I.C.A.I., Madrid, 1978
  - E.R. Arzac  
"Discussion"  
Journal of Finance, v. 32, nº 2, mayo 1977  
pp. 445-448
  - F. Atteneave  
"Applications of Information Theory to Psychology"  
Holt-Ryden, Nueva York, 1959
  - L. Bachelier  
"Theory of Speculation"  
En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random Character..."  
pp. 17-77
  - R. Ball  
"Changes in Accounting Technique and Stock Prices"  
Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1972, suplemento del Journal of Accounting Research, v. 10, 1972  
pp. 1-38

- R. Ball y P. Brown  
 "An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers"  
 Journal of Accounting Research, v. 6, otoño 1968  
 pp. 159-178
  
- C.A. Barker  
 "Effective Stock Splits"  
 Harvard Business Review, v. 34, nº 1, enero-febrero 1956  
 pp. 101-106
  
- R.M. Barnes  
 "The Dow Theory Can Make You Rich"  
 Arlington House, Nueva York, 1973
  
- M.E. Barret  
 "Accounting fot Intercompany Investments: A Behavioral Field  
 Experiment"  
 Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1971, su-  
 plemento del Journal of Accounting Research, v. 9, 1971
  
- W. Beaver  
 "The Behavior of Security Prices and Its Implications for  
 Accounting Research (Methods)"  
 Accounting Review, suplemento de 1972  
 pp. 407-437

- W. Beaver

"The Information Content of Annual Earnings Announcements"

Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1968, suplemento del Journal of Accounting Research, 1968

pp. 67-92

- W. Beaver

"What Should be the Objectives of the FASB"

Journal of Accountancy, agosto 1973

pp. 49-56

- W. Beaver y R.E. Dukes

"Interperiod Tax Allocation, Earnings Expectations and the Behavior of Security Prices"

Accounting Review, abril 1972

pp. 320-332

- G.L. Beebower y G.L. Bergstrom

"A Performance Analysis of Pension and Profit-Sharing Portfolios"

Financial Analysts Journal, mayo-junio 1977

pp. 31-42

- G.J. Benston  
 "Required Disclosure and the Stock Market: An Evaluation of  
 the Securities Exchange Act of 1934"  
 American Economic Review, marzo 1973  
 pp. 132-155
  
- J.F. Berenguer  
 "The Spanish Stock Exchange: An Empirical Test of its Efficiency"  
 Trabajo no publicado, Graduate School of Business, Universidad de Stanford, 1973
  
- J.L. Bicksler  
 "A Cross-Spectral Analysis of the Lead-Lag Structure of Money  
 Supply-Stock Prices"  
 En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Methodology..."  
 pp. 229-244
  
- J.L. Bicksler, ed.  
 "Capital Market Equilibrium and Efficiency"  
 D.C. Heath and Company, Lexington, 1977  
 pp. 517-579
  
- J.L. Bicksler, ed.  
 "Methodology in Finance-Investments"  
 Lexington Books, Londres, 1972

- 
- G.W. Bishop  
"Charles H. Dow and the Dow Theory"  
Appleton Century Crofts, Englewood Cliffs, 1960
  - F. Black  
"Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing"  
Journal of Business, v. 45, n° 3, julio 1972  
pp. 444-455
  - F. Black  
"Implications of the Random Walk Hypothesis for Portfolio Management"  
Financial Analysts Journal, marzo 1971  
pp. 16-22
  - F. Black, M.C. Jensen y M. Scholes  
"The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests"  
En la obra de M.C. Jensen, ed.: "Studies in the Theory..."  
pp. 79-121
  - M. Blume  
"The Assessment of Portfolio Performance"  
Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1968

- M. Blume e I. Friend  
 "A New Look at the Capital Asset Pricing Model"  
 Journal of Finance, v. 28, n° 1, marzo 1973  
 pp. 19-33
  
- A.J. Boness, A.H. Chen y S. Jatusipitak  
 "Investigations in Nonstationarity in Prices"  
 Journal of Business, v. 47, n° 4, octubre 1974  
 pp. 518-537
  
- G.E.P. Box y G.M. Jenkins  
 "Time Series Analysis, Forecasting and Control"  
 Holden Day, San Francisco, 1970
  
- J. Brada y otros  
 "The Distribution of Stock Price Differences; Gaussian after  
 all"  
 Operations Research, v. 14, 1966  
 pp. 334-340
  
- R.A. Brealey  
 "The Distribution and Independence of Successive Rates of Return  
 from the British Equity Market"  
 En la obra de J.P. Dickinson, ed.: "Portfolio..."  
 pp. 21-41

- R.A. Brealey  
 "Security Prices in a Competitive Market".  
 The MIT Press, Cambridge, 1971
  
- M.J. Brennan  
 "Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 6, n° 4,  
 diciembre 1971  
 pp. 1197-1205
  
- M. Brenner  
 "The Effect of Model Misspecification on Tests of the Efficient Market Hypothesis"  
 Journal of Finance, v. 32, n° 1, marzo 1977  
 pp. 57-66
  
- A. Briloff  
 "Unaccountable Accounting"  
 Harper and Row, Nueva York, 1972
  
- R.J. Brixton  
 "The Stock Exchange and Investment Analysis"  
 Unwin University Books, London, 1970



- P. Brown
  - "The Impact of the Annual Net Profit Report on the Stock Market"
  - Australian Accountant, v. 40, 1970
  
- P. Brown y J. Kennelly
  - "The Informational Content of Quaterly Earnings: An Extension and Some Further Evidence"
  - Journal of Business, v. 45, n° 3, julio 1972
  - pp. 403-415
  
- W.J. Bruns
  - "Inventory Valuation and Management Decisions"
  - Accounting Review, v. 40, abril 1965
  
- P.L. Cheng y M.K. Deets
  - "Portfolio Returns and the Random Walk Theory"
  - Journal of Finance, v. 26, n° 1, marzo 1971
  - pp. 11-30
  
- P.L. Cheng y M.K. Deets
  - "Portfolio Returns and the Random Walk Theory: Replay"
  - Journal of Finance, v. 31, n° 1, marzo 1976
  - pp. 157-161

- P.K. Clark  
 "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance  
 for Speculative Prices"  
 Econometrica, v. 41, n° 1, enero 1973  
 pp. 135-155
  
- Comisión para el Estudio del Mercado de Valores .  
 "Informe de la Comisión para el Estudio del Mercado de Valores"  
 S.G.T. del Ministerio de Economía, Madrid, 1978
  
- E. Comiskey  
 "Market Response to Changes in Depreciation Accounting"  
 Accounting Review, abril 1971  
 pp. 279-285
  
- K. Conrad y D.J. Jutter  
 "Recent Behavior of Stock Market Prices in Germany and the  
 Random Walk Hypothesis"  
 Kyklos, v. 26, 1973  
 pp. 576-599
  
- R.V.L. Cooper  
 "Efficient Capital Markets and the Quantity Theory of Money"  
 The Rand Corporation, Santa Mónica

- P.H. Cootner  
     "Comments on the Variation of Certain Speculative Prices"  
     En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random Character..."  
     pp. 333-337
  
- P.H. Cootner, ed.  
     "The Random Character of Stock Market Prices"  
     M.I.T., Press, Cambridge, 1964
  
- P.H. Cootner  
     "Stock Prices: Random versus Systematic Changes"  
     Industrial Management Review, v. 3, n° 2, primavera 1962  
     pp. 24-45
  
- A. Cowles  
     "Can Stock Market Forecasters Forecast?"  
     Econometrica, v. 1, n° 4, julio 1933  
     pp. 309-324
  
- A. Cowles  
     "Common Stock Indexes, 1871-1937"  
     Cowles Commission Monograph, Principia Press, Inc., Bloomington  
     1932

- A. Cowles  
 "A Revision of Previous Conclusions Regarding Stock Price Behavior"  
 Econometrica, v. 38, nº 4, octubre 1960  
 pp. 909-915
  
- A. Cowles  
 "Stock Market Forecasting"  
 Econometrica, v. 12, nº 3 y 4, julio-octubre 1944  
 pp. 206-214
  
- A. Cowles y H.E. Jones  
 "Some a Posteriori Probabilities in Stock Market Action"  
 Econometrica, v. 5, nº 3, julio 1937  
 pp. 280-294
  
- R.L. Crouch  
 "The Volume of Transactions and Price Changes on the New York Stock Exchange"  
 Financial Analysts Journal, v. 26, nº 4, julio-agosto 1970  
 pp. 104-109
  
- A. Cuervo García  
 "La empresa y la bolsa"  
 Contrapunto, nº 20, junio 1976  
 pp. 77-90

+ C. Dam, ed.

"Trends in Managerial and Financial Accounting"

Martinus Nijhoff, Boston, 1978

- P.L. Davies y M. Canes

"Stock Prices and the Publication of Second Hand Information"

Journal of Business, v. 51, n° 1, enero 1978

pp. 43-56

- G. DeBreu

"Theory of Value"

J. Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1959

- C.N. Dennis

"Comment: The Information Content of Daily Market Indicators"

Journal of Financial and Quantitative Analysis", v. 8, n° 2,  
marzo 1973

pp. 193 y 194

- P.J. Dhrymes

"Econometrics"

Harper and Row, Nueva York, 1970

- J.P. Dickinson, ed.  
 "Portfolio Analysis"  
 Lexington Books, Lexington, 1974  
 pp. 21-41
  
- G.W. Douglas  
 "Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency"  
 Yale Economic Essays, v. 9, n° 1, primavera 1969  
 pp. 3-45
  
- D.H. Downes y T.R. Dyckman  
 "A Critical Look at the Efficient Market Empirical Research Literature as it Relates to Accounting Information"  
 Accounting Review, abril 1973  
 pp. 300-317
  
- G.A. Drew  
 "A Clarification of the Odd-Lot-Theory"  
 Financial Analysts Journal, v. 23, n° 4, septiembre-octubre 1967  
 pp. 107-108
  
- M.M. Dryden  
 "Filter Tests of U.K. Share Prices"  
 Applied Economics, v. 1, 1970  
 pp. 261-275

- M.M. Dryden  
     "Share Price Movements: A Markovian Approach"  
     Journal of Finance, v. 24, nº 1, marzo 1969  
     pp. 49-60
  
- M.M. Dryden  
     "Short-Term Forecasting of Share Prices: An Information Theory Approach"  
     Scottish Journal of Political Economy, noviembre 1968  
     pp. 227-249
  
- M.M. Dryden  
     "A Statistical Study of U.K. Share Prices",  
     Scottish Journal of Political Economy, noviembre 1970  
     pp. 369-389
  
- T.R. Dyckman  
     "On the Investment Decision"  
     Accounting Review, v. 39, abril 1964
  
- T.R. Dyckman, D.H. Downes y R.P. Magee  
     "Efficient Capital Markets and Accounting. A Critical Analysis"  
     Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1975

- R.D. Edwards y J. Magee  
 "Technical Analysis of Stock Trends"  
 J. Magee, Inc., Springfield, 1966.
  
- H.G. Eijgenhuijsen y J. Klaasen  
 "Stock Market and the Information Content of Financial Reports"  
 En la obra de C. Dam, ed.: "Trends in..."  
 pp. 181-195
  
- E.J. Elton y M.J. Gruber, eds.  
 "International Capital Markets"  
 North-Holland, Amsterdam, 1975
  
- E.J. Elton y M.J. Gruber  
 "Security Evaluation and Portfolio Analysis"  
 Prentice Hall, Inc., Nueva Jersey, 1972
  
- J.T. Emery  
 "The Information Content of Daily Market Indicators"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, n° 2, marzo 1973  
 pp. 183-194
  
- T.W. Epps y M.L. Epps  
 "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transactions for the Mixture-of-Distributions Hypothesis"  
 Econometrica, v. 44, n° 2, marzo 1976  
 pp. 305-321



- J.L. Evans
  - "An Analysis of Portfolio Maintenance Strategies"
  - Journal of Finance, v. 25, n. 3, junio 1970
  - pp. 561-571
  
- J.L. Evans
  - "The Random Walk Hypothesis, Portfolio Analysis, and the Buy-and-Hold Criterion"
  - Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, n° 3, septiembre 1968
  - pp. 327-342
  
- E.F. Fama
  - "The Behavior of Stock-Market Prices"
  - Journal of Business, v. 38, n° 1, enero 1965
  - pp. 34-105
  
- E.F. Fama
  - "Foundations of Finance"
  - Basic Books, Inc., Nueva York, 1976
  
- E.F. Fama
  - "The Distribution of Changes of the Logarithm of Stock Prices"
  - Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1963

- E.F. Fama  
 "Efficient Capital Markets. A Review of Theory and Empirical Work"  
 Journal of Finance, v. 25, n° 2, mayo 1970  
 pp. 383-417
  
- E.F. Fama  
 "Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis"  
 Journal of Business, v. 36, n° 4, octubre 1963  
 pp. 420-429
  
- E.F. Fama  
 "Random Walks in Stock Market Prices"  
 Financial Analysts Journal, v. 21, n° 5, septiembre-octubre 1965  
 pp. 55-59
  
- E.F. Fama  
 "Reply"  
 Journal of Finance, v. 31, n° 1, marzo 1976  
 pp. 143-145
  
- E.F. Fama  
 "Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments"  
 Journal of Finance, v. 23, n° 1, marzo 1968  
 pp. 29-40

- E.F. Fama  
"Short-Term Interest Rates as Predictors of inflation"  
American Economic Review, v. 65, nº 2, junio 1975  
pp. 269-282
  
- E.F. Fama  
"Tomorrow on the New York Stock Exchange"  
Journal of Business, v. 38, nº 3, julio 1965  
pp. 285-299
  
- E.F. Fama y M.E. Blume  
"Filter Rules and Stock Market Trading"  
Journal of Business, v. 39, nº 1, enero 1966  
pp. 226-241
  
- E.F. Fama, L. Fisher, M.C. Jensen y R. Roll  
"The Adjustment of Stock Prices to New Information"  
International Economic Review, v. 10, nº 1, febrero 1969  
pp. 1-21
  
- E.F. Fama y J.D. MacBeth  
"Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests"  
Journal of Political Economy, v. 81, nº 3, mayo-junio 1973  
pp. 607-636

- J.M. Fernández Pirla  
 "Las carteras institucionales y el desarrollo económico"  
 En la obra de Saeco, ed.: "La administración de..."  
 pp. 63-70
  
- J.M. Fernández Pirla  
 "Economía y Gestión de la Empresa"  
 ICE, Madrid, 1974
  
- B.D. Fielitz  
 "Stationarity of Random Date: Some Implications for the Distribution of Stock Prices Changes"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 6, junio  
 1971  
 pp. 1025-1034
  
- M. Firth  
 "Investment Analysis"  
 Harper and Row Publishers, Londres, 1975
  
- M. Firth  
 "The Performance of Share Recommendations Made by Investment  
 Analysts and the Effects on Market Efficiency"  
 Journal of Business Finance, v. 4, nº 2, verano 1972

- M. Firth  
 "The Valuation of Shares and the Efficient Markets Theory"  
 The Macmillan Press Ltd., Londres, 1977
  
- I. Fisher  
 "Note on a Short-Cut Method for Calculating Distributed Lags"  
 Bulletin de l'institut international de statistique, v. 29,  
 1937  
 pp. 323-327
  
- L. Fisher  
 "Some New York Stock Indexes"  
 Journal of Business, v. 39, n° 1, junio 1966  
 pp. 191-225
  
- E.F. Fisher y R.J. Jordan  
 "Security Analysis and Portfolio Management"  
 Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1975
  
- L. Fisher y J.H. Lorie  
 "Rates of Return on Investments in Common Stock"  
 Journal of Business, v. 37, n° 1, enero 1964  
 pp. 1-21

- L. Fisher y J.H. Lorie  
 "Rates of Return on Investments in Common Stock: The Year-by-Year Record, 1926-1965"  
 Journal of Business, v. 41, nº 3, julio 1968  
 pp. 291-316
  
- L. Fisher y J.H. Lorie  
 "Some Studies of Variability of Returns on Investment in Common Stocks"  
 Journal of Business, v. 43, nº 1, enero 1970  
 pp. 99-134
  
- G.S. Fishman  
 "Spectral Methods in Econometrics"  
 Harvard University Press, Cambridge, 1969
  
- M.D. Fitzgerald  
 "A Proposed Characterisation of U.K. Brokerage Firms and Their Effects on Market Prices and Returns"  
 En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International..."  
 pp. 87-113
  
- L.E. Forsgardh y K. Herten  
 "The Adjustment of Stock Prices to New Earnings Information. A Study of Efficiency of the Swedish Stock Market"  
 En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International..."  
 pp. 68-86

- E.H. Foster  
 "Common Stock Investment"  
 Lexington Books, Londres, 1974
  
- G. Foster  
 "Stock Market Reaction to Estimates of Earnings-per-Share by  
 Company Officials"  
 Journal of Accounting Research, v. 11, nº 1, primavera 1973  
 pp. 25-37
  
- J.C. Francis: "Investments Analysis and Management"  
 McGraw-Hill, Nueva York, 1972
  
- P. Freeman  
 "Some Aspects of Technical Analysis"  
 En la obra de B. Taylor, ed.: "Investment Analysis..."  
 pp. 194-204
  
- I. Friend  
 "The Economic Consequences of the Stock Market"  
 American Economic Review, v. 62, nº 2, mayo 1972  
 pp. 212-219
  
- I. Friend y M. Blume  
 "Measurement of Portfolio Performance Under Uncertainty"  
 American Economic Review, v. 60, nº 4, septiembre 1970  
 pp. 561-575

- I. Friend y otros  
 "A Study of Mutual Funds"  
 U.S. Government Prentice Office, Washington, 1962
  
- I. Friend, M. Blume y J. Crockett  
 "Mutual Funds and Other Institutional Investors, A New Perspective"  
 McGraw Hill, Nueva York, 1970
  
- B.V. Gnedenko y A.N. Kolmogorov  
 "Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables"  
 Addison-Wesley Press, Cambridge, 1954
  
- M.D. Godfrey, C.W.J. Granger y O. Morgenstern  
 "The Random Walk Hypothesis of Stock Market Behavior"  
 Kyklos, v. 17., 1964  
 pp. 1-30
  
- M.B. Goldman  
 "Portfolio Returns and the Random Walk Theory: Comment"  
 Journal of Finance, v. 31, n° 1, marzo 1976  
 pp. 153-156



- N.J. Gonedes  
 "The Capital Market, the Market for Information and External Accounting"  
 Journal of Finance, v. 31, nº 2, mayo 1976  
 pp. 611-630
  
- N.J. Gonedes  
 "Efficient Capital Markets and External Accounting"  
 Accounting Review, enero 1972  
 pp. 11-21
  
- N.J. Gonedes y N. Dopuch  
 "Capital Market Equilibrium, Information Production and Selecting Accounting Technique: Theoretical Framework and Review of Empirical Work"  
 Journal of Accounting Research, v. 12, nº 1, 1974  
 pp. 48-129
  
- P. Gordon: "Cadenas finitas de Markov y sus aplicaciones"  
 Hispano Europea, Barcelona 1967
  
- J.M. Gordon y E. Shapiro  
 "Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit"  
 Management Science, v. 3, octubre 1956

- B. Graham y D.L. Dodd  
     "Security Analysis"  
     McGraw-Hill, Nueva York, 1934
  
- C.W.J. Granger  
     "Analyse spectrale des series temporelles en economie"  
     Dunod, Paris, 1969
  
- C.W.J. Granger  
     "A Survey of Empirical Studies on Capital Markets"  
     En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "Internatio  
     nal..."  
     pp. 1-36
  
- C.W.J. Granger  
     "What the Random Walk Model Does NOT Say"  
     Financial Analysts Journal, mayo-junio 1970  
     pp. 91-93
  
- C.W.J. Granger  
     "Investigating Causal Relations by Econometric Models  
     and Cross Spectral Methods"  
     Econometrica, v. 37, julio 1969  
     pp. 424-438
  
- C.W.J. Granger y M. Hatanaka  
     "Spectral Analysis of Economic Time Series"  
     Princeton University Press, New Jersey, 1964

- C.W.J. Granger y O. Morgenstern  
 "Predictability of Stock Market Prices"  
 Lexington Books, Lexington, 1970
  
- C.W.J. Granger y O. Morgenstern  
 "Spectral Analysis of New York Stock Market Prices"  
 Kyklos, v. 16, 1963  
 pp. 1-27
  
- C.W.J. Granger y P. Newbold  
 "Forecasting Economic Time Series"  
 Academic Press, Nueva York, 1977
  
- P. Grier y P. Albin  
 "Nonrandom Price Changes in Association with Trading in Large  
 Blocks"  
 Journal of Business, v. 46, n° 3, julio 1973  
 pp. 425-433
  
- P.A. Griffin  
 "Competitive Information in the Stock Market: An Empirical  
 Study of Earnings, Dividends and Analysts Forecasts"  
 Journal of Finance, v. 32, n° 2, mayo 1976  
 pp. 631-649

- R.A. Growell  
 "Stock Market Strategy"  
 McGraw-Hill, Inc., Nueva York, 1977
  
- H.G. Grubel  
 "The Peter Principle and Efficient Markets"  
 Financial Analysts Journal, noviembre-diciembre, 1979  
 pp. 72-75
  
- D. Gujarati  
 "Basic Econometrics"  
 McGraw-Hill, Inc., Nueva York, 1978
  
- R.L. Hagin  
 "An Empirical Evaluation of Selected Hypothesis Related to  
 Price Changes in the Stock Market"  
 Tesis no publicada, U.C.L.A., 1966
  
- M.J. Hamburger y L.A. Kochin  
 "Money and Stock Prices: The Channels of Influence"  
 Journal of Finance, v. 27, n° 2, mayo 1972  
 pp. 231-249
  
- W.P. Hamilton  
 "The Stock Market Barometer"  
 Barrons, Nueva York, 1962

- C.C. Hardy  
     "Investor's Guide to Technical Analysis"  
     McGraw-Hill, Nueva York, 1978
  
- B. Harris, ed.  
     "Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series"  
     Wiley, Nueva York, 1967
  
- L.D. Haugh  
     "Checking the Independence of two Covariance Stationary Times  
     Series: A Univariate Residual Cross-Correlation Approach"  
     Journal of the American Statistical Association, v. 71, junio  
     1976  
     pp. 378-385
  
- S.R. Helpem  
     "An Analysis of Stock Price Movements Using Stop Orders"  
     Tesis no publicada, M.I.T., 1962
  
- C.N. Henning, W. Pigott y R.H. Scott  
     "Financial Markets and the Economy"  
     Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1975

- P. Hess y J.L. Bicksler  
 "Capital Asset Prices versus Time Series Models as Predictors  
 of Inflation: The Expected Real Rate of Interest and Market  
 Efficiency"  
 En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Capital Market..."  
 pp. 91-110
  
- J.D. Hey  
 "Spectral Analysis of Stock Market Prices"  
 Tesis no publicada, Universidad de Edimburgo, octubre 1968
  
- K. Homa y D. Jafee  
 "The Supply of Money and Common Stock Prices"  
 Journal of Finance, v. 26, nº 5, diciembre 1971  
 pp. 1045-1066
  
- H. Hong  
 "Predictability of Price Trends on Stock Exchanges: A Study of  
 Some Far Eastern Countries"  
 Review of Economics and Statistics, v. 60, nº 4, noviembre 1978  
 pp. 619-621
  
- R. Ibbotson  
 "Price Performance of Common Stock New Issues"  
 Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1974
  
- Instituto Español de Analistas de Inversiones  
 "Curso de formación sobre Bolsa"  
 Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid, 1977

- K. Iverson  
     "A Programming Language"  
     Addison Wesley, Nueva York, 1962
  
- B. Jacquillat y B. Solnik  
     "Mercados financieros y gestión de carteras de valores"  
     Tecnibán, Madrid, 1975
  
- J. Jaffe  
     "Special Information and Insider Trading"  
     Journal of Business, v. 47, nº3, julio 1974  
     pp. 410-428
  
- F.E. James  
     "Monthly Moving Averages -An Effective Investment Tool?"  
     Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, nº 3,  
     septiembre 1968  
     pp. 207-227
  
- F.C. Jen  
     "Multi-Period Portfolio Strategies"  
     En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Methodology in Finance..  
     pp. 207-227
  
- G.M. Jenkins y D.G. Watts  
     "Spectral Analysis and its Applications"  
     Holden Day, San Francisco, 1968

- L.P. Jennergren
 

"Filter Tests of Swedish Share Prices"

En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International..."

pp. 55-67
  
- L.P. Jennergren y P.E. Korsvold
 

"The Non-Random Character of Norwegian and Swedish Stock Market Prices"

En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International..."

pp. 37-54
  
- L.P. Jennergren y P.E. Korsvold
 

"Price Formation in the Norwegian and Swedish Stock Markets. Some Random Walk Tests"

Swedish Journal of Economics, v. 76, n. 2, junio 1974

pp. 171-185
  
- M.C. Jensen
 

"Capital Markets: Theory and Evidence"

En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Capital Market..."

pp. 111-164
  
- M.C. Jensen
 

"The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-64"

Journal of Finance, v. 23, n. 2, mayo 1968

pp. 389-416



- M.C. Jensen  
"Random Walks: Reality or Myth-Comment"  
Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre  
1967  
pp. 77-85
  
- M.C. Jensen  
"Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of  
Investment Portfolios"  
Journal of Business, v. 42, nº 2, abril 1969  
pp. 167-247
  
- M.C. Jensen  
"Studies in the Theory of Capital Markets"  
Praeger, Nueva York, 1972  
pp. 79-121
  
- M.C. Jensen y G.A. Benington  
"Random Walks and Technical Theories: Some Additional Evidence"  
Journal of Finance, v. 25, nº 2, mayo 1970  
pp. 469-482
  
- R.E. Jensen  
"An Experimental Design for Study of Effects of Accounting Va-  
riations in Decision Making"  
Journal of Accounting Research, v. 4, otoño 1966

- K.B. Johnson  
 "Stock Splits and Price Change"  
 Journal of Finance, v. 21, n° 5, diciembre 1966  
 pp. 675-686  
 Tambien, en la obra de K.B. Johnson y D.E. Fischer, ed: "Readings in..."  
 pp. 315-327
  
- C.P. Jones  
 "Earnings Trends and Investment Selection"  
 Financial Analysts Journal, marzo-abril 1973  
 pp. 79-83
  
- C.P. Jones y R.H. Litzenberger  
 "Quarterly Earnings Reports and Intermediate Stock Price Trends"  
 Journal of Finance, v. 25, n° 1, marzo 1970  
 pp. 143-148
  
- R.J. Jordan  
 "An Empirical Investigation of the Adjustment of Stock Prices to New Quarterly Earnings Information"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, n° 1, septiembre 1973  
 pp. 609-620

- R.S. Kaplan y R. Roll  
 "Investor Evaluation of Accounting Information: Some Empirical Evidence"  
 Journal of Business, v. 46, n° 2, abril 1972  
 pp. 225-257
  
- Ke-Young Chu  
 "Shorth-Run Forecasting of Commodity Prices: An Application of Autoregressive Moving Average Models"  
 International Monetary Funds-Staff Papers, marzo 1978
  
- A.G. Kemp y G.L. Reid  
 "The Random Walk Hypothesis and the Recent Behavior of Equity Prices in Britain"  
 Economica, v. 38, febrero 1971  
 pp. 28-51
  
- M.G. Kendall  
 "The Analysis of Economic Time-Series. Part I: Prices"  
 Journal of the Royal Statistical Society, v. 96, parte I, 1953  
 pp. 11-25
  
- M.W. Keran  
 "Expectations, Money, and Stock Market"  
 Federal Reserve Bank of St. Louis Review, enero 1971  
 pp. 16-31

- T.J. Kewley y R.A. Stevenson  
 "The-Odd-Lot Theory as Revealed by Purchase and Sale Statistics  
 for Individual Stocks"  
 Financial Analysts Journal, v. 23, n° 5, septiembre-octubre 1967  
 pp. 103-106
  
- T.J. Kewley y R.A. Stevenson  
 "The-Odd-Lot Theory for Individual Stocks: A Reply"  
 Financial Analysts Journal, v. 25, n° 1, enero-febrero 1969  
 pp. 99-104
  
- A.I. Kintchin  
 "Mathematical Foundations of Information Theory"  
 Dover Publications, Nueva York, 1957
  
- J.E. Kirshman  
 "Principles of Investment"  
 McGraw-Hill, Nueva York, 1933
  
- M. Kisor y V.A. Messner  
 "The Filter Approach and Earnings Forecasts"  
 Financial Analysts Journal, v. 25, n° 1, enero-febrero 1969  
 pp. 109-115

- L.H. Koopmans  
 "The Spectral Analysis of Time Series"  
 Academic Press, Nueva York, 1974
  
- J. Kraft y A. Kraft  
 "Determinants of Common Stock Prices: A Time Series Analysis"  
 Journal of Finance, v. 32, nº 2, mayo 1977  
 pp. 417-425
  
- A. Kraus y H. Stoll  
 "Prices Impacts of Block Trading on the New York Stock Exchange"  
 Journal of Finance, v. 27, nº 3, junio 1972  
 pp. 569-588
  
- H.A. Krow  
 "Stock Market Behavior: The Technical Approach to Understanding  
 Wall Street"  
 Random House, Nueva York, 1969
  
- R.J. Krulzenga  
 "Introduction to the Option Contract"  
 En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random..."  
 pp. 377-391

- R.J. Kruizenga  
 "Profit Returns from Purchasing Puts and Calls"  
 En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random..."  
 pp. 392-411
  
- R.J. Kruizenga  
 "Put and Call Options: A Theoretical and Market Analysis"  
 Tesis no publicada, Massachusetts Institute of Technology, 1956
  
- A.B. Larson  
 "Measurement of a Random Process in Futures Prices"  
 Food Research Institute Studies, v. 1, n° 3, noviembre 1960  
 pp. 313-324
  
- H.A. Latane y W.E. Young  
 "Test of Portfolio Building Rules"  
 Journal of Finance, v. 24, n° 4, septiembre 1969  
 pp. 595-612
  
- D.A. Leabo y R.J. Rogalski  
 "Warrant Price Movements and the Efficient Market Model"  
 Journal of Finance, v. 30, n° 1, marzo 1975  
 pp. 163-177

- S.J. LeRoy  
 "Efficient Capital Markets: Comment"  
 Journal of Finance, v. 32, nº 1, marzo 1976  
 pp. 139-141
  
- B. Lev  
 "Financial Statement Analysis: A New Approach"  
 Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1974
  
- B. Lev y B. Yahalomi  
 "The Effects of Corporate Financial Statements on the Israeli  
 Stock Exchange"  
 Management International Review, v. 12, nº 2-3, 1972
  
- S. Levine  
 "Heuristic Determination of Optimum Filters for Use in a Rule  
 for Speculative Market Action"  
 Tesis no publicada, M.I.T., 1962
  
- P. Levy  
 "Calcul des probabilités"  
 Gauthier-Villars, Paris, 1925

- R.A. Levy  
 "Random Walks, Reality or Myth"  
 Financial Analysts Journal, v. 23, n° 6, noviembre-diciembre  
 1967  
 pp. 69-76
  
- R.A. Levy  
 "Random Walks: Reality or Myth-Reply"  
 Financial Analysts Journal, v. 24, n° 1, enero-febrero, 1968  
 pp. 129-132
  
- R.A. Levy  
 "Relative Strength as a Criterion for Investment Selection"  
 Journal of Finance, v. 22, n° 6, diciembre 1967  
 pp. 595-610
  
- H. Levy y M. Sarnat  
 "Investment and Portfolio Analysis"  
 John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1972
  
- J. Lintner  
 "Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification"  
 Journal of Finance, v. 20, n° 4, diciembre 1965  
 pp. 587-615



- J. Lintner
 

"The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets"

Review of Economics and Statistics, v. 47, febrero 1945

pp. 13-37.
- M. López Cachero
 

"Fundamentos y métodos de estadística"

Pirámide, Madrid, 1977
- M.J. López Moreno
 

"Es incuestionable el empobrecimiento de los accionistas"

Bolsa Madrid, nº 15, mayo 1979

p. 10
- J. Lorie y M.T. Hamilton
 

"The Stock Markets. Theories and Evidence"

Richard D. Irwin, Inc., Homewood, 1973
- J. Lorie y V. Niederhoffer
 

"Predictive and Statistical Properties of Insider Trading"

Journal of Law and Economics, abril 1978

pp. 35-53
- F.R. Macaulay
 

"Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices"

National Bureau of Economic Research, Nueva York, 1938

- R. P. Magee  
 "Cost of Information and Security Prices: A Comment"  
 Accounting Review, octubre 1974  
 pp. 788-790
  
- B. Malkiel y R. Quandt  
 "The Supply of Money and Common Stock Prices, A Comment"  
 Journal of Finance, v. 27, nº 4, septiembre 1972  
 pp. 921-926
  
- B. Mandelbrot  
 "Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets and Martingale Models"  
 Journal of Business, Security Prices: A Supplement, v. 39,  
 parte 2, enero 1966  
 pp. 242-255
  
- B. Mandelbrot  
 "The Variation of Certain Speculative Prices"  
 Journal of Business, v. 36, nº 4, octubre 1963  
 pp. 394-419
  
- G. Mandelker  
 "Risk and Return: The Case of Merging Firms"  
 En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Capital Market..."  
 pp. 389-424

- H. Markowitz  
 "Portfolio Selection"  
 Journal of Finance, v. 7, nº 2, marzo 1952.  
 pp. 77-91
  
- H. Markowitz  
 "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments"  
 John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1959
  
- J. Martínez de Ibarreta  
 "El mercado de valores en España"  
 En la obra de varios autores: "El sistema financiero español"  
 Deusto, Bilbao, 1964
  
- P. Mateos-Aparicio  
 "La inversión mobiliaria colectiva"  
 Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales,  
 Madrid, 1976
  
- P. Mateos-Aparicio  
 "Inversión Mobiliaria Colectiva"  
 Servicio de Estudios de la Bolsa de Madrid, Madrid, 1977

- R. May

"The Influence of Quarterly Earnings Announcements on Investor Decisions as Reflected in Common Stock Price Changes"

Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1971, suplemento del Journal of Accounting Research, v. 9, 1971

pp. 119-163

- R. May y G.L. Sundem

"Cost of Information and Security Prices: Market Association Tests for Accounting Policy Decisions"

Accounting Review, octubre 1974

pp. 80-94

- R. May y G.L. Sundem

"Cost of Information and Security Prices: Reply"

Accounting Review, octubre 1974

pp. 791-793

- R.C. Merton

"An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier"

Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 7, n° 3,

septiembre 1972

pp. 1151-1172

- F. Mlynarczyk  
 "An Empirical Study of Accounting Methods and Stock Prices"  
 Empirical research in Accounting: Selected Studies 1969, su-  
 plemento del Journal of Accounting Research, v. 7, 1969  
 pp. 63-81
  
- Modigliani y Miller  
 "Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares"  
 Journal of Business, v. XXXIV, n° 4, octubre 1961  
 pp. 411-433
  
- F. Modigliani y G.A. Pogue  
 "An Introduction to Risk and Return. Part I"  
 Financial Analysts Journal, v. 30, n° 2, marzo-abril 1974  
 pp. 68-80
  
- N. Holodovsky, C. May y S. Chottiner  
 "Common Stock Valuation: Principles, Tables and Applications"  
 Financial Analysts Journal, marzo-abril 1965  
 pp. 104-123
  
- B. Montier  
 "L'analyse technique du marché des valeurs mobilières"  
 Analyse Financière, n° 2, 1969  
 p. 37

- A.M. Mood  
 "The Distribution Theory of Runs"  
 Annals of Mathematical Statistics, v. 11, 1940  
 pp. 367-392
  
- A.B. Moore  
 "Some Characteristics of Changes in Common Stock Prices"  
 En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random..."  
 pp. 139-161
  
- A.B. Moore  
 "A Statistical Analysis of Common Stock Prices"  
 Tesis no publicada, Graduate School of Business, Universidad  
 de Chicago, 1962
  
- O. Morgenstern  
 "Information Flow and Stock Market Price Changes"  
 En la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Methodology..."  
 pp. 117-127
  
- J.L. Mossin  
 "Equilibrium in a Capital Asset Market"  
 Econometrica, v. 34, n° 4, octubre 1966  
 pp. 768-783

- J. Myers

"Depreciation Manipulation for Fun and Profits"

Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6 (noviembre-diciembre 1967, pp. 117-123) y v. 25, nº 5 (septiembre-octubre 1969, pp. 47-56)

- J.E. Navas

"Métodos prospectivos en la teoría de selección de carteras.  
El enfoque Box-Jenkins"

Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense, Madrid, 1979

- C.R. Nelson

"Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting"

Holden Day, San Francisco, 1973

- N.A. Miarchos

"Statistical Analysis of Transactions of the Athens Stock Exchange"

Tesis no publicada, Nottingham, 1971

- V. Niederhoffer y M.F.M. Osborne

"Market Making and Reversal on the Stock Exchange"

Journal of the American Statistical Association, v. 61, nº 4, diciembre 1966  
pp. 897-916

- U. Nieto de Alba  
 "Introducción a la estadística. Concepción clásica y bayesiana. Tomo II"  
 Aguilar, Madrid, 1973
  
- J.M. Núñez-Lagos Moreno y otros  
 "Protección al inversor"  
 Análisis Financiero, enero 1978, número extraordinario, v. 2  
 pp. 257-324
  
- J.L. O'Donnell  
 "Further Observations on Reported Earnings and Stock Prices"  
 Accounting Review, julio 1968  
 pp. 549-553
  
- J.L. O'Donnell  
 "Relationships Between Reported Earnings and Stock Prices in the Electric Utility Industry"  
 Accounting Review, enero 1965  
 pp. 135-143
  
- M.F.M. Osborne  
 "Brownian Motion in the Stock Market"  
 Operations Research, v. 7, nº 2, marzo-abril 1959  
 pp. 145-173



- M.F.M. Osborne

"The Dynamics of Stock Trading"

Econometrica, v. 33, nº 1, enero 1965

pp. 88-113

- M.F.M. Osborne

"Periodic Structure in the Brownian Motion of Stock Prices"

Operations Research, v. 10, nº 3, mayo-junio 1962

pp. 345-379

- R. Ortega

"Los efectos de la inflación sobre el precios de las acciones"

y "La inflación y el precio de las acciones: intento de actualización"

I.C.E., nº 504/505, agosto-septiembre 1975

pp. 101-131

- R. Ortega

"La política monetaria y el mercado de acciones"

I.C.E., nº 518, octubre 1976

pp. 25-39

- J.A. Palacios

"The Stock Market in Spain; Tests of Efficiency and Capital Market Theory"

Trabajo no publicado, Stanford University, 1973.

- J.A. Palacios

"The Stock Market in Spain; Tests of Efficiency and Capital Market Theory"

En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "International..."  
pp. 114-149

- J.A. Palacios

"El comportamiento bursátil. Análisis técnico o gráfico del mundo bursátil"

En la obra del Instituto Español de Analistas de Inversiones,  
ed.: "Curso de formación..."  
pp. 185-206

- M. Palmer

"Money Supply, Portfolio Adjustments and Stock Prices"

Financial Analysts Journal, v. 26, nº 4, julio-agosto 1970  
pp. 19-22

- J.E. Pesando

"The Supply of Money and Common Stock Prices: Further Observations on Econometric Evidence"

Journal of Finance, v. 29, nº 3, junio 1974  
pp. 909-921

- R. Pettit

"Dividend Announcements, Security Performances and Capital Market Efficiency"

Journal of Finance, v. 27, nº 5, diciembre 1972  
pp. 993-1007

- G.C. Philippatos y D.N. Nawrocki  
 "The Information Inaccuracy of Stock Market Forecasts: Some New Evidence of Dependence on the New York Exchange"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 8, nº 3,  
 junio 1973  
 pp. 445-453
  
- J. Planasdemunt Gubern  
 "El fenómeno bolsa"  
 En la obra del Instituto Español de Analistas de Inversiones,  
 ed.: Curso de...."  
 pp. 137-163
  
- P.D. Praetz  
 "Australian Share Prices and the Random Walk Hypothesis"  
 Australian Journal of Statistics, v. 11, nº 3, 1969  
 pp. 123-139
  
- P.D. Praetz  
 "On the Methodology of Testing for Independence in Future Prices: Comment"  
 Journal of Finance, v. 31, nº 3, junio 1976  
 pp. 977-983

- S.J. Press

"A Compound Events Model for Security Prices"

Journal of Business, v. 40, nº 3, julio 1968

pp. 317-335

- F. de la Puente

"La función del mercado de capitales en la economía de mercado"

Boletín Financiero de la Bolsa de Barcelona, 3ª época, año 18, nº 69, abril 1979

pp. 17-32

- R. Reback

"Nonrandom Price Changes in Association with Trading in Large Blocks: A Comment"

Journal of Business, v. 47, nº 4, octubre 1974

pp. 464-465

- E.F. Renshaw

"The Random Walk Hypothesis, Performance Management, and Portfolio Theory"

Financial Analysts Journal, v. 24, marzo-abril 1968

pp. 114-119

- F.B. Renwick
 

"Theory of Investment Behavior and Empirical Analysis of  
Stock Market Price Relatives"

Management Science, v. 15, n° 1, septiembre 1968

pp. 57-71
- R. Rhea
 

"The Dow Theory"

Barron's, Nueva York, 1932
- P.A. Rinfret
 

"Investment Managers Are Worth Their Keep"

Financial Analysts Journal, marzo-abril 1968
- H.V. Roberts
 

"Stock Market Patterns and Financial Analysis: Methodological  
Suggestions"

Journal of Finance, v. 14, n° 1, marzo 1959

pp. 1-10
- R.J. Rogalski
 

"The Dependence of Prices and Volume"

The Review of Economics and Statistics, v. 60, n° 2, mayo 1978

pp. 268-274
- R. Roll
 

"The Efficient Market Model Applied to US Treasury Bill Rates"

Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1968

- J. Ronnen  
 "Objectives of Financial Statements"  
 A.I.C.P.A., Nueva York, 1974
  
- M.S. Rozeff  
 "Money and Stock Prices"  
 Journal of Financial Economics, v. 1, nº 3, septiembre 1974  
 pp. 245-302  
 También, en la obra de J.L. Bicksler, ed.: "Capital Market..."  
 pp. 517-579
  
- J.A. Rudolph  
 "The Money Supply and the Common Stock Prices"  
 Financial Analysts Journal, v. 28, nº 2, marzo-abril 1972  
 pp. 19-25
  
- Saeco, ed.  
 "La administración de carteras institucionales en España"  
 Saeco, Madrid, 1973.
  
- P.A. Samuelson  
 "Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly"  
 Industrial Management Review, v. 6, nº 2, primavera 1965  
 pp. 41-49

- P.A. Samuelson  
 "Rational Theory of Warrant Pricing"  
 En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random..."  
 pp. 506-524
  
- F. Sánchez Calero  
 "Grupos de sociedades y mercado de valores"  
 Boletín Financiero de la Bolsa de Barcelona, 3ª época, año  
 18, nº 69, abril 1979  
 pp. 38-58
  
- M. Scholes  
 "The Market for Securities: Substitution versus Price Pressure  
 and the Effects of Information on Share Prices"  
 Journal of Business, v. 45, nº 2, abril 1972  
 pp. 179-211
  
- M. Scholes  
 "A Test of the Competitive Market Hypothesis: The Market for  
 New Issues and Secondary Offerings"  
 Tesis no publicada, Universidad de Chicago, 1969
  
- A. Seelenfreud, G.G.C. Parker y J.C. Van Horne  
 "Stock Price Behavior and Trading"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, nº 3,  
 septiembre 1968  
 pp. 263-281

- C.E. Shannon

"A Mathematical Theory of Communication"

Bell System Technical Journal, v. 27, nº 2 (pp. 379-423) y  
3 (pp. 623-656), 1959

- C.E. Shannon y W. Weaver

"The Mathematical Theory of Communication"

The University of Illinois Press, Urbana, 1964

- J.L. Sharma y R.E. Kennedy

"A Comparative Analysis of Stock Price Behavior on the Bombay,  
London and New York Stock Exchanges"

Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 12, nº 3,  
septiembre 1977  
pp. 391-413

- W.F. Sharpe

"Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under  
Conditions of Risk"

Journal of Finance, v. 19, nº 3, septiembre 1964  
pp. 425-442

- W.F. Sharpe

"Mutual Funds Performance"

Journal of Business, v. 39, suplemento especial, enero 1966  
pp. 119-138



- W.F. Sharpe

"Portfolio Theory and Capital Markets"

McGraw-Hill Books Company, Nueva York, 1970

pp. 128-131

- W.F. Sharpe

"A Simplified Model for Portfolio Analysis"

Management Science, v. 9, n° 2, enero 1963

pp. 277-293

- K.V. Smith y D.A. Tito

"Risk-Return Measures of ex post Portfolio Performance"

Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 4, n° 5,

diciembre 1969

pp. 449-470

- B.H. Solnik

"Note on the Validity of the Random Walk for European Stock Prices"

Journal of Finance, v. 28, n° 4, diciembre 1973

pp. 1151-1159

- E. Solomon

"The Theory of Financial Management"

Columbia University Press, Nueva York, 1963

- B. Sprinkel  
 "Money and Stock Prices"  
 Richard Irwin, Inc. Homewood, 1964
  
- W. Steiger  
 "A Test of Nonrandomness in Stock Price Changes"  
 En la obra de P.H. Cootner, ed.: "The Random..."  
 pp. 253-261
  
- G.J. Stigler  
 "Imperfections in the Capital Markets"  
 Journal of Political Economy, junio 1967
  
- F.W. Taussig  
 "Is Market Price Determinate?"  
 Quarterly Journal of Economics, mayo 1921  
 pp. 394-411
  
- B. Taylor  
 "Investment Analysis and Portfolio Management"  
 St. Martin's Press, Nueva York, 1970
  
- H. Theil  
 "Economics and Information Theory"  
 Rand McNally, Chicago, 1967

- H. Theil y C.T. Leenders  
 "Tomorrow on the Amsterdam Stock Exchange"  
 Journal of Business, v. 38, nº 3, julio 1965  
 pp. 227-284
  
- C.W. Thomas  
 "Risk and Opportunity. A New Approach to Stock Market Profits"  
 Dow Jones-Irwin, Inc., Homewood, 1974
  
- J. Tinbergen  
 "The Dynamics of Share Price Formation"  
 Review of Economics and Statistics, v. XX, 1938  
 pp. 57-71
  
- A. Treadway  
 "Sobre la modelización estadística de la balanza de pagos española"  
 Información Comercial Española, nº 536, abril 1978  
 pp. 24-46
  
- J.L. Treynor  
 "How to Rate Management of Investment Funds"  
 Harvard Business Review, v. 43, nº 1, enero-febrero 1965  
 pp. 63-75

- J.L. Treynor y K.K. Mazuy  
 "Can Mutual Funds Outguess the Market?"  
 Harvard Business Review, v. 44, nº 4, julio-agosto 1966  
 pp. 131-136  
 En la obra de E.J. Elton y M.J. Gruber, ed.: "Security...."  
 pp. 593-601
  
- D.A. Unstead  
 "Forecasting Stock Market Prices"  
 Journal of Finance, v. 32, nº 2, mayo 1977  
 pp. 427-441
  
- C.J. Van Horne  
 "Function and Analysis of Capital Market Rates"  
 Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1970
  
- J.C. Van Horne y G.G.C. Parker  
 "The Random Walk Theory: An Empirical Test"  
 Financial Analysts Journal, v. 23, nº 6, noviembre-diciembre  
 1967  
 pp. 87-92
  
- J.C. Van Horne y G.G.C. Parker  
 "Technical Trading Rules: A Comment"  
 Financial Analysts Journal, v. 24, nº 4, julio-agosto 1968  
 pp. 128-132

- O.A. Vasicek  
 "Capital Market Equilibrium with No Riskless Borrowing"  
 Trabajo no publicado, Wells Fargo Bank, marzo 1971
  
- A. Wald y J. Wolfowitz  
 "An Exact Test for Randomness in the NonParametric Case Based  
 on Serial Correlation"  
 Annals of Mathematical Statistics, v. 14, 1943  
 pp. 378 y ss.
  
- H.C. Wallich  
 "What Does the Random Walk Hypothesis Mean to Security Ana-  
 lysts?"  
 Financial Analysts Journal, marzo-abril 1968
  
- W.A. Wallis y G.H. Moore  
 "A Significance Test for Time Series Analysis"  
 Journal of the American Statistical Association, v. 30, 1941  
 pp. 401 y ss.
  
- W.A. Wallis y H.V. Roberts  
 "Statistics: A New Approach"  
 Free Press, Glencoe, 1956  
 pp. 569-572

- J.E. Walter
 

"Dividend Policies and Common Stock Prices"

Journal of Finance, v.11 , marzo 1956

pp. 29-41
  
- R. Watts
 

"The Information Content of Dividends"

Journal of Business, v. 46, nº 2, abril 1973

pp. 191-211
  
- R. Watts y R.W. Leftwich
 

"The Time Series of Annual Accounting Earnings"

Journal of Accounting Research, otoño 1977

pp. 253-271
  
- R.N. Waud
 

"Public Interpretation of Federal Reserve Discount Rate Changes: Evidence on the Announcement Effect"

Econometrica, v. 38, nº 2, marzo 1970

pp. 231-250
  
- R.R. West
 

"On the Difference Between Internal and External Market Efficiency"

Financial Analysts Journal, v. 31, nº 6, noviembre-diciembre 1975

pp. 30-34

- D.K. Whitcomb  
     "Discussion"  
     Journal of Finance, v. 32, n° 2, mayo 1977  
     pp. 442-445
  
- V.S. Whitbeck y M. Kisor  
     "A New Tool in Decision Making"  
     Financial Analysts Journal, v. 19, n° 3, mayo-junio 1963  
     pp. 55-62
  
- J.B. Williams  
     "The Theory of Investment Value"  
     Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1938
  
- E.E. Williams, M.C. Findlay  
     "Investment Analysis"  
     Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1974
  
- H. Working  
     "New Ideas and Methods for Price Research"  
     Journal of Farm Economics, v. 38, diciembre 1956  
     pp. 1427-1436
  
- H. Working  
     "Note on the Correlation of First Differences of Averages in  
     a Random Chain"  
     Econometrica, v. 28, n° 4, octubre 1960  
     pp. 916-918

- H. Working  
 "A Random-Difference Series for Use in the Analysis of Time Series"  
 Journal of the American Statistical Association, v. 29, n° 1,  
 marzo 1934  
 pp. 11-24
  
- H. Working  
 "A Theory of Anticipatory Prices"  
 American Economic Review, mayo 1958  
 pp. 188-199
  
- C.C. Ying  
 "Stock Market Prices and Volume of Sales"  
 Econometrica, v. 34, n° 3, julio 1966  
 pp. 676-685
  
- A.J. Zakon y J.C. Pennypacker  
 "An Analysis of the Advance-Decline Line as a Stock Market Indicator"  
 Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 3, n° 3,  
 septiembre 1968  
 pp. 299-314

